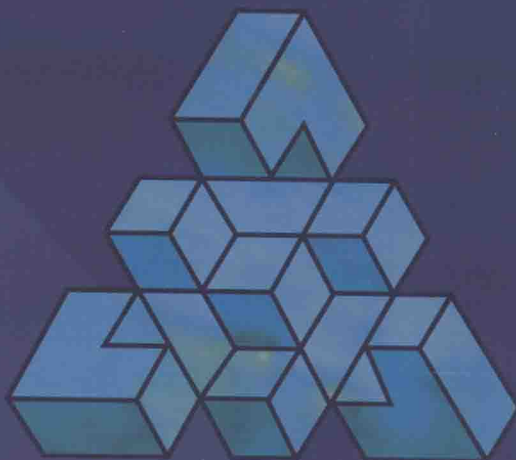




普通高等教育“十三五”规划教材  
广东省精品课程“大学物理实验”配套教材  
广东省高等学校物理实验教学示范中心建设成果




# 大学物理实验教程

## (修订版)

College Physics Experiment Course Revised Edition

◎ 黄义清 李斌 周有平 主编

 中国工信出版集团



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十三五”规划教材  
广东省精品课程“大学物理实验”配套教材  
广东省高等学校物理实验教学示范中心建设成果

# 大学物理实验教程

## (修订版)

主 编 黄义清 李 斌 周有平  
副主编 陈国杰 谢嘉宁 张潞英 李 娜

电子工业出版社  
Publishing House of Electronics Industry  
北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书是广东省精品课程“大学物理实验”配套教材和广东省高等学校物理实验教学示范中心建设成果。全书分为4章,共37个实验,包括力学、热学、声学、光学、电学、磁学、光纤通信、光电检测等实验。第1章介绍误差、不确定度和数据处理的基本知识,第2章为基础性实验,第3章为综合与应用性实验,第4章为设计与研究性实验。实验项目实用性和新颖性较强,插图(包括仪器接线图)清晰且美观。叙述浅显易懂,且便于教学。

本书可作为本科院校“大学物理实验”课程教材,也可作为广大物理实验爱好者的学习参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程 / 黄义清, 李斌, 周有平主编. —修订本. —北京: 电子工业出版社, 2016.3  
ISBN 978-7-121-28227-0

I. ①大… II. ①黄… ②李… ③周… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33  
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 040303 号

策划编辑: 戴晨辰

责任编辑: 戴晨辰

印 刷: 北京季蜂印刷有限公司

装 订: 北京季蜂印刷有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编: 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 12.75 字数: 326.4 千字

版 次: 2012 年 6 月第 1 版

2016 年 3 月第 2 版

印 次: 2016 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 25.50 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 [zltz@phei.com.cn](mailto:zltz@phei.com.cn), 盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

服务热线: (010) 88258888。

# 前 言

我们每个人无时无刻不用到物理知识，例如我们上网利用光纤通信、打手机利用电磁波、照镜子利用光反射等。然而，物理学不是凭空想象的，而是以实验和测量为依据的，正如著名物理学家丁肇中教授所说：“实验是自然科学的基础。实验可以推翻理论，理论不可以推翻实验。”大学物理实验是高等学校理工科学生必修的一门重要基础课，它对培养大学生严谨的科学态度和工作作风、提高实验技能、加深对物理知识的理解起着十分重要的作用。其基本任务是让学生用实验的方法去发现问题、分析问题和解决问题，培养学生的实验能力和科学素质。

本书是 2009 年由陈国杰、谢嘉宁、黄义清主编的《大学物理实验》和 2012 年由黄义清、李斌、周有平主编的《大学物理实验教程》的修订版，本书反映了近年来全国大学物理实验的改革趋势，是“大学物理实验”广东省精品课程、广东省高等学校物理实验教学示范中心建设成果。

本书有如下特点：

① 根据学生的认知和能力培养规律，建立了由基础性实验、综合与应用性实验、设计与研究性实验组成的结构体系；

② 注重实验内容的新颖性、综合性和应用性，删除了一些与中学物理实验重叠或过时的实验项目，更新了光调制法测量光速实验，修改了声速测量、RLC 串联电路的稳态特性、分光计的调节及棱镜折射率的测定、光的等厚干涉、霍尔效应与应用、磁化曲线和磁滞回线测量等实验，并增加了白光 LED 特性测量、太阳能电池特性测量等一批综合性、设计性实验项目，自主开发了一批反映科研成果的提高型实验；

