



普通高等教育“十三五”规划教材

管理运筹学

李军◎编著



普通高等教育“十三五”规划教材

管理运筹学

编著 李 军

 中国轻工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

管理运筹学/李军编著. —北京: 中国轻工业出版社, 2016. 4
普通高等教育“十三五”规划教材
ISBN 978 - 7 - 5184 - 0308 - 0

I. ①管… II. ①李… III. ①管理学—高等学—高等学校—
教材 IV. ①C931. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 048549 号

内 容 简 介

本书面向管理科学与工程专业的研究生和工业工程、工商管理、电子商务专业的本科生等, 系统介绍了运筹学的重要分支。主要内容包括: 线性规划、对偶规划、运输问题、整数规划、目标规划、图与网络分析、网络计划和决策分析等十二章内容。

本书尽量避免复杂的理论证明, 力求通俗易懂、简明扼要地讲解运筹学的基本原理以及解决问题的方法和思路; 试图以各种实际管理问题作为背景引出运筹学各分支的基本概念、模型和算法, 并侧重各种方法及其应用。

为便于读者学习, 每章末有本章小结, 还有丰富的练习题供读者练习。

本书可作为管理类各专业的本科生、研究生教材, 也可供各类管理人员及相关人员作管理量化研究方面的参考。

责任编辑: 张文佳 责任终审: 张乃柬 封面设计: 锋尚设计
责任校对: 晋 洁 责任监印: 马金路

出版发行: 中国轻工业出版社 (北京东长安街 6 号, 邮编: 100740)

印 刷: 三河市万龙印装有限公司

经 销: 各地新华书店

版 次: 2016 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

开 本: 787 × 1092 1/16 印张: 20.5

字 数: 470 千字

书 号: ISBN 978 - 7 - 5184 - 0308 - 0 定价: 45.00 元

邮购电话: 010 - 65241695 传真: 65128352

发行电话: 010 - 85119835 85119793 传真: 85113293

网 址: <http://www.chlip.com.cn>

Email: club@chlip.com.cn

如发现图书残缺请直接与我社邮购联系调换

151428J1X101ZBW

前 言

运筹学是一门依照给定条件和目标从众多方案中选择最佳决策方案的应用科学。在管理学科领域,运筹学的发展为管理理论和管理实践的发展做出了突出的贡献。正如康奈尔大学运筹学与工业工程学院副院长 Mark Eisner 曾说过的,运筹学“可能是从没有人听说过的最重要的领域”,其严谨的思想、科学的方法,在人才培养和素质提高方面起到了十分重要的作用。目前,运筹学已成为高等学校管理学门类和非管理学门类许多专业的必修课。

本书主要内容包括:线性规划、对偶规划、运输问题、整数规划、目标规划、图与网络分析、网络计划和决策分析等十二章内容。在内容选择上,兼顾了多个层次读者的需要,包含了运筹学的重要分支,适合本科生、研究生等各层次教学的需要。每章末都有小结,帮助读者掌握各章重点,每章后均有丰富的习题供读者复习巩固所学内容。

本书编写的特色主要体现在以下几个方面:

(1) 内容丰富新颖。借鉴国外最新的教材,融合当前有关经济管理学科的最新理论和实践经验,用最新知识充实教材内容,并对运筹学中的重点和难点内容进行了适当的分散。

(2) 面向管理实践。书中选用了大量的现实组织在管理中采用数量分析的材料,通过案例分析、课堂讨论和课后练习等方式,培养学生用定量化方法解决实际问题的能力。

(3) 注重计算机应用。在讲清原理和方法的基础上,对比较复杂的问题应用 WinQSB 软件求解,使学习者能从运筹学繁复的计算中解脱出来,有较多的时间思考运筹学在管理实践中的应用问题。

编者在编写本书的过程中,参考了近年来国内外相关的教材和文献及全国许多运筹学精品课程网站,并引用了其中的部分内容,谨此致谢!

由于编者水平有限,书中可能存在许多疏漏和不妥之处,恳请各方面专家、学者及广大读者批评指正。

本书在编写过程中得到了广西高等学校工业工程特色专业与课程一体化建设项目、桂林电子科技大学研究生管理运筹学课程建设项目等的资助;研究生魏玲艳、玉淑媛、汪鹤飞、范炳毅等也参与了其中的部分工作,在此一并表示感谢。

同时,还要特别感谢中国轻工业出版社的张文佳编辑在本教材编写过程中给予的多方面支持、引导和帮助!

