

国家自然科学基金优秀青年科学基金项目 (51322401)

国家自然科学基金煤炭联合基金重点项目 (U1261201)

国家重点基础研究发展计划 (973计划) 项目 (2013CB227900)

中国矿业大学 “211工程” 三期创新人才培养项目资助出版

Baoshui Caimei De Geshui Guanjianceng Moxing Ji Lixue Fenxi

保水采煤的隔水关键层 模型及力学分析

浦 海 著

中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

国家自然科学基金优秀青年科学基金项目(51322401)

国家自然科学基金煤炭联合基金重点项目(U1261201)

国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2013CB227900)

中国矿业大学“211 工程”三期创新人才培养项目资助出版

保水采煤的隔水关键层 模型及力学分析

浦 海 著

中国矿业大学出版社

内 容 简 介

本书以采动覆岩隔水关键层为研究对象,系统分析了其结构和渗流力学特性,并介绍了在此基础上建立的隔水关键层保护原理在神东矿区保水采煤实践中的应用,为我国煤矿开展保水采煤,保护地下水资源,避免水害威胁提供了可借鉴的经验。

本书内容属于力学、采矿、煤矿安全、岩土工程等学科的交叉领域,可供力学、采矿、煤矿安全、岩土工程等领域的广大科技工作者和高校师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

保水采煤的隔水关键层模型及力学分析 / 浦海著.

徐州:中国矿业大学出版社,2014.1

ISBN 978 - 7 - 5646 - 2207 - 7

I. ①保… II. ①浦… III. ①煤矿开采—不透水
层—关键层—模型—研究 IV. ①TD31②TD742

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第003565号

书 名 保水采煤的隔水关键层模型及力学分析

著 者 浦 海

责任编辑 吴学兵

出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司

(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)

营销热线 (0516)83885307 83884995

出版服务 (0516)83885767 83884920

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

印 刷 徐州中矿大印发科技有限公司

开 本 787×960 1/16 印张 7.75 字数 139 千字

版次印次 2014年1月第1版 2014年1月第1次印刷

定 价 28.00元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)



前 言

新型工业化道路以及循环经济的提出迫使人们考虑“绿色矿业”问题。国务院《关于促进煤炭工业健康发展的若干意见》中对煤炭工业提出了更具体的要求。例如,在指导思想中提出“走资源利用率高、安全有保障、经济效益好、环境污染少和可持续的煤炭工业发展道路”,同时提出要“统筹煤炭工业与相关产业协调发展、统筹煤炭开发与生态环境协调发展、统筹矿山经济与区域经济协调发展的要求”。在发展目标中具体提出“用3~5年时间,矿区生态环境恶化的趋势初步得到控制,再用5年左右时间,形成以煤炭加工转化、资源综合利用和矿山环境治理为核心的循环经济体系”。显然,该意见中的三个统筹就是要把矿区资源优势变成经济优势,就是要把矿区变成矿工的绿色家园。

近年来,我国已兴起了关于“资源与环境协调开发的绿色开采技术”的研究与开发工作。学术界已初步提出了关于煤炭资源绿色开采的概念与技术体系,其技术体系包括:岩层移动与地表沉陷控制及地面土地保护、煤与瓦斯共采、保水开采与煤水共采、矸石充填与资源化利用等。

我国西部干旱半干旱地区,降水量少,蒸发量大,导致水资源严重缺乏和生态环境的脆弱,由于人为的采矿活动,更加剧了水资源

和生态环境的破坏,造成植被枯死、土地沙化、水土流失等环境灾害。以晋陕蒙交界的神华矿区为例,该区是我国已探明煤炭储量最大的煤田,也是世界七大煤田之一,煤层赋存好、储量丰富、煤质优良、开采条件优越。因为缺水,区内的自然环境已从公元5世纪的肥沃草原环境退化成现在的亚沙漠环境。区内主要含水层为第四系上更新统萨拉乌苏组含水层,局部含水的烧变岩含水层处于主采煤层上部和煤层浅部,如不加控制,大规模的煤炭开采活动会破坏含水层,造成潜水位下降、居民水井干涸、地表植被死亡、土壤沙化、水土流失等系列问题。