③ 实验原理叙述简练，突出物理思想；

④ 在介绍实验原理之前，增加了“预备问题”，让学生带着问题去预习实验和做实验，以提高教学质量；

⑤ 实验插图用专业软件绘制，清晰且美观；

⑥ 增加了诺贝尔物理学奖的介绍，以激发学生学习物理的兴趣。

全书共 4 章，包含 37 个实验。

第 1 章介绍误差、不确定度和数据处理的基本知识。

第 2 章为基础性实验，包含 12 个实验，强调基本实验原理、基本实验技能、基本数据处理方法。

第 3 章为综合与应用性实验，包含 17 个实验，着重培养学生的综合应用知识能力和综合实验技能。

第 4 章为设计与研究性实验，包含 8 个实验，着重培养学生自主设计实验、进行科学研究和实验创新的能力。

本书由黄义清、李斌、周有平任主编，由陈国杰、谢嘉宁、张潞英、李娜任副主编。由于本书编写时间仓促，书中难免出现错漏之处，恳请读者批评指正。

编 者

# 目 录

绪论	1
第 1 章 误差、不确定度和数据处理的基本知识	4
第 1 节 测量与误差	4
第 2 节 测量不确定度和测量结果的报道	9
第 3 节 有效数字及其运算	15
第 4 节 常用数据处理方法	18
第 2 章 基础性实验	24
实验 1 基本测量	24
实验 2 示波器的原理与应用	29
实验 3 液体粘滞系数的测定	39
实验 4 刚体转动惯量的测定	43
实验 5 光杠杆法测金属丝的杨氏模量	48
实验 6 声速测量	52
实验 7 用非平衡直流电桥研究热电阻的温度特性	56
实验 8 用双臂电桥测低电阻	60
实验 9 RLC 串联电路的稳态特性	68
实验 10 分光计的调节及棱镜折射率的测定	72
实验 11 迈克尔逊干涉仪测光波波长	80
实验 12 光的等厚干涉	84
第 3 章 综合与应用性实验	89
实验 13 不同材料导热系数的测定	89
实验 14 温度传感与测量	92
实验 15 霍尔效应与应用	97
实验 16 用霍尔传感器测杨氏模量	102
实验 17 音频信号光纤传输技术	106
实验 18 磁化曲线和磁滞回线测量	113
实验 19 大功率白光 LED 特性测量	119
实验 20 太阳能电池特性的测量	123
实验 21 用非线性电路研究混沌现象	128
实验 22 光调制法测量光速	133
实验 23 双光栅测量微弱振动位移量	140
实验 24 偏振光的研究	145
实验 25 用分光计测光栅常数及角色散率	150
实验 26 激光全息照相	154

实验 27	调制传递函数的测量与透镜像质评价	159
实验 28	光电效应与普朗克常数的测定	163
实验 29	电光调制	169
<b>第 4 章</b>	<b>设计与研究性实验</b>	<b>176</b>
实验 30	用单摆测量重力加速度	176
实验 31	电路元件伏安特性的研究	176
实验 32	电阻测量的设计	178
实验 33	电表的设计与校准	179
实验 34	全息光栅的制作	180
实验 35	水波多普勒效应的研究	183
实验 36	不规则面积的非接触测量	185
实验 37	基于计算机声卡的电机转速测量	187
附录 A	常用物理量表	189
附录 B	诺贝尔物理学奖与物理实验	196

# 绪 论

我们每个人无时无刻不用到物理知识，例如我们上网利用光纤通信、打手机利用电磁波、照镜子利用光反射等。因此，物理学是一门重要的基础科学，是现代技术的支柱。然而，物理学不是凭空想象的，而是以实验和测量结果为依据的，许多理论和规律都是以实验的新发现为依据被提出来而又被进一步实验所验证的，因此物理实验对物理学概念的形成、定律的建立和发展起着十分重要的作用，正如著名物理学家丁肇中教授所说：“实验可以推翻理论，理论不可以推翻实验。”

## 1. 物理实验的目的与要求

高等学校物理实验课程的目的是通过实验课的预习、仪器使用、实验操作、现象观察、数据记录及处理、实验结果分析等环节，使学生掌握实验的基本知识和基本方法。通过实验使学生感知物理现象及其演变过程，加深对物理知识的理解，在实验技能技巧等方面受到系统而严格的训练；实验中出现的物理现象、异常结果和仪器故障有利于培养学生提出问题、分析问题和解决问题的能力；实验课严格的要求和规范的管理可以培养学生严谨的科学态度和工作作风。物理实验是学生进入大学后最早接触的实验课程，因此对学生专业素质的培养起着重要的作用，也将为学习后续课程打下良好的基础。

通过本课程的学习，应达到如下要求：

- ① 掌握实验原理和实验方法；
- ② 了解常用实验仪器的结构、工作原理，能熟练使用仪器，操作规范，读数正确；
- ③ 掌握误差的基本理论及实验结果的评价方法；
- ④ 掌握实验数据表格的设计和记录、处理方法，如作图法、逐差法、回归法等；
- ⑤ 具备科学研究的初步能力和科学素养。

## 2. 物理实验的教学环节

物理实验的教学包括课前预习、实验操作和实验报告三个环节。

### (1) 课前预习

预习是实验的基础，不预习做不好实验，边预习边实验也不科学。学生要发挥自己的主动性，不能依赖和满足于教师的一般性介绍。该环节要求如下：

- ① 认真阅读教材，了解实验目的和要求，理解实验原理、实验方法和实验步骤，完成预习思考题。
- ② 到实验室认识仪器，阅读仪器使用说明书，了解仪器的结构、工作原理、主要性能、使用方法和操作注意事项；练习仪器的调整、量程的选择、读数方法等。
- ③ 写出预习报告。预习报告应包括：I. 实验名称；II. 原理摘要（包括原理扼要说明、主要公式、电路图、光路图，不要照抄实验指导书）；III. 主要仪器设备；IV. 注意事项摘要；V. 列出数据记录表格，其中，要标明实验条件和实验参数，以及各物理量的符号、单位和数量级；VI. 回答预习思考题。