本书配有与教材同步的多媒体课件、习题案例、实验指书等教学资源,可为选用本教材的老师免费提供,联系邮箱:269200942@qq.com。

李 军

2015 年 12 月 15 日

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 运筹学的产生与发展	1
1.1.1 早期朴素的运筹思想	1
1.1.2 运筹学的形成和发展	2
1.2 运筹学的概念、特点与分支	4
1.2.1 运筹学的概念	4
1.2.2 运筹学的主要特点	5
1.2.3 运筹学解决问题的基本过程	5
1.2.4 运筹学的分支	11
1.2.5 运筹学与其他学科的关系	12
1.3 运筹学在科学管理中的作用	12
1.4 运筹学发展展望	14
1.5 管理运筹学的学习	15
1.5.1 运筹学教学面临的挑战	15
1.5.2 本课程的主要任务	15
1.5.3 学习方法和建议	15
本章小结	17
习题 1	18
第 2 章 线性规划	20
2.1 线性规划模型	20
2.1.1 线性规划问题	21
2.1.2 线性规划模型的一般形式	23
2.1.3 线性规划隐含的假定	24
2.2 线性规划图解法	25
2.2.1 线性规划的图解法	25
2.2.2 一些基本概念	28
2.2.3 图解法的几何意义	28
2.3 线性规划在工商管理中的应用	29
本章小结	36
习题 2	36
第 3 章 单纯形法	40
3.1 线性规划问题的标准型	40
3.1.1 线性规划的标准型	40

3.1.2	一般形式的线性规划模型化为标准型的规则	40
3.1.3	线性规划的典范型	41
3.2	解的概念	42
3.2.1	标准线性规划的矩阵形式	42
3.2.2	基本可行解及有关概念	42
3.2.3	解的性质	44
3.3	单纯形法	45
3.3.1	单纯形法的计算步骤	45
3.3.2	解的判断	49
3.3.3	单纯形法计算中的几个问题	50
3.4	人工变量法	51
3.4.1	大 M 法	51
3.4.2	两阶段法	53
本章小结	55
习题 3	55
第 4 章	对偶规划	61
4.1	对偶问题的提出	61
4.1.1	对偶问题引例	61
4.1.2	对偶问题的形式	63
4.2	对偶问题的基本性质	67
4.3	对偶问题的经济解释——影子价格	73
4.3.1	影子价格的概念	74
4.3.2	影子价格在经营管理中的应用	75
4.4	对偶单纯形法	76
4.4.1	对偶单纯形法的基本思路	76
4.4.2	对偶单纯形法的计算步骤	78
4.4.3	交替单纯形法	81
4.5	案例分析	84
本章小结	86
习题 4	86
第 5 章	灵敏度分析	91
5.1	灵敏度分析的基本概念	91
5.1.1	灵敏度分析的缘由	91
5.1.2	灵敏度分析的依据	91
5.2	目标函数中价值系数 c_j 的变化分析	92
5.2.1	非基变量价值系数的变化	92
5.2.2	基变量的价值系数的变化	93
5.3	约束条件中资源数量 b_i 的变化分析	95

5.4	新增一个变量 x_j 的分析	99
5.5	约束条件中技术系数 a_{ij} 的变化分析	100
5.6	增加新约束条件的分析	102
5.7	几个系数同时变化的分析	103
5.8	参数线性规划	104
5.9	一个灵敏度分析的案例	108
	本章小结	110
	习题 5	110
第 6 章	运输问题	117
6.1	运输问题的数学模型	117
6.1.1	问题的提出	117
6.1.2	运输问题模型的特点	119
6.2	表上作业法	120
6.2.1	初始方案的确定	121
6.2.2	方案的最优性检验	124
6.2.3	方案的调整	127
6.3	不平衡运输问题及其他	128
6.3.1	产大于销的问题	128
6.3.2	销(需求)大于产的问题	130
6.3.3	无通路的情形	132
6.3.4	极大化问题	132
6.3.5	运输问题的灵敏度分析	133
6.3.6	转运问题	134
6.3.7	运输问题悖论	137
6.4	案例分析	139
	本章小结	143
	习题 6	143
第 7 章	整数规划	148
7.1	整数规划问题及其数学模型	148
7.1.1	整数规划的几个典型问题	148
7.1.2	整数规划的数学模型	149
7.1.3	整数规划的特点	150
7.2	整数规划的求解思路	151
7.3	整数规划求解的分枝定界法	151
7.4	整数规划求解的割平面法	156
7.5	整数规划应用举例	160
	本章小结	163
	习题 7	163

