电工电子电路集成计算法

DIANGONG DIANZI DIANLU JICHENG JISUANFA

■ 王贤惠 王溪海 王照宁 著

大连海事大学出版社

电工电子电路集成计算法

王贤惠　王溪海　王照宁　著

大连海事大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

电工电子电路集成计算法 / 王贤惠，王溪海，王照宁著. — 大连：大连海事大学出版社，2016.1
ISBN 978-7-5632-3270-3

Ⅰ. ①电…　Ⅱ. ①王… ②王… ③王…　Ⅲ. ①电路—计算方法 ②电子电路—计算方法　Ⅳ. ①TM13-32②TN7-32

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 014609 号

大连海事大学出版社出版

地址：大连市凌海路1号　邮编：116026　电话：0411-84728394　传真：0411-84727996
http://www.dmupress.com　E-mail:cbs@dmupress.com

大连住友彩色印刷有限公司印装　大连海事大学出版社发行

2016 年 1 月第 1 版　2016 年 1 月第 1 次印刷
幅面尺寸：185 mm×260 mm　印张：14.5
字数：342 千　印数：1～1500 册

出版人：徐华东

责任编辑：沈荣欣　责任校对：孙延彬　张　冰
封面设计：王　艳　版式设计：解瑶瑶

ISBN 978-7-5632-3270-3　定价：39.00 元

本书由

大连市学术著作出版基金资助出版

The published book is sponsored by the Dalian Evaluation Committee for Publishing Academic Works Financed

序

《电工电子电路集成计算法》一书是作者在已出版的《线性电工、电子、机械网络计算新法》的基础上，经过后来的研究与教学实践，凝聚提炼出来的集成算法的系统阐述。这种算法的特点是在不同电源输入电路的情况下，根据电路结构与参数，直接列写所求的某节点电压或电流的传递式（或全部节点电压、电流式），省略按照传统方式列写电路方程然后求解方程组的过程。书中汇总了各类电路，提出了统一表述和计算公式。对于节点数较多的电路，还可分割降阶处理。这不但在电路计算方法上有所改进，而且为不同课程的改革提供新的思路。由于电路计算不单是电工、电子类专业的基本方法，而且还可以在使用电路模拟的机械系统、电声学系统中使用。本书作者在多年教学实践中反复进行应用和校验计算，获得良好效果。这本专著是作者在多年教学实践中反复进行应用和校验计算，获得良好效果，是作者教学经验和潜心钻研的结晶，其出版将对电路教学和教改提供新的思路。当前关于电路计算方法的基础研究逐渐被边缘化，这本书的问世将为改变这一现状提供有力的支持。

本人积极建议本书能早日出版，以期对电路教学与教改做出积极贡献。

大连理工大学系统工程研究所教授 中国工程院院士

王众托

2014 年 5 月 1 日

前　言

线性电工、电子基础理论计算是一个非常成熟的经典内容。有人说,线性计算发展到顶了。我认为任何事物的发展,没有完成时,只有进行时。只要探讨,总可以在继承中发展、前进。

书写本书的目的,旨在改变传统的电工、电子电路的计算方法,使计算过程更加简单、实用。书中所说的集成列写,指的是根据电路结构和参数,在多个电源同时输入的情况下,可直接列写出所求某节点电压或电流的传递式(或全部节点电压、电流式)。这种方法比按传统的列写电路方程、求解方程组简单、实用,可以说是改变了传统的电工、电子计算路径。所说电路:包括一般性 R、L、C 电路、运放电路、化解受控方程后的受控电路及有关电工、电子等效电路等线性电路。

集成列写汇总了各类电路,可用下式 $x_{\mathrm{p}}=\frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{m}W_k\prod_{j=1}^{P}\eta_{kj}\Delta_{\bar{k}}$ 进行统一计算。

若 x_{P} 代表电路所求某节点电压,则 W_k 代表各支路上电压或电流源,η_{kj}代表电路图上节点间导纳(对不同电源形式,导纳项将做出调整),Δ 代表电路图上各节点自导纳相乘及其多次展开式。若 x_{P} 代表电路某网孔电流,则 W_k 代表某网孔电压源总和,η_{kj}代表网孔间互阻抗,Δ 代表电路图上各网孔自阻抗相乘及其多次展开式。

当 x_{P} 代表支路电流时,该式亦可通过节点电压间差来间接实现。当 x_{P} 代表改变时,等式右边各量作相应调整。题解中也发现,集成列写式,亦可应用到其他学科的线性领域中。

电路节点数增多,集成式展开工作量随之增大,这时可以采取高阶系统分割降阶处理,把一个电路系统分割成两个,一个为主系统,另一个为子系统,然后以区域计算,按式接缝,也可以子系统列写用答案形式拼入主系统,两者都可直接应用集成式。它是针对高阶系统一条降阶思路。