## (2) 实验操作

实验操作环节是实验的主体, 要求学生在教师指导下独立完成实验操作的全过程。该环节要求如下:

① 对照实验图正确连接实验仪或实验装置, 仪器摆设要合理, 便于检查、操作和读数。仔细检查无误后才开始做实验。

② 按仪器操作规程调整仪器, 合理选择量程。

③ 细心操作, 注意观察实验现象, 认真记录测量数据, 正确表示测量值的有效数字和单位。要注意思考分析, 看是否有异常现象或数据, 如有应及时找出原因并加以解决。

④ 记录实验条件和仪器的主要参数、型号、编号, 以及实验组别。如实记录实验中遇到的问题、故障及可疑现象。

⑤ 要科学分析实验数据和结果。实验数据与标准数据有所差别, 不能笼统地说实验结果不好。因为任何实验结果都是有误差的, 问题是误差有多大? 是否合理? 如果误差在允许范围内, 那就正常。如果误差太大, 就要分析产生误差的原因, 首先要检查自己操作和读数是否正确? 实验条件是否满足? 其次检查仪器和装置是否工作正常? 千万不要拼凑数据。

## (3) 实验报告

实验报告是实验工作的总结, 是实验课的重要组成部分。实验报告一般包括以下几个部分。

① 实验名称。

② 实验原理摘要。扼要地叙述实验的物理思想和实验方法, 计算公式及成立条件, 画出实验原理图。

③ 数据记录及处理。合理设计数据表格, 填入有关原始数据, 进行数据整理和计算, 绘制图线, 计算及分析误差, 求出实验结果, 要特别注意有效数字和单位的正确表达。

④ 讨论。讨论是实验的升华, 它包括实验是否达到实验目的和要求? 实验中观察到哪些物理现象? 怎样解释这些现象? 实验误差的主要原因及对实验结果的影响如何? 等等。

⑤ 体会。包括通过实验取得了哪些收获? 对实验过程及结果的评价如何? 对实验方法或实验装置有哪些改进建议? 等等。

实验课是学生在教师指导下充分发挥能动性的学习过程, 因此必须强调学习的自觉性和主动性, 要将教师的要求变成自己的追求。实验前要认真预习, 思考如何做好这个实验, 应该注意哪些问题; 实验后要对实验进行总结和评价。在整个实验过程中一定要既动手又动脑, 这样才能提高实验能力, 培养科学素质。

## 3. 用 MATLAB、Excel、曲线专家(Curve Expert)等软件处理实验数据

数据处理是物理实验的组成部分和重要环节。在基础物理实验中, 通常采用手工方法(如列表法、作图法、逐差法等)来处理数据和误差, 这对于掌握误差理论和培养严谨的科学精神是必要的。由于物理实验的数据多、计算公式多, 在设计性和研究性物理实验中, 用手工方法来处理实验数据不仅烦琐、效率低, 而且容易引入人为误差, 难以准确绘制流畅、美观的图线。

MATLAB 是 20 世纪 80 年代美国 Mathworks 公司推出的一种工程计算语言, 集矩阵运算、数值分析、信号处理和图形显示于一体, 其丰富的库函数和各种工具箱使之简单易学, 已成为许多高等学校本科生和研究生必须掌握的工具软件。在设计性和研究性物理实验中, 用 MATLAB 软件处理实验数据简单、快捷、美观, 是值得鼓励和有益的。有关 MATLAB 的教材可在各高校图书馆借阅, MATLAB 软件可在网站下载。



【实例 1】伏安法测电阻的实验数据如表 0.1 所示，用 MATLAB 绘制其伏安特性曲线，并计算其阻值。

表 0.1 实验数据

$U$ (V)	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00
$I$ (mA)	0.00	0.49	1.01	1.49	2.02	2.49	3.11

MATLAB 命令如下：

```
>>U=[0.00,1.00,2.00,3.00,4.00,5.00,6.00];
>>I=[0.00,0.49,1.01,1.49,2.02,2.49,3.11];
>>plot(U,I,'ro');
>>hold on;
>>plot(U,I); xlabel('U(V)'); ylabel('I(mA)');
```

用 MATLAB 绘制的伏安特性曲线如图 0.1 所示。该曲线是一条直线，由斜率求出阻值为  $1.98 \text{ k}\Omega$ 。

【实例 2】金属电阻  $R_t=R_0(1+\alpha t)$ ， $R_0$  是  $0^\circ\text{C}$  时的电阻， $\alpha$  是金属电阻温度系数。铜丝电阻随温度变化的实验数据如表 0.2 所示，用 Excel 绘制拟合直线，计算铜丝的电阻温度系数  $\alpha$ 。

表 0.2 实验数据

$t$ ( $^\circ\text{C}$ )	35.0	40.0	45.0	50.0	55.0	60.0	65.0	70.0	75.0	80.0
$R_t$ ( $\times 10^{-2}\Omega$ )	65.63	66.75	67.92	68.98	70.06	71.15	72.36	73.52	74.61	75.79