长期以来,煤炭开采都将水视为灾害来治理,对其实行“疏排堵截”为主的治理思想,降低顶底板含水层的水位,疏放相邻区段煤层顶底板的含水层,为工作面采掘消除水患。在煤炭开采过程中,无论是矿井的正常涌水,还是以防治矿井水害为目的进行的人为疏干排水和采动形成的导水裂隙对煤系含水层的自然疏干,都会不同程度地影响或破坏含水层,造成地下水资源的极大浪费,还污染水环境。因此,无论从自然环境和资源开发协调发展的角度出发,还是从当前矿山企业自身发展的生产和生活用水问题出发,深入研究采煤过程中与水资源保护和利用相关的理论和应用基础问题是十分必要和迫切的,是开发绿色采矿技术的重要内容之一。

本书主要从五个方面系统分析了隔水关键层的结构和渗流力学特性,并介绍了在此基础上建立的隔水关键层保护原理在神东矿区保水采煤实践中的应用。第一,在岩层控制的结构关键层概念和传统的隔水层概念基础上提出了隔水关键层的基本概念。第二,建

立了隔水关键层的基本力学模型,系统研究了隔水关键层的结构及渗流稳定性,给出了隔水关键层渗流系统的失稳判别条件。第三,在传统物理模型试验的基础上,引入了数字图像分析手段,分析了隔水关键层的隔水性能,为实现保水采煤提供了创新技术途径。第四,基于岩石渗流-损伤耦合模型,模拟了隔水关键层的岩层移动及裂隙演化特征,同时系统分析了贯通裂隙与渗流分布的基本特征。第五,提出了保护矿区水资源的隔水关键层原理与方法,并成功地运用到神东矿区保水采煤实践中。

本书的写作和出版得到了国家自然科学基金优秀青年科学基金项目(51322401)、国家自然科学基金煤炭联合基金重点项目(U1261201)、国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2013CB227900)、中国矿业大学“211 工程”三期创新人才培养项目等项目的资助。

由于作者水平所限及时间仓促,书中难免存在疏漏和不足之处,恳切希望同行专家和广大读者给予批评指正。

作者

2013 年 8 月

目 录

1	保水采煤隔水关键层的基本概念及力学分析	1
1.1	保水采煤隔水关键层的基本概念	1
1.2	隔水关键层的结构稳定性分析	2
1.3	隔水关键层的渗流稳定性分析	7
1.4	本章小结	14
2	破碎岩石的压实渗流特性实验研究	15
2.1	破碎岩石压实渗透仪及实验系统	15
2.2	试件制备与实验方案	17
2.3	实验过程及数据采集	20
2.4	实验结果及分析	23
2.5	本章小结	44
3	采场顶板隔水关键层破断特征的物理模拟	45
3.1	试验设计及方案	45
3.2	数字图像相关法	51
3.3	试验结果及分析	54
3.4	本章小结	72
4	采动覆岩隔水关键层渗流特性的数值模拟	73
4.1	采动覆岩隔水关键层数值计算模型及方案	73
4.2	采动覆岩破断裂隙演化与渗流特征	75
4.3	采动覆岩隔水关键层的隔水能力分析	87
4.4	本章小结	93

5 神东矿区保水采煤工程实践.....	95
5.1 保水采煤的隔水关键层保护原理.....	95
5.2 神东矿区水文地质结构系统与保水分区.....	96
5.3 采动覆岩导水裂隙通道发育规律	100
5.4 有隔水层区上覆含水层保水开采	104
5.5 本章小结	107
参考文献.....	109