第 8 章 0-1 整数规划	168
8.1 0-1 规划问题的提出	168
8.2 0-1 规划问题建模	170
8.2.1 投资问题	170
8.2.2 背包问题	172
8.2.3 布点问题	173
8.2.4 相互排斥的约束问题	173
8.2.5 固定成本问题	175
8.3 0-1 规划求解的隐枚举法	177
8.4 指派问题	180
8.4.1 指派问题的描述	180
8.4.2 指派问题求解原理及算法	181
8.4.3 非标准形式的指派问题	183
本章小结	189
习题 8	189
第 9 章 目标规划	196
9.1 目标规划模型	196
9.1.1 目标规划问题的提出	196
9.1.2 目标规划建模	197
9.2 目标规划的求解	200
9.2.1 图解法	200
9.2.2 目标规划的单纯形解法	202
9.3 目标规划的灵敏度分析	205
9.4 目标规划案例分析	207
本章小结	212
习题 9	212
第 10 章 图与网络分析	217
10.1 图的基本概念与模型	217
10.1.1 图及其图解	217
10.1.2 几个基本概念	218
10.2 树及最小树问题	221
10.2.1 树的基本概念及问题描述	221
10.2.2 树的性质	222
10.2.3 最小树的算法	222
10.2.4 应用举例	224
10.3 最短路问题	225
10.3.1 最短路	225
10.3.2 最短路算法	226

10.3.3 最短路问题的应用	228
10.3.4 含负权的最短路问题	230
10.4 最大流问题	231
10.4.1 基本概念和基本定理	231
10.4.2 寻找最大流的标号法	235
10.5 最小费用最大流问题	237
10.6 图与网络案例分析	239
本章小结	241
习题 10	241
第 11 章 网络计划	246
11.1 网络图构成及绘制	246
11.1.1 双代号网络图的组成要素	246
11.1.2 绘制网络图的原则	248
11.1.3 双代号网络图的绘制	250
11.1.4 单代号网络图的绘制	252
11.2 网络时间参数计算	253
11.2.1 作业时间估计	253
11.2.2 节点的时间参数计算	254
11.2.3 作业的时间参数计算	255
11.2.4 作业时差	255
11.3 工程项目按期完工的概率分布	257
11.3.1 项目完成时间的分布	257
11.3.2 按期完工的概率计算	258
11.4 网络计划的优化	260
11.4.1 工程工期优化	261
11.4.2 工期—费用优化	262
11.4.3 工期—资源优化	267
11.5 网络计划应用案例分析	270
11.5.1 问题的提出	270
11.5.2 工程分析	270
11.5.3 绘制网络图	270
11.5.4 找出双代号网络中的关键线路	272
本章小结	274
习题 11	274
第 12 章 决策分析	282
12.1 决策的基本概念	282
12.2 确定型和非确定型决策	284
12.2.1 确定型决策	284

12.2.2 非确定型决策	285
12.3 风险型决策	287
12.3.1 期望值准则	287
12.3.2 决策树法	288
12.3.3 贝叶斯决策	291
12.3.4 效用理论	293
12.4 决策分析应用案例	296
本章小结	298
习题 12	299
附录 上机实验指导	304
互连网站及参考书目	314

第1章 绪 论

运筹学是一门用数学方法，依照给定条件和目标而从众多方案中选择最佳决策方案的应用科学，自诞生以来，在军事、工业、农业、经济和社会问题等多个领域得到了广泛的重视和应用。在管理学科领域，运筹学的发展为管理理论和管理实践的发展也做出了突出的贡献。到现在，运筹学已成为工商管理学科中的一门重要的基础学科。

1.1 运筹学的产生与发展

运筹学在英国称为 Operational Research，在美国称为 Operations Research，缩写为 OR，可直译为“运用研究”或“作业研究”，我国科学家把它译成“运筹学”，其中“运筹”两个字出自《史记·高祖本纪》“夫运筹策帷帐之中，决胜于千里之外”。中文“运筹学”表示运用、筹划，以策略取胜之意。运筹学正式开始的标志并不清晰，很多早期先驱者所做的工作现在也可以看成是运筹学思想的雏形。现在一般认为运筹学是 20 世纪 40 年代开始形成的一门学科。