在创建的 Microsoft Excel 工作表中输入表 0.2 数据。选择数据，单击“图表向导”按钮，选择“XY 散点图”，子图表类型选择“散点图”，单击“下一步”按钮，再单击“下一步”单击，在“图表选项”下，“标题”设置图名、XY 轴符号和单位，“网格线”单击 X、Y 轴主网格线，“图例”选不显示，单击“完成”按钮，出现散点数据图。

鼠标右键单击 X 或 Y 轴“坐标轴格式”，在“图案”下的主、次刻度线类型选择“内部”，在“刻度”下设置刻度大、小范围，设置主、次刻度间隔数值；右键单击图中 X 或 Y 主网格线，设置主网格线为虚线。右键单击图中散点，选择“添加趋势线”，在“类型”下选择“线性”，在“选项”下选择“显示公式”和“显示 R 平方值”。显示直线方程的拟合直线图如图 0.2 所示。

由图 0.2 得直线斜率  $a = 2.25 \times 10^{-3} \Omega/^\circ\text{C}$ 、截距  $b = R_0 = 0.5773 \Omega$ ，测得温度系数  $\alpha = a/R_0 = 3.90 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ，查附表 A-10 标准值  $\alpha_{\text{标}} = 3.93 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ，相对误差  $E_\alpha = 0.8\%$ ；开方后的相关系数  $R = 0.9995$ 。

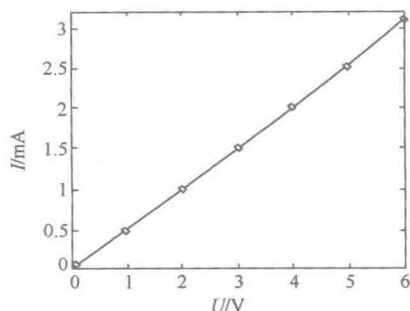
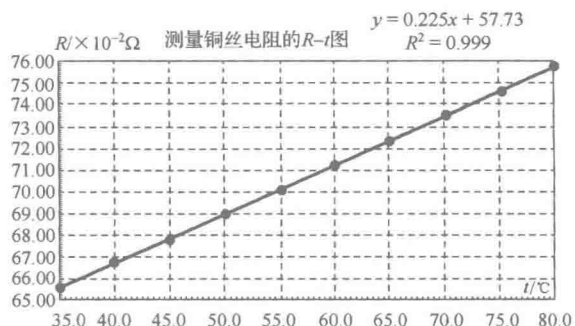


图 0.1 用 MATLAB 绘制的电阻伏安特性曲线

图 0.2 用 Excel 绘制的铜丝电阻  $R_t-t$  曲线

# 第 1 章 误差、不确定度和数据处理的基本知识

## 第 1 节 测量与误差

### 1.1.1 测量及测量误差

#### 1. 测量

测量就是将被测量与一个被选作单位的特定同类量比较, 得出被测量是该单位的多少倍的实验过程, 广义地说, 是以确定被测对象量值为目的的全部操作。

测量有直接测量和间接测量。直接测量是指被测量可以用测量仪器(或量具)直接读出测量值的测量。如用米尺测量长度、用温度计测量温度、用电压表测量电压、用秒表测量时间等都属于直接测量。间接测量是指被测量不能用直接测量的方法得到, 而由直接测量值按一定的物理公式计算得到, 这种测量称为间接测量。例如, 测量铜柱密度  $\rho$  时, 先用尺直接测量出它的直径  $d$  和高度  $h$ , 用天平称出它的质量  $m$ , 然后通过公式  $\rho = 4m/\pi d^2 h$  计算出铜柱的密度  $\rho$ 。 $\rho$  的测量就属于间接测量。

测量是物理实验的基础。但物理实验不是单纯的测量, 它包含“理论→实验方法→仪器选择→测量→数据处理→结果分析”等环节。物理实验的教学目的之一就是让学生掌握某些物理量的测量方法, 并且能进一步独立设计一些测量方法以完成某些简单的测量任务。

物理实验有如下几种常见的最基本的测量方法。

#### (1) 比较测量法

比较法就是将被测量与标准量进行比较而得到测量值的方法, 它是最基本、最常用和最重要的测量方法之一。比较法有直接比较法和间接比较法。

#### (2) 放大测量法

由于被测量过小, 以至于无法被实验者或仪器直接感受和反应, 此时可先通过一些途径将被测量放大, 然后再进行测量。放大测量可提高微小量的测量精度。

常用的放大法有以下 4 种。

① 累积放大法——把相等的微小量累积后进行测量, 累积值除以累积倍数得到微小量。如单摆周期、等厚干涉相邻干涉条纹的累积测量等。

② 机械放大法——利用机械部件之间的几何关系, 将物理量在测量过程中加以放大。如游标卡尺、螺旋测微计、机械杠杆、指针式仪表中的指针等就利用了机械放大原理。

③ 电学放大法——通过电子线路将微弱的电信号进行放大, 普遍应用于各种电子仪器、仪表中。

④ 光学放大法——利用几何光学原理放大待测量的方法。一般的光学放大法有两种, 一种是被测量通过光学仪器形成放大的像, 以增加实现的视角, 便于观察测量, 而实际测量的还是未被放大的量, 例如常用的读数显微镜、测微目镜等; 另一种是利用光学放大装置将待