1 保水采煤隔水关键层的基本概念及力学分析

本章首先给出保水采煤隔水关键层的定义,并阐述其基本原理。其次,建立隔水关键层的结构力学模型,并对其结构稳定性进行分析。若能保持结构稳定,则必然可以发挥隔水性能,若结构发生失稳,则需分析渗流的稳定性。因此,最后建立层状岩体渗流的非线性动力学模型,进行系统稳定性分析,给出系统失稳判别条件。若能保持渗流稳定,则仍发挥隔水性能,实现安全保水采煤。

1.1 保水采煤隔水关键层的基本概念

一般煤系地层有显著的分层特性,有些岩层比较坚硬,有很好的承载能力,有些岩层(含泥或黏土矿物)比较软弱,具有良好的抗渗流能力。一般突水工作面到水源之间会被若干层岩层所阻隔,而各岩层由于其分层特性和所处采动岩体中的位置不同,其隔水性能是不同的,水最终需要穿透的那部分岩层或最终被阻隔住的岩层被称为隔水关键层。水要突破隔水关键层有两条途径,即天然构造通道和采动裂隙贯通,无论哪一条通道被贯通或两条通道被同时贯通,突水通道也即形成。

根据煤系地层的构造特征,我们可以推断出隔水关键层具有三层含意:其一,水源与工作面之间有明显的较厚软弱隔水层(例如厚表土层),则不易形成突水灾害;其二,假设煤层上部含水层在结构关键层的上方,或煤层下部含水层在结构关键层的下方,如果结构关键层采动后不破断,则结构关键层可起到隔水作用,同时就是隔水关键层;其三,如果结构关键层采动后会发生破断,但破断裂隙被软弱岩层所充填,裂隙被弥合,不形成渗流突水通道,则结构关键层与软弱岩层组合形成复合隔水关键层。由隔水关键层的含意可知,隔水关键层与岩层控制中的结构关键层之间,既有区别,也有共性。因此,我们可以

将煤矿突水灾害防治和水资源保护的目标选定为对隔水关键层完整性的保护,也即控制不形成突水通道或渗流突变通道。

1.2 隔水关键层的结构稳定性分析

1.2.1 隔水关键层的结构稳定性分析模型

这里以4层岩层的组合为例,建立采动覆岩隔水关键层结构力学分析模型。4层岩层组成的隔水关键层力学模型如图1-1所示。为便于力学分析,这里对其进行如下简化:① 将其力学模型视为平面应变问题;② 模型中将岩性不同的岩层分为两类,一类为坚硬岩层,另一类为软弱岩层,假设各坚硬岩层的岩性和几何参数相同,即弹性模量为 E_y ,泊松比为 μ_y ,厚度为 h ,各软弱岩层的岩性和几何参数相同,弹性模量为 E_r ,泊松比为 μ_r ,总厚度为 $2h$;③ 覆岩压力及水压对隔水关键层的作用为均布载荷,集度为 q ;④ 两端为固支。这样就简化为上表面受均布载荷作用的两端固支梁,跨度取工作面推进距 l ,横截面高度取 $4h$,宽度取单位长度。

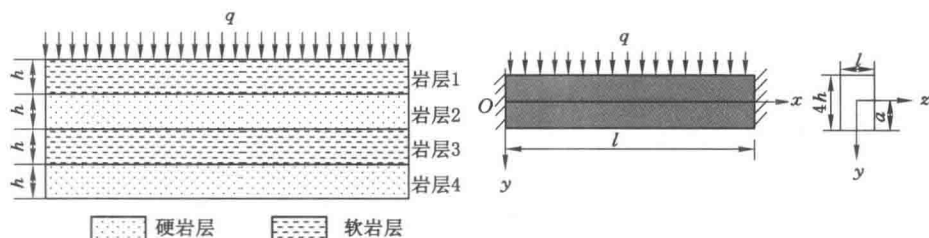


图 1-1 4 层岩层组成的隔水关键层力学模型

1.2.2 隔水关键层横截面上应力分布

该梁的剪力图和弯矩图如图1-2所示,梁的两端截面和中间截面均有可能产生最大拉、压应力,中间截面处剪力为零。

为分析隔水关键层两端固支梁横截面上的弯曲正应力,假设梁各层之间变形是连续的,并且满足经典梁理论中的平面假设。取图1-1中所示坐标系,其中 z 轴为中性轴,其位置随截面组合而变化, a 为中性轴到下表面的距离。设第 k 种组合复合梁中性层的曲率半径为 ρ_k ,第 i 层截面内的正应力为