1.1.1 早期朴素的运筹思想

我国朴素的运筹思想可追溯到公元前 600 多年前的春秋时期。这种朴素的运筹思想可以体现在军事领域与日常生活与管理中。公元前 684 年（鲁庄公十年），鲁国的曹刿在齐国攻打鲁国时，全面分析了两国的形势，统筹全局，及时把握战机，在齐、鲁长勺之战中，弱小的鲁国打败了强大的齐国，成为我国历史上以弱胜强的典型战例之一。战国时期，齐国田忌和齐威王赛马的故事是对策论中的一个典型例子。三国时期曹操与袁绍的“官渡之战”，南北朝时期秦、晋的“淝水之战”等，都是历史上十分典型的战例。历史上运用运筹的思想，以弱胜强、以少胜多的例子不胜枚举。运筹学的思想应用于交通运输、兴修水利、土木建筑和开挖运河等方面的生动例子也有许多记载。如战国时期，秦国太守李冰父子主持修建了驰名中外的都江堰水利枢纽工程，就是应用运筹学思想的一个突出事例。在土木建筑方面，北宋时期，宋真宗大中祥符年间（公元 1008—1016 年）京都失火，烧毁一座皇宫。宋真宗派宰相丁渭主持修复宫室任务。丁渭考虑到取土太远影响工期，经过统筹规划，最后提出如下施工方案：①确定施工方案；②把几条主要街道挖成渠道，③用挖出的土就地烧制砖瓦；④渠挖成后引汴河之水入渠；⑤把建筑材料和烧制出来的砖瓦沿渠运往工地；⑥施工；⑦把碎杂砖土运出填渠修复主要街道，施工结束。这就巧妙地解决了取土之难、运输之难、清场之难，可谓“一石三鸟”，使重建皇城事半功倍。这一事例表明，早在北宋时期，在处理一项复杂的工程时，就注重从总体出发，通盘筹划，在施工步骤上则注重工程之间各环节的衔接及先后顺序，具有统筹方法的思想。

在西方，运筹思想的产生和运用可以追溯到公元前 3 世纪。古希腊大数学家阿基米德为希龙君主提供了一个设防方案，粉碎了罗马船只攻占西那库斯城的企图。这是西方史籍

中最早关于应用运筹思想制定军事方案的记载。达·芬奇、伽利略等著名科学家都曾为军事运筹学做出了贡献。

1.1.2 运筹学的形成和发展

1. 酝酿阶段

早在 1914 年英国人兰彻斯特 (F. W. Lanchester) 曾发表过关于人力和火力的优势与胜利之间的理论关系的文章。在美国, 第一次世界大战期间, 托马斯·爱迪生 (Thomas Edison) 接受了一个任务: 找出商船运行策略, 使它能最有效地减少敌人潜艇对商船的损害。为了避免在实战条件下船只冒险, 他用了一个“战术对策板”来求解。大约与此同时 (在 20 世纪 10 年代后期), 在哥本哈根电话公司工作的丹麦工程师爱尔朗 (A. K. Erlang) 正在进行关于自动拨号设备对电话需求影响的实验, 他的工作是今天用于排队理论的数学模型的基础。1928 年, 德国犹太人冯·诺伊曼 (后移居美国) 证明了博弈论的一个基本定理, 为对策论奠定了理论基础。1926 年苏联提供的“国民经济平衡的棋盘表”和 1936 年美国的利昂节夫发表的《美国经济体系的投入—产出数量关系》, 奠定了用数学方法研究经济平衡理论的基础。1935 年, 苏联数学家康托洛维奇出版了《生产组织与计划中的数学方法》一书, 书中对运输、计划、合理利用原材料、生产的配置等都给出了数学模型和确定最优方案的具体方法。上述这一时期, 可视为运筹学在理论上的酝酿阶段。

2. 军事运筹学

1937 年, 英国有一些科学家被请去帮助军队运用新发展的雷达以确定敌机的位置。1939 年 9 月研究此问题的不同方面的科学家都被集中到英国皇家空军战斗机指挥总部。这些科学家被看成第一个运筹学小组的核心。它逐步地扩展业务范围, 甚至超过了原来的雷达和与它构成整体的地面观察站的任务。