测量放大后进行测量,如光杠杆装置(杨氏模量测量、灵敏电流计和冲击电流计的读数机构就应用了光杠杆装置)。

### (3) 转换测量法

转换测量法是根据物理量之间的各种效应和函数关系,利用变换原理将不能或不易测量的待测物理量转换成能测或易测的物理量进行测量,然后再求待测物理量。

转换测量法有以下2种。

① 参量转换法——利用各种参量间的变换及其变化的相互关系,把不可测的量转换成可测的量。例如,拉伸法测量钢丝的杨氏模量 $E$ ,根据应力 $F/S$ 和应变 $\Delta L/L$ 呈线性变换的规律 $F/S = E(\Delta L/L)$ ,将杨氏模量 $E$ 的测量转换为对应力 $F/S$ 和应变 $\Delta L/L$ 的测量。

② 能量转换法——是指某种形式的物理量,通过换能器件(传感器),变成另一种形式物理量的测量方法。

按换能器件(传感器)的性能不同,有热电转换、压电转换、光电转换、磁电转换等几种转换方法。通过选择适当的换能器可以把诸如位移、速度、加速度、压强、温度、光强等非电物理量转换为电量测量,此即为非电量的电测法。

### (4) 模拟法

模拟法是以相似性原理为基础,对难以直接进行测量的对象,用对模型的测量代替对原型的测量。如用稳恒电流场模拟静电场。模拟法有几何模拟法、物理模拟法、数学模拟法、计算机模拟法。

### (5) 干涉法

干涉法利用相干波(光波、声波)产生干涉来测量有关的物理量,如光栅衍射测量波长、劈尖干涉测量微小长度、驻波法测量声速等。

## 2. 测量误差

由测量所得到的被测量的值,叫做测量结果。测量误差就是被测量的测量结果与其真值的差值。测量误差是由于测量原理近似性、测量方法不完善、测量仪器准确度有限、测量环境和测量人员感觉器官的限制、被测对象本身的涨落及各方面的偶然因素影响所造成的。若测量结果为 $x$ ,真值为 $X$ ,则

$$\Delta = x - X \quad (1)$$

称为绝对误差,绝对误差与真值之比

$$E = \frac{\Delta}{X} \times 100\% \quad (\text{用百分数表示}) \quad (2)$$

称为相对误差。

测量中,误差可以被控制到很小,但不能使误差为零。也就是说,测量结果都有误差,误差自始至终存在于一切测量过程中,这就是误差公理。

这里需要指出,一个量的真值是客观存在的,它只有通过完美无缺的测量才能获得,但这是做不到的,所以它只是一个理想的概念,在实际测量中,只能根据测量数据估算它的最佳估计值(近真值),并以测量不确定度来表征其所处的范围。由于真值不能确定,所以误差也无法准确得到或确切获知。实际应用中,必要时可用公认值、理论值、高精度仪器校准的校准值、最佳估计值等作为约定真值。

### 1.1.2 测量误差分类及其处理

误差按其产生的原因和性质主要分为系统误差、随机误差两大类。

#### 1. 系统误差

相同条件下多次测量同一被测量,其误差的大小和符号保持不变或按某个确定规律变化,这类误差称为系统误差。

系统误差产生的原因很多,按其产生原因,系统误差有仪器误差(仪器装置本身的固有缺陷或没有按规定条件使用而引起的)、理论误差(实验测量所依据理论的近似性或测量方法不完善引起的)、环境误差(实验环境条件不符合标准引起的)等。

系统误差的特性是具有确定性。就对其确定性的掌握程度,系统误差可分为已定系统误差(误差的变化规律已确定)和未定系统误差(误差的变化规律未能确定或无法确定)。

系统误差影响测量结果的准确度,因此消除和估计系统误差对于提高测量准确度就十分重要。对系统误差的处理,一般用如下方法消除或减小。

##### (1) 消除系统误差产生的根源

比如,实验时对仪器进行检验和校准,按规程正确使用仪器,实验原理和测量方法要正确,尽量减少和消除人为因素等。

##### (2) 用修正方法修正测量结果

对已定系统误差,根据它的变化规律,找出修正值或修正公式对测量结果进行修正。

##### (3) 改进测量方法来消除或减小系统误差

对有些未定系统误差可采用改进测量方法(如替代法、交换法、异号法、补偿法、半周期偶数测量法)来消除。

余下未能消除的系统误差可以用非统计学方法进行估算,作为不确定度的 B 类分量的评定。

#### 2. 随机误差

相同条件下多次测量同一被测量,其误差的大小和符号以不可预知的随机方式变化,这类误差称为随机误差。

产生随机误差的原因是那些无法控制的不确定的随机因素。如观察者视觉、听觉的分辨能力及外界环境因素的扰动等。

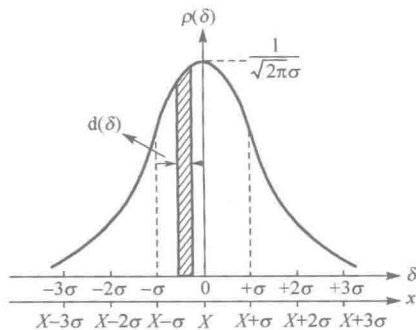


图 1 正态分布

随机误差的主要特性是服从统计规律。

##### (1) 随机误差的正态分布

实验表明,大多数随机误差都服从或近似服从正态分布。若以随机误差值为横坐标,以某一随机误差出现的概率密度为纵坐标,正态分布的分布曲线如图 1 所示。从正态分布图线可知,随机误差有如下的统计分布特性:

① 单峰性:绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小。

② 有界性:绝对值很大的正负误差出现的概率趋于零。

③ 对称性：绝对值相等的正负误差出现的概率相等。

④ 抵偿性：随机误差的算术平均值随测量次数增加而减小，最终趋近于零。其中第四个特性最具有本质性，凡具有抵偿性的误差，原则上均可按随机误差处理。

(2) 标准误差  $\sigma$  的统计学意义

德国数学家高斯于 1895 年给出了正态分布的数学表达式（正态分布概率密度函数）

$$\rho(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)^2} \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (3)$$

式中， $\delta = x - X$  为每次测量的随机误差， $X$  为无限多次测量的总体平均值，在消除了系统误差后它就是被测量的真值； $\rho(\delta)$  是随机误差  $\delta$  出现的概率密度； $\sigma$  是表征测量值  $x$  离散程度的参数，称为标准误差，它的数学计算式是

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2} \quad (4)$$

式中， $n$  为测量次数。

标准误差  $\sigma$  有如下两个统计学意义。

①  $\sigma$  反映了测量值的离散程度

在一定测量条件下对同一物理量进行多次测量，随机误差的统计分布是唯一确定的，即  $\sigma$  有一个确定值。 $\sigma$  越小，离散度就越小，测量精密度越高。

②  $\sigma$  有明确的概率意义

测量次数  $n \rightarrow \infty$  时，对被测量的任一次测量的测量值落在  $[X - \sigma, X + \sigma]$  区间之内的可能性为 68.3%，落在  $[X - 2\sigma, X + 2\sigma]$  区间之内的可能性为 95.4%，落在  $[X - 3\sigma, X + 3\sigma]$  区间之内的可能性为 99.7%。换句话说，任意一次测量的随机误差小于  $\pm\sigma$  的可能性是 68.3%，小于  $\pm 2\sigma$  的可能性是 95.4%，小于  $\pm 3\sigma$  的可能性是 99.7%。我们把这种测量数据落在给定范围内的概率称为置信概率，或者叫置信度、置信水平，相应的范围称为置信区间。

随机误差小于  $\pm 3\sigma$  的可能性是 99.7% 给了我们一个启示，对于有限次测量，随机误差大于  $\pm 3\sigma$  的这种可能性是微乎其微的，如果出现这种情况，就应引起注意，这时考虑是否测量失误，该测量值是否为“坏值”，若是则应予以剔除。所以把  $\Delta = 3\sigma$  称为随机误差的极限误差。

(3) 有限次测量的测量结果离散性

从上面的分析可见，在消除了系统误差的情况下，无限多次测量的测量值是以一定的概率出现在真值附近的某一区间内的，其测量结果的离散性用  $\sigma$  来表示。那么对有限次测量，测量结果的离散性又如何表示？

有限次测量的测量结果的离散性，用贝塞尔公式计算的实验标准偏差（简称标准偏差） $S$  来表示。

① 有限次测量中任意一次测量结果的标准偏差

通过等精度的重复性测量而得到的一组测量数据称为测量列。所谓等精度测量，就是在同一测量条件下的多次测量。若重复测量次数为  $n$ ，得到包含  $n$  个数据的测量列  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则该测量列中任意一次测量结果的标准偏差为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (5)$$

这是著名的贝塞尔(Bessel)公式, 式中 $\bar{x}$ 是等精度测量列的算术平均值:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (6)$$

已经证明 $\bar{x}$ 和 $S$ 分别是真值和标准误差 $\sigma$ 的最佳估计值。测量次数 $n$ 越大, 平均值越接近真值, 实验标准偏差 $S$ 越可靠。 $S$ 大, 表示测得的值很分散, 随机误差分布范围宽, 测量的精密度低;  $S$ 小, 表示测得的值很密集, 随机误差分布范围窄, 测量的精密度高。

### ② 有限次测量算术平均值的标准偏差

有限次测量的平均值也有误差。已经证明, 表征平均值离散性的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 是单次测量标准偏差 $S$ 的 $1/\sqrt{n}$ 倍, 即

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (7)$$

对随机误差的处理, 可以通过多次测量求平均来消减, 并通过计算标准偏差来估算。

需要指出, 标准误差 $\sigma$ 、标准偏差 $S$ 和 $S_{\bar{x}}$ , 它们都不是误差值的概念, 而是表征测量结果离散性的概念, 都属于不确定度的范畴。

## 3. 测量的精密度、准确度和精确度

### (1) 精密度

精密度是指各个测量值之间的一致程度, 它反映了由于随机误差引起的测量值的分散性。精密度高, 表示测量重复性好, 测量值集中, 随机误差小; 反之, 精密度低, 表示测量重复性差, 测量值分散, 随机误差大。