$$\sigma_i = \frac{E_i}{1 - \mu_i^2} \frac{y}{\rho} \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (1-1)$$

这里自上而下 $i=1, 2, 3, 4$ 。

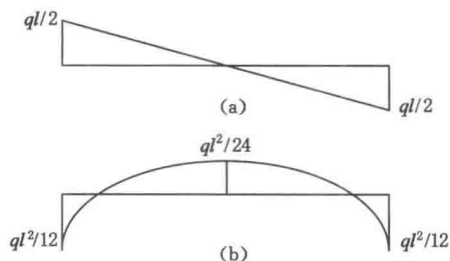


图 1-2 隔水关键层的剪力和弯矩图

(a) 剪力图; (b) 弯矩图

梁横截面上作用的轴力为 N , 弯矩为 M , 由静力学平衡方程得

$$\sum_{i=1}^4 \int_{a-4h+\sum_{k=0}^{i-1} h_k}^{a-4h+\sum_{k=0}^i h_k} \frac{E_i}{1 - \mu_i^2} \frac{y}{\rho} dy = M \quad (1-2)$$

$$\sum_{i=1}^4 \int_{a-4h+\sum_{k=0}^{i-1} h_k}^{a-4h+\sum_{k=0}^i h_k} \frac{E_i}{1 - \mu_i^2} dy = N \quad (1-3)$$

其中, $h_i (i=1, 2, 3, 4)$, $h_0=0$, a 为中性轴到下表面的距离。

4 个岩层的截面惯性矩分别为

$$I_i = \int_{a-4h+\sum_{k=0}^{i-1} h_k}^{a-4h+\sum_{k=0}^i h_k} y^2 dy$$

每个岩层的截面惯性矩随中性轴位置变化, 将其代入式(1-2), 得

$$\frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^4 \frac{E_i I_i}{1 - \mu_i^2} = M$$

则复合关键层的曲率半径为

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i I_i}{1 - \mu_i^2}}{M} \quad (1-4)$$

将式(1-4)代入式(1-1), 得横截面上自上而下各层的正应力计算公式如下:

$$\sigma_i = \frac{M \frac{E_i}{1-\mu_i^2} y}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1-5)$$

由式(1-5)可见,横截面上最大拉、压应力随不同截面各个岩层的厚度变化而变化,同时横截面上的中性面的位置也是随着截面各个岩层的厚度变化而变化,即 a 随着 $h_i (i=1, 2, 3, 4)$ 的变化而变化,下面计算 a 值。

任意截面上的正应力之和应为零,即

$$\sum_{i=1}^4 \int \sigma_i dy = 0 \quad (1-6)$$

将式(1-5)带入式(1-6)得

$$\sum_{i=1}^4 \int_{a-4h+\sum_{k=0}^{i-1} h_k}^{a-4h+\sum_{k=0}^i h_k} \frac{M \frac{E_i}{1-\mu_i^2} y}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} dy = 0 \quad (1-7)$$