这个组成立后不久便和防空司令部研究组合到一起研究空防目标问题 (1940 年 8 月)。杰出的挪威诺贝尔物理学奖获得者布莱凯特领导这个小组, 研究野外火炮控制设备的效能, 尤其是在实战中的应用。这个小组起先包括了 2 名生物学家、2 名理论物理学家、1 名天体物理学家、1 名军官和 1 名测量员, 后来又补充了 1 名生物学家、1 名一般物理学家和 2 名数学家。他们 11 人成为有名的布莱凯特小组, 对外称布莱凯特马戏团。这些科学家组成的小组专业面很广, 它进一步发展并分为一个陆军组和一个海军组, 结果使战争初期 (1941 年) 在英国所有军队中都有一个运筹学组从事军事研究。由于最初的研究是致力于雷达的运行, 并由雷达研究科学家所实现, 从此, 在英国把这种类型的科学活动叫 Operational Research, 简称 OR, 直译为中文就是“作战研究”。

第二次世界大战中比较典型的 OR 应用如 1942 年麻省理工学院的 Morse 教授应美国大西洋舰队反潜战官员 Baker 舰长的请求担任反潜战运筹组的计划与监督工作, 其最出色的工作之一是协助英国打破了德国对英吉利海峡的海上封锁, 研究所提出的两条重要建议是: ①将反潜攻击由反潜舰艇投掷水雷改为飞机投掷深水炸弹, 起爆深度由 100 米改为 25 米左右, 即当德方潜艇刚下潜时攻击效果最佳; ②运送物资的船队及护航舰艇的编队由小规模、多批次改为大规模、少批次, 从而减少了损失率。丘吉尔采纳了 Morse 的建议, 打破德国海上封锁, 重创德国潜艇部队。由于其杰出的贡献, Morse 同时获得英国及美国战

时最高勋章。

在美国, 罗伯特·华生-华特 (Sir Robert Watson - Watt) 推荐把运筹学引入到陆军和海军的各个部门, 到 1942 年 4 月已做出引入高水平运筹学的决策并予以实现。最初的研究问题是雷达和旨在减少受敌方潜艇损害的商船海运的问题, 在美国空军被称为“运行分析”, 而在美国陆军和海军叫作“运行研究和运行评价”。这种类型的活动在第二次世界大战期间在加拿大也有比较多的应用。

在第二次世界大战期间, 运筹学处于早期发展阶段, 也称为“军事运筹学”阶段。在第二次世界大战中, 量化、系统化的方法迅速发展, 且很有特点。由上面几个例子可以看出这一时期运筹学的特点: ①真实的实际数据; ②多学科密切协作; ③解决方法渗透着物理学思想。可以毫不夸张地说, 运筹学的广泛应用为第二次世界大战中同盟国打败法西斯, 获得最终胜利立下了汗马功劳。

3. 工商业运筹学

第二次世界大战后, 世界经济不断走向新的繁荣, 于是人们开始把二战中发挥过重大作用的运筹学迅速地应用到经济领域。很多从事军事运筹学研究的科学家转向工业和经济发展等新的领域。1947 年美国年轻的数学家丹捷格 (George Dantzig) (第二次世界大战期间, 曾在美国空军工作, 为规划计划专家) 提出的求解线性规划问题的单纯形法是运筹学发展史上重要的进展之一。这套完备的理论和方法, 使运筹学有了最重要的方法求解基础和理论分析基础, 并使运筹学作为一门理论性和应用性很强的学科逐渐形成并得到迅速发展。1953 年世界上第一个运筹学学会在美国成立, 1955 年又在美国举行了首次国际运筹学会议。此后, 许多国家相继建立了运筹学学会。20 世纪 50 年代末, 很多经典的运筹学方法, 如动态规划、排队论、存贮论等都已基本发展成熟。

促进这一时期运筹学蓬勃发展的另一因素是计算机的发展。因为运筹学中很多复杂问题需要大量的计算, 在过去需要花费很多时间进行手工运算的过程, 通过计算机应用很快就能完成。这为运筹学的推广应用和方法学上的发展奠定了良好的基础。