### (2) 准确度

准确度是指测量结果与真值的符合程度, 它反映了由于系统误差引起的测量结果偏离真值的大小。准确度越高, 测量结果越接近真值, 系统误差越小; 反之, 准确度越低, 测量结果偏离真值越大, 系统误差越大。

### (3) 精确度

精确度是对测量结果中系统误差和偶然误差大小的综合评价。精确度高表示在多次测量中, 数据比较集中, 且靠近真值, 即测量结果中的系统误差和偶然误差都比较小。

如图2中所示, (a)图表示精密度低, 准确度高; (b)图表示精密度高, 准确度低; (c)图表示精确度高, 准确度高。

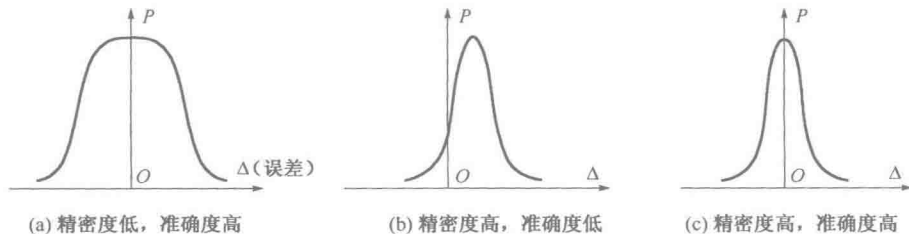


图2 精密度、准确度、精确度的意义

## 习题 1.1

1. 何谓系统误差和随机误差？系统误差和随机误差各有什么特点？
2. 指出下列情况是属于系统误差还是属于偶然误差：
  - (1) 标尺刻度不均匀引起的误差；
  - (2) 水银温度计毛细管粗细不均匀引起的误差；
  - (3) 伏安法测电阻实验中，根据欧姆定律  $R = U/I$ ，电流表内接法或外接法所测得电阻的阻值与实际值不相等引起的误差；
  - (4) 天平不等臂引起的误差；
  - (5) 天平平衡时指针的停点重复几次都不同引起的误差；
  - (6) 电源不稳、温度变化引起的误差。
3. 工厂生产的仪器经检定合格品，用它测量会有误差吗？
4. 一组测量值，相互差异很小，此测量值的误差很小吗？

## 第2节 测量不确定度和测量结果的报道

### 1.2.1 测量不确定度的概念

由于测量误差不可避免，使得真值无法确定，而真值未知也就无法确定误差的大小。我们只能做到求出真值的最佳估计值和误差的误差限范围。对已消除了已定系统误差的测量，我们可以用测量的算术平均值作为真值的最佳估计值，而误差的误差限范围则引入一个称为不确定度的参数来表示。

设某被测量的测量结果为  $\bar{x}$ ，误差限为  $u$ ，则

$$|\bar{x} - X| \leq u \quad \text{即} \quad \bar{x} - u \leq X \leq \bar{x} + u \quad (8)$$

式(8)表明，真值虽然不能确切知道，但它将以一定的可能性（置信概率）落在以  $\bar{x}$  为中值的  $[\bar{x} - u, \bar{x} + u]$  区间（称为真值置信区间）内。 $u$  越大，表示真值可能出现的范围越大，即真值不确定程度越大；反之， $u$  越小，表示真值可能出现的范围小，即真值不能确定的程度小，相对而言，此时真值比较确定。可见  $u$  的大小说明了测量结果的不确定程度。因此，我们把  $u$  称为测量不确定度，它表示了由于测量误差的存在而对测量结果不能确定的程度，是对被测量真值所处量值范围的评定。

按评定方法不同，不确定度划分为两类不确定度分量：① 凡是可以用统计方法计算得出的归为不确定度 A 类分量  $u_A$ ；② 凡是可以用非统计方法得出的归为不确定度 B 类分量  $u_B$ 。

不确定度 A 类与 B 类分量仅仅是指评定方法不同，它们同等重要，地位平等。有些情况下只需进行 A 类或 B 类评定，更多情况下要综合 A、B 两类评定的结果。

应当注意的是，不确定度和误差是两个不同的概念。误差表示测量结果对真值的偏离，是一个确定的值，而不确定度表征的是测量值的分散性，表示一个区间。另外由于真值是未知的，测量误差只是理想的概念，而不确定度则可以根据实验、资料、经验等信息进行定量确定。有误差才有不确定度的评定，它们之间既有联系又有本质区别。对实验结果的处理，我们用不确定度来评定，但在实验中，常常还是只能进行误差分析。

严格的不确定度理论比较复杂,本课程在保证其科学性的前提下,对不确定度的评定做了适当简化。

### 1.2.2 测量不确定度的评定

对测量不确定度的评定,常以估计标准偏差表示大小,称其为标准不确定度。

#### 1. 标准不确定度 A 类分量的评定

对直接测量,若测量次数足够多(测量次数  $n \geq 6$  时),测量结果以平均值  $\bar{x}$  表示,其标准不确定度 A 类分量可以直接用平均值的标准偏差来评定,即

$$u_A(x) = S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (9)$$

#### 2. 标准不确定度 B 类分量的评定

在本课程的物理实验中,为简单起见,在没有特别说明时,我们只取仪器的标准误差一项作为不确定度 B 类分量的评定计算,即

$$u_B(x) = \sigma_{\text{仪}} = \Delta_{\text{仪}} / C \quad (10)$$

式中,系数  $C$  是把仪器误差  $\Delta_{\text{仪}}$  转换为相应标准差  $\sigma_{\text{仪}}$  时的变换系数。它的取值与仪器示值误差实际分布有关。在物理实验中,可近似按均匀分布处理,即取变换系数值为  $\sqrt{3}$ 。