上式展开后是关于 a 的一次方程,解之即可得到中性面的位置。

为求解剪应力,在第 i 层上取一长度为 dx 截面,如图 1-3 所示。

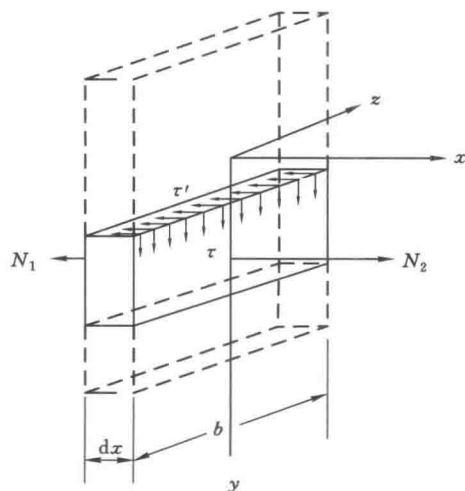


图 1-3 隔水关键层剪应力求解示意图

$$N_1 = \int_A \sigma dA = \sum_{n=1}^i \int_{A_n} \sigma_n dA_n$$

$$N_2 = \int_A (\sigma + d\sigma) dA = \sum_{n=1}^i \int_{A_n} (\sigma_n + d\sigma_n) dA_n \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1-8)$$

将式(1-5)代入式(1-8)得

$$N_1 = \sum_{n=1}^i \int_{A_n} \frac{ME_n y_1}{\sum_{i=1}^4 E_i I_i} dA_n = \sum_{i=1}^n \frac{M \frac{E_n}{1-\mu_n^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} \int_{A_n} y_1 dA_n = \sum_{n=1}^i \frac{M \frac{E_n}{1-\mu_n^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} S_n^* \\ N_2 = \sum_{n=1}^i \int_{A_n} \frac{(M + dM) \frac{E_n}{1-\mu_n^2} y_1}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} dA_n = \sum_{n=1}^i \frac{(M + dM) \frac{E_n}{1-\mu_n^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} S_n^* \quad (1-9)$$

其中, $S_n^* = \int_{A_n} y_1 dA_n$ 是第 i 层岩层对中性轴的静矩。

在所切的平面上的内力为

$$dQ' = \tau_i' b dx \quad (1-10)$$

在 x 轴上保持静力平衡,

$$\sum X = 0 \quad \text{即} \quad N_2 - N_1 - dQ' = 0 \quad (1-11)$$

将式(1-10)带入得

$$\tau_i' = \sum_{n=1}^i \frac{\frac{E_n}{1-\mu_n^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} S_n^* \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{dM}{dx} \quad (1-12)$$

由条件得 $\frac{dM}{dx} = Q$, 且由剪应力互等定理得

$$\tau_i = \tau_i' = \sum_{n=1}^i \frac{\frac{E_n}{1-\mu_n^2}}{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1-\mu_i^2} I_i} S_n^* \cdot \frac{1}{b} \cdot Q \quad (1-13)$$

其中, b 为梁的宽度。

和弯曲正应力相比, σ_y 的值很小, 可以忽略不计。

1.2.3 隔水关键层的变形

隔水关键层简化为平面应变梁, 假设其在外载荷作用下的变形与某单层梁等效, 等效单层梁弹性模量为 E_c^k , 厚度为 $h_c^k = 4h$, 则等效单层梁截面惯性矩为

$$I_e = \frac{h_e^3}{12} = \frac{64h^3}{12}$$

令两者的刚度相等,有

$$E_e I_e = \sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1 - \mu_i^2} I_i$$

由此求得等效弹性模量为

$$E_e = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{E_i}{1 - \mu_i^2} I_i}{I_e} \quad (1-14)$$

由图 1-1 中所示坐标系,复合梁挠曲线微分方程为

$$E_e I_e \frac{d^4 y}{dx^4} = q \quad (1-15)$$

其通解为

$$y = \frac{q}{E_e I_e} \left(\frac{1}{24} x^4 + \frac{1}{6} C_1 x^3 + \frac{1}{2} C_2 x^2 + C_3 x + C_4 \right)$$

考虑两端固支梁的边界条件,有 $C_1 = -\frac{l}{2}$, $C_2 = \frac{l^2}{12}$, $C_3 = C_4 = 0$,从而隔水关键层的挠曲线为

$$y = \frac{q}{E_e I_e} \left(\frac{1}{24} x^4 - \frac{l}{12} x^3 + \frac{l^2}{24} x^2 \right) \quad (1-16)$$