运筹学引进中国是 20 世纪 50 年代中期由钱学森等著名科学家首倡的, 后来一大批中国学者如华罗庚、许国志、周华章等在推广运筹学及其应用中做了大量工作, 并取得了很大成绩。我国第一个运筹学小组于 1956 年在中国科学院力学研究所成立, 1958 年建立了运筹学研究室, 1960 年在山东济南召开了全国应用运筹学的经验交流和推广会议, 1962 年和 1978 年先后在北京和成都召开了全国运筹学专业学术会议, 1980 年 4 月成立中国运筹学学会。在农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织等部门, 运筹学的方法已开始得到应用推广。在运筹学的发展中, 中国对运筹学的研究和应用也做出了自己的贡献, 主要有: 优选法 (0.618 法)、运输问题图上作业法、中国邮递员问题, 等等。除中国运筹学学会外, 中国系统工程学会以及与国民经济各部门有关的专业学会, 也都把运筹学应用作为重要的研究领域。我国各高等院校, 特别是各经济管理类专业中已普遍把运筹学作为一门专业的主干课程列入教学计划之中。例如, 工业工程学科认为, 由于运筹学的诞生才使工业工程由经验成为科学, 所以工业工程专业把运筹学作为其专业的理论基础, 一般都开设有运筹学数学规划部分和随机规划的内容。

由于运筹学在提高组织机构的效率方面已取得显著成效, 它的影响还在继续扩展。据美国劳动局在 20 世纪 90 年代初做的预测, 认为从 1991—2005 年运筹学是美国高校毕业

生第三位增长最快的职业选择。目前国际上著名的运筹学刊物有：Management Science, Operations Research, Interfaces, Journal of Operational Research Society, European Journal of Operations Research 等。

1.2 运筹学的概念、特点与分支

1.2.1 运筹学的概念

运筹学是一门应用学科，至今还没有统一确切的定义，因为它仍是一门新兴的、不断发展的学科，不同的学术组织从不同的角度定义运筹学。

英国运筹学会的定义：“运筹学是运用科学的方法，解决工业、商业、政府和国防事业中，由人、机器、材料、资金等构成的大型系统管理中所出现的复杂问题的一门学科。它的一个显著特点是科学地建立系统模型和对机会与风险的评价体系去预测和比较不同的决策策略与控制方法的结果，其目的是帮助管理者科学地确定他的政策和行动。”

1951年美国的运筹学先驱 P. M. Morse 等著的《运筹学方法》给运筹学的定义：“运筹学是一种向行政领导提供定量材料，使得他们能对所负责的行动做出最好决策的科学方法。”最近的趋势把定量也放松了，变成了：“运筹学是一种适用于系统运行的方法和工具，它是一种科学方法，它能对运行管理人员的问题提供最合适的解答。”

我国学者许国志认为事有常规，物有定理。事物的活动也有其规律可进行研究，这些规律统称为“事理”；运筹学就是研究事物活动规律的科学，即研究如何把事情做好，亦称“事理学”。

在我国《辞海》（1979年版）中有关运筹学条目的释义为：“运筹学主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达的有关应用、筹划与管理方面的问题，它根据问题的要求，通过数学的分析与运算，做出综合性的合理安排，以达到较经济、较有效地使用人力和物力”。

由此可见，运筹学的对象是人参与的系统，方法是科学，目标是最优化，在许多领域都有广泛的应用。所以我们可以毫不夸张地说，运筹学是经营管理的科学，作战指挥的科学，规划计划的科学，治理国家的科学。

我国运筹学研究工作一般认为，运筹学是指应用系统的、科学的、数学分析的方法，通过建立、分析、检验和求解数学模型，而获得最优决策的科学。

综上所述，以上若干个定义都包含有这样的观点：“运筹学是一门应用科学，它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法，通过规范化的分析方法和步骤，提高人们对实际事物的把握和理解，从而发现需要解决的管理与决策问题，并为选择最优决策提供定量分析的依据。”这表明运筹学具有多学科交叉的特点，如综合应用经济学、心理学、物理学、化学中的一些方法。运筹学强调使用数学工具（包括概率统计、数量分析、线性代数等）和逻辑判断方法，强调最优决策，但“最”是过分理想了。在实际应用中往往用次优、满意等概念代替最优。因此，“运筹学是一种给出问题坏的答案的艺术，否则的话问题的结果会更坏”。