由式(10)表示的符合均匀分布的标准误差的概率水平比正态分布时要低一些,这里我们忽略了这种差异,仍按它有 68% 的概率水平去考虑。

计算不确定度 B 类分量时,如果查不到该仪器的误差限信息,可取  $\Delta_{\text{仪}}$  等于分度值或其 1/2,或某一估计值,但要注明。

#### 3. 合成标准不确定度 $u_C$

一般地,不确定度 A 类分量和不确定度 B 类分量互相独立,故可用“方和根”方法合成,即合成标准不确定度

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} = \sqrt{(S_{\bar{x}})^2 + \left(\frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (P = 68.3\%) \quad (11)$$

对于不确定度 A 类分量和不确定度 B 类分量分别有多个分量的情况,如果各分量彼此独立,则测量结果的合成不确定度  $u_C$ ,用广义“方和根”方法计算评定,即

$$u_C(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^k u_{Ci}^2(x)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_{Ai}^2(x) + \sum_{i=1}^{k-n} u_{Bi}^2(x)} \quad (12)$$

注意,用“方和根”方法合成时,各不确定度分量必须有相同的置信概率。

#### 4. 标准不确定度的传递合成公式

对于间接测量量  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 它的测量结果可通过将各直接测量结果的平均值代入函数关系式计算出来,即  $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ 。而测量不确定度在各直接测量量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  互相独立且相应的标准不确定度分别为  $u_1, u_2, \dots, u_n$  时,可由以下不确定度传递公式计算:



$$u_C = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u_i^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 u_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 u_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2 u_n^2} \quad (13)$$

或

$$\frac{u_C}{y} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_1}\right)^2 u_1^2 + \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_2}\right)^2 u_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_n}\right)^2 u_n^2} \quad (14)$$

式中的偏导数  $\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)$  和  $\left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_i}\right)$  为不确定度传递系数。其中，当间接测量的函数式为和差形式时，采用式 (13) 计算较方便；为积商形式时，采用式 (14) 计算较方便。

表 1 给出了一些常用函数的不确定度传递合成公式。

表 1 常用函数的不确定度传递公式

函数的表达式	不确定度的传递公式
$y = x_1 + x_2$ 或 $y = x_1 - x_2$	$u_C = \sqrt{u_{x_1}^2 + u_{x_2}^2}$
$y = x_1 \cdot x_2$ 或 $y = \frac{x_1}{x_2}$	$\frac{u_C}{y} = \sqrt{\left(\frac{u_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{x_2}}{x_2}\right)^2}$
$y = \frac{x_1^k \cdot x_2^m}{x_3^n}$	$\frac{u_C}{y} = \sqrt{k^2 \left(\frac{u_{x_1}}{x_1}\right)^2 + m^2 \left(\frac{u_{x_2}}{x_2}\right)^2 + n^2 \left(\frac{u_{x_3}}{x_3}\right)^2}$
$y = kx$	$u_C = k u_x$ 或 $\frac{u_C}{y} = \frac{u_x}{x}$
$y = \sqrt[k]{x}$	$\frac{u_C}{y} = \frac{1}{k} \frac{u_x}{x}$
$y = \sin x$	$u_C =  \cos x  \cdot u_x$
$y = \ln x$	$u_C = \frac{u_x}{x}$

### 1.2.3 扩展不确定度

上面对测量不确定度的评定是取置信概率为 68.3% 来评定的，即实验测量值  $y$  落在区间  $[\bar{y} - u_C(y), \bar{y} + u_C(y)]$  的概率大约只有 68.3%。如果要以更高的置信水平来评定，常用合成标准不确定度的倍数来扩展置信区间，即由合成标准不确定度乘以因子  $k_p$  得出，写成式子为

$$U_p = k_p \cdot u_C(x) \quad (15)$$

式中， $U_p$  称为扩展不确定度， $k_p$  称为包含因子或覆盖因子。 $k_p$  的取值，一般要根据被测量的分布和所要求的置信概率来确定。

不确定度评定时，对不同的要求，置信概率的取值可能不同，通常取 68.3% 或 95% 或 99% 等值，在工业和商业上一般约定的置信概率取 95% 或 99%。本实验课程，为简化起见，我们取置信概率 68.3% 来评定不确定度。

### 1.2.4 测量结果报道

不确定度的大小反映了测量结果的可信赖程度，不确定度小的测量结果可信赖程度高，即测量质量好；反之，不确定度大的测量结果可信赖程度低，即测量质量差。所以在报道测量结果时，为了既能反映测量结果又能反映测量结果的可靠程度，对物理量  $x$  测量的最终结果应按如下形式表达：