该梁最大挠度值在梁的中点处,即 $x = \frac{l}{2}$ 处。

为了便于直观地显示理论分析的结果,下面通过设计不同计算方案,选取具体的数据代入上述公式进行求解。隔水关键层总厚度取 40 m,改变软岩层厚度的不同组合,形成隔水关键层的 5 种模式,对应设计 5 种计算方案。

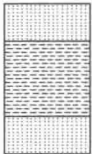
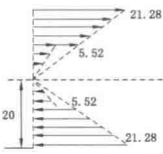
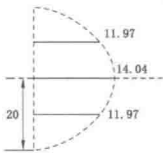
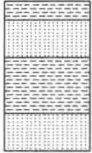
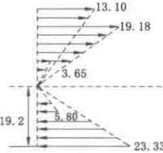
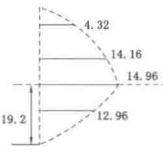
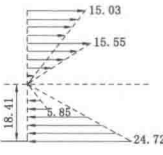
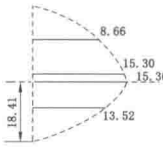
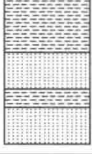
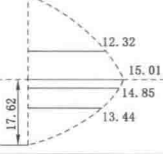
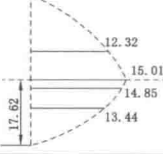
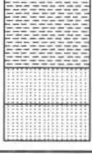
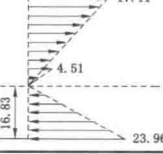
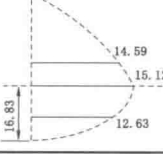
表 1-1 计 算 方 案

		方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 5
隔 水 关 键 层	软岩/m	0	5	10	15	20
	硬岩/m	10	10	10	10	10
	软岩/m	20	15	10	5	0
	硬岩/m	10	10	10	10	10

不同方案隔水关键层中性层位置不同,正应力沿截面高度变化不连续。取模型: $l=80$ m, $E_y=40$ GPa, $\mu_y=0.3$, $E_r=20$ GPa, $\mu_r=0.35$, $q=10$ MPa。

代入上述公式,经计算得到 5 种方案两端横截面正应力分布、最大拉应力、最大压应力和剪应力,结果列入表 1-2 中。计算得到 5 种方案最大挠度值分别也列于表 1-2 中。

表 1-2 5 种计算方案截面应力分布及最大挠度值

方案	横截面	两端正应力分布	两端剪应力分布	两端截面应力/MPa			$y_{\max}^k$ /mm
				最大拉应力	最大压应力	最大剪应力	
1				21.28	21.28	14.04	484
2				19.18	23.33	14.96	552
3				15.55	24.72	15.36	611
4				16.47	25.01	15.01	645
5				17.11	23.96	15.12	648

1.3 隔水关键层的渗流稳定性分析

本节将复合隔水关键层视为由多岩层组成的孔隙介质,各岩层的矿物成

分不同、应力—应变状态不同决定了各岩层的渗透特性(渗透率、非 Darcy 流 β 因子和加速度系数)不同,水在岩层中的渗流失稳引发突水。

1.3.1 隔水关键层渗流的非线性动力学模型

设隔水关键层由 n 层岩石组成,各层的厚度为 h_i ,孔隙率为 φ_i ,渗透率为 k_i ,非 Darcy 流 β 因子为 β_i ,加速度系数为 c_a^i ,两端的压力为 p_{i-1} 和 p_i ($i=1,2,\dots,n$),见图 1-4。岩层渗流的动力学方程由质量方程、动量方程、孔隙压缩方程和流体压缩方程组成,对于一维无源流动,当忽略体积力时,这些方程分别为^[102]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\varphi_i \rho)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V) &= 0 \\ \rho c_a^i \frac{\partial V}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mu}{k_i} V + \beta_i \rho V^2 \\ \varphi_i &= \varphi_0^i (1 + c_\varphi^i p) \\ \rho &= \rho_0 (1 + c_f p) \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-17)$$