1.2.2 运筹学的主要特点

运筹学是从20世纪30~40年代发展起来的一门新兴学科,它的研究对象是人类对社会、经济、生产管理、军事等活动中的各种资源的运用及筹划活动,它的研究目的在于了解和发现这种运用及筹划活动的基本规律,以便发挥有限资源的最大效益,来达到总体、全局最优的目标。这里所说的“资源”是广义的,既包括物质材料,也包括人力配备;既包括技术装备,也包括社会结构。作为一门定量优化决策科学,运筹学利用了现代数学、计算机科学以及其他科学的最新成果来研究人类从事各种活动中处理事务的数量化规律,使有限的人、财、物、时、空、信息等资源得到充分和合理的利用,以期获得尽可能满意的经济和社会效果。就其理论和应用意义来归纳,运筹学具有以下的基本特征。

1. 科学性

运筹学的研究是建立在科学的基础之上的。运筹学研究的科学性表现在两个方面:首先,它是在科学方法论的指导下通过一系列规范化步骤进行的;其次,它是广泛利用多种学科的科学知识进行的研究。运筹学的研究不仅仅涉及数学,还涉及经济科学、系统科学、工程物理科学等其他学科。

2. 实践性

运筹学是一门实践性很强的科学,它完全是面向应用的。离开了实践,运筹学就失去了存在的意义。运筹学以实际问题为分析对象,通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内主要变量之间的关系,利用数学方法达到对系统进行优化的目的。更为重要的是分析获得的结果要能被实践检验,并被用来指导实际系统的运行。

3. 系统性

运筹学用系统的观点来分析一个组织(或系统),它着眼于整个系统而不是一个局部,要把有关的各种主要因素和条件,从相互联系中尽量全面地去考察问题,通过协调各组成部分之间的相互关系,使整个系统达到最优状态。

4. 综合性

用运筹学方法解决实际问题时,除了要熟悉与研究对象有关的科学知识之外,还要运用适宜的数学方法和计算机技术,有时还可能需要与经济学、社会学和有关技术科学的知识相交叉,才能建立起适宜的模型,使问题得以很好地解决。为了在组织上得到保证,常常需要建立包括有关学科成员在内的组织机构,以利实施。

1.2.3 运筹学解决问题的基本过程

运筹学的分析步骤一般包括:发现和定义待研究的问题,构造数学模型;寻找经过模型优化的结果,并通过应用这些结果来改善系统的运行效率。具体步骤如图1-1所示。

1. 系统分析和问题描述

应用运筹学的主要目的是解决实际问题,而解决实际问题应首先提出问题,并对其进行分析,这里主要是指通过定性分析阐明问题中的关键要素,以便按照建模规范对问题进行描述。描述问题主要需明确这样四个要素,即决策目标是什么、决策中关键因素是什么、决策中相关因素的关系是什么以及有哪些决策约束条件。通过这些分析,可对研究的困难程度,可能发生的成本,不可控的重要影响因素,可能获得的成功和收益做到心中

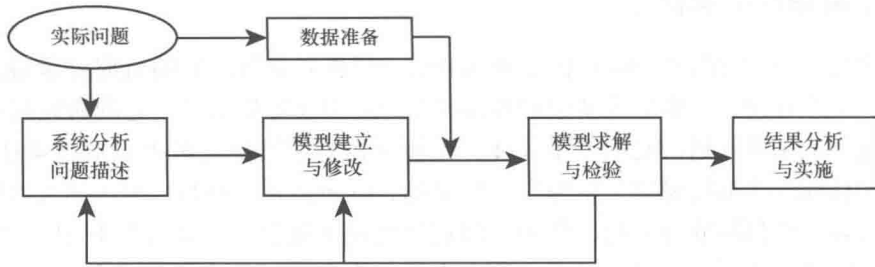


图 1-1 运筹学解决问题的基本过程

有数，使研究的目的更加明确。明确问题以后，还要对其做类型判别，即先看它属于能用运筹学中的哪类方法解决。比如是资源分配，还是人员安排，或是工程计划等。

2. 模型的建立和修改

模型是对现实世界事物、现象和系统的简化表述，或其部分属性的模仿，是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。建立模型是运筹学解决问题的关键步骤。一方面，它可使问题的描述高度规范化，便于掌握其本质规律；另一方面，建立模型后，通过收集数据对问题进行求解，并可分析各因素与系统目标之间的关系；建立系统的模型还便于利用计算机技术解决实际问题。

一个典型的运筹学模型包括四个部分：①一组需要通过求解模型确定的决策变量；②一个反映决策目标的目标函数；③一组反映系统逻辑和约束关系的约束方程；④模型中涉及的各种参数。建立运筹学模型的本质就是将问题中决策变量、参数、目标以及约束之间的关系用适当的形式表示出来。一个具体问题的模型必须建立在调查研究的基础上，必须有真实数据的支持，所以建模和求解时一定要先做好数据准备。

3. 模型求解与检验

这里主要指用数学方法或其他方法对第二步中建立的模型进行求解。根据问题需求，可分别求出最优解、次优解或满意解。对于复杂模型的求解可通过计算机来实现。依据决策者对解的精度要求不同，可将解分为精确解和近似解两种。然而不管是哪种解，由于模型和实际问题总是存在一定差异，都需要对其进行相应的检验。通过检验，首先检查求解步骤和程序是否有误，然后检查模型是否反映现实问题，只有当模型较准确地反映实际问题时，运筹学求解问题才达到了理想的效果。其次要分析模型中的参数发生小范围变化时对解的影响。如果解对参数变化的反应不过于灵敏，则在实际中可能会更容易应用。

4. 结果分析与方案实施

运筹学研究的最终目的是提高被研究系统的效率，因此，求解方案的实施是很重要的步骤，同时也是比较困难的一步。在这一步，最重要的是对模型解的实际意义给予解释并将其交给管理决策者，同时还要考虑方案在实施过程中可能产生哪些问题以及遇到问题时如何修改模型等。如果管理决策者认为可以实施，则运筹学的分析结果得以实现；如果认为仍不能实施，则要再次对问题进行分析并适当修改模型。只有最优化的方案得到顺利实施后，前面各步骤所做的工作才算是真正有价值。

运筹学应用的实例 1：年度配矿计划优化

1. 问题的提出

某大型冶金矿山公司共有 14 个出矿点，年产量及各矿点矿石的平均品位（含铁量的百分比）如表 1-1 所示。

表 1-1 各矿点的采矿量及品位

矿点号	出矿量/万吨	平均铁品位/%	矿点号	出矿量/万吨	平均铁品位/%
1	70	37.16	8	15.4	48.34
2	7	51.25	9	2.7	49.08
3	17	40.00	10	7.6	40.22
4	23	47.00	11	13.5	52.71
5	3	42.00	12	2.7	56.92
6	9.5	49.96	13	1.2	40.73
7	1	51.41	14	7.2	50.20

按照炼铁生产要求，在矿石产出后，需按要求指定的品位值 T_{Fe} 进行不同品位矿石的混合配料，然后进入烧结工序。最后，将小球状的烧结球团矿送入高炉进行高温冶炼，生产出生铁。

该企业要求：将这 14 个出矿点的矿石进行混合配矿。依据生产设备及生产工艺要求，混合矿石的平均品位 T_{Fe} 规定为 45%。

问：应如何配矿才能获得最佳效益？

2. 分析与建模

这是一个线性规划问题，根据资料可进行如下处理：

(1) 决策变量。设 x_j ($j=1, 2, \dots, 14$) 分别表示出矿点 1~14 所产矿石中参与配矿的数量（单位：万吨）。

(2) 约束条件。包括三部分：

1) 供给（资源）约束：参与配矿量不能超过各矿点实际采掘量。

$$x_1 \leq 70, x_2 \leq 7, x_3 \leq 17, x_4 \leq 23, x_5 \leq 3, x_6 \leq 9.5, x_7 \leq 1, x_8 \leq 15.4, x_9 \leq 2.7, \\ x_{10} \leq 7.6, x_{11} \leq 13.5, x_{12} \leq 2.7, x_{13} \leq 1.2, x_{14} \leq 7.2$$

2) 品位约束：按工艺要求必须达到 45%。

$$0.3716x_1 + 0.5125x_2 + 0.4x_3 + 0.47x_4 + 0.42x_5 + 0.4996x_6 + 0.5141x_7 + \\ 0.4834x_8 + 0.4908x_9 + 0.4022x_{10} + 0.5271x_{11} + 0.5692x_{12} + 0.4073x_{13} + 0.502x_{14} \\ = 0.45 \sum_{j=1}^{14} x_j$$

3) 非负约束： $x_j \geq 0, j=1, 2, \dots, 14$ 。

(3) 目标函数：此题目要求“效益最佳”有一定的模糊性，由于配矿后的混合矿石将作为后面工序的原料而产生利润，故在初始阶段，可将目标函数选作配矿总量的极大化。