式中, V 为渗流速度; p 为流体的相对压力; ρ 和 μ 分别为水的质量密度和动力黏度; ρ_0, φ_0^i 分别为参考压力 p_0 下对应的流体质量密度和第 i 层岩石的孔隙率; c_f 为流体的等温压缩系数; c_φ^i 为第 i 层岩石的孔隙压缩系数。

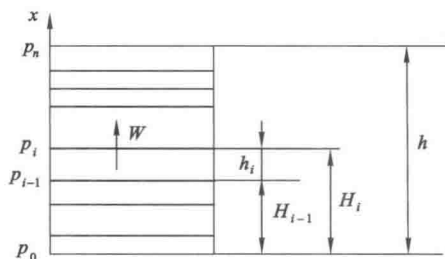


图 1-4 层状岩体渗流的动力学模型

假设 $c_f p \ll 1, c_\varphi^i p \ll 1$ ($i=1,2,\dots,n$),则孔隙压缩方程与流体压缩方程可以合写为

$$\frac{\partial(\rho \varphi_i)}{\partial t} = \rho_0 \varphi_0^i c_t^i \frac{\partial p}{\partial t} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-18)$$

式中, $c_t^i = c_f + c_\varphi^i$ ($i=1,2,\dots,n$),为第 i 层岩石的综合压缩系数。这样,控制方程可化为

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 \varphi_0^i c_i^i} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{c_a^i} \left[-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0 (1 + c_f p)} \left(\frac{\mu}{k_i} W - \beta_i W^2 \right) \right] + \frac{c_f}{\rho_0 \varphi_0^i c_i^i (1 + c_f p)} W \frac{\partial W}{\partial x} \end{cases} \quad \{t \in [0, +\infty), x \in (H_{i-1}, H_i), i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1-19)$$

式中, $H_i = \sum_{j=1}^i h_j, i = 1, 2, \dots, n$; W 表示动量密度, 即 $W = \rho V$ 。当忽略水的压缩性时, 式(1-19)可以简化成

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 \varphi_0^i c_i^i} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{c_a^i} \left[-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\mu}{k_i} W - \beta_i W^2 \right) \right] \end{cases} \quad \{t \in [0, +\infty), x \in (H_{i-1}, H_i), i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1-20)$$

式(1-20)即为岩层渗流系统的动力学模型。动力系统方程(1-20)的平衡态由方程(1-21)确定

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = 0: \frac{\partial(W_s)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial t} = 0: -\frac{\partial p_s}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \left(-\frac{\mu}{k_i} W_s + \beta_i W_s^2 \right) = 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-21)$$

可见, 平衡态各层岩石的动量密度呈均匀分布, 从而压力梯度为常量。由式(1-21)直接积分, 可以得到

$$\begin{cases} W_s = \text{const} \\ p_{i-1} - p_i = \frac{h_i}{\rho_0} \left(\frac{\mu}{k_i} W_s - \beta_i W_s^2 \right) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-22)$$

将式(1-22)中第二式对 i 求和, 得到

$$G_p = A W_s - B W_s^2 \quad (1-23)$$

其中

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{h_i \mu}{\rho_0 h k_i}, B = \sum_{i=1}^n \frac{h_i \beta_i}{h \rho_0}, G_p = \frac{p_0 - p_n}{h}, h = H_n = \sum_{i=1}^n h_i \quad (1-24)$$

式中, h 为岩层的总厚度, G_p 为岩层的平均压力梯度, A 和 B 是反映岩层渗透特性的综合参量。

由式(1-23)可以看出, 层状岩体渗流系统平衡态的存在性由判别式

$$D = A^2 - 4BG_p \quad (1-25)$$

决定, 即当 $D > 0$ 时, 系统存在两个平衡态