高阶系统降阶处理和题解演算多次进行,无意中引申出线性方程组及行列式的特殊实用解法。一般线性方程组解法有代入法、行列式法及计算方法中的高斯消去法等,而此处是直接降阶法。有时,可以较方便地解方程,也可简化行列式值的计算。

一个用线性方程组描述的电工、电子电路,它的解(节点电压或网孔电流)也可用行列式表示,而行列式中各系数,按理可直接从电路中通过观察得到,使列写与求解过程结合起来。(该法主要针对高阶系统,但对低阶系统亦是适用的。因低阶直接可列写,所以不是重点。)

书中,先采用原理性论证和简单推导,然后做题例分析,在多题例的练习中加深理解,在看图列写、图式对照过程中,体会快速性价值。

在本书的编写过程中,我们得到了大连理工大学王众托教授(中国工程院院士)和海军大连舰艇学院沈鹤鸣教授的肯定与支持,在此深表谢意。

在本书的编著和策划出版过程中,我们得到了滕元良教授、殷佩海教授、吴恒教授的热情支持和鼓励。在书的审校中,大连海事大学井友之副教授、郑凤阁教授、纪致纹副教授等提出了宝贵意见,在此也都深表感谢。

由于作者水平有限,书中缺点、错误在所难免,望读者指正;更希望有相同想法者共同探讨。

著　者

2015 年 10 月

目 录

第一章　综述

本章主要简单介绍与本书有关的电路基本定律、运算微积的基础知识和信流图有关术语，介绍有效节点、有效网孔的定义式。读者须掌握梅逊增益公式的实际应用。

第一节　"运算子"知识

设$f(t)$是一个时间t的函数式，t是实变数。当$t \geqslant 0$时，函数$f(t)$满足积分式

$$\int_{0^-}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t < \infty$$

则定义

$$L[f(t)] = \int_{0^-}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t \tag{1.1.1}$$

为函数$f(t)$的拉氏变换式，并以$F(s)=L[f(t)]$表示，其中s为复数，拉氏变换是一种函数的变换，它将实变函数变换成一个复变函数，这种变换可以将一个微分方程变换成一个代数方程。

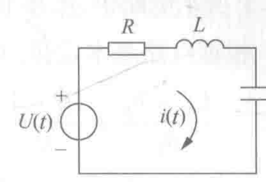

图 1.1.1　RLC 串联电路图

例如，有一个R、L、C串联的电路如图 1.1.1 所示，设电感L中初始电流为零。电容中初始电压为零。当接通输入电压$U(t)$时，电路服从下列的微分方程，即

$$U(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)\mathrm{d}t \tag{1.1.2}$$

对上述方程两边取拉氏变换，得

$$U(s) = sLI(s) + RI(s) + \frac{1}{sC}I(s)$$

$$I(s) = \frac{U(s)}{Ls + R + 1/sC} \tag{1.1.3}$$

式(1.1.3)是一个算子s的代数运算式。

应用拉氏变换式，在等值运算电路中：对电感来说，sL、$1/sL$即为电感L的运算阻抗和运

算导纳;对电容来说,$1/sC$ 和 sC 为电容 C 的运算阻抗和运算导纳,电阻仍为 R 形式。

在图 1.1.1 电路中,以回路电流 i 作为输出变量,以激励电压 U 作为输入变量,在初始条件为零的情况下,对式(1.1.2)的两边各量取拉氏变换,然后得到输出量 $I(s)$ 和输入量 $U(s)$ 的比值,称为传递函数,即

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{R + Ls + 1/sC} \tag{1.1.4}$$

求解某电路的电流和电压的时间变化式时,在一般情况下,要先列出传递函数式,然后取拉氏反变换。因此列出传递函数式是一个十分重要的过程。本书中所说的运算电流、电压都是指电流、电压的拉氏变换式,但 s 常常省略。另外,也常提到,电感的阻抗为 sL,导纳为 $1/sL$。电容的阻抗为 $1/sC$,导纳为 sC;阻抗 Z 的倒数为导纳 Y。电阻视为阻抗的一个特例。

当 $s=j\omega$ 时,拉氏变换中复变量 s 限定在复平面虚轴上变化。依据这个变换式,可求解频率域中有关问题,也可以进行交流电路的有关运算。

第二节　电路计算定律

电路的电流定律是一个基本定律,常用在对电路某一个节点的电流方程列写中,如图 1.2.1 所示电路中,汇集节点 P 和 Q 的电流之和应为 0。

根据电路基本定律,对节点 P 和 Q 列写电流方程,得

$$\frac{U_1 - V_P}{R_1} + \frac{U_2 - V_P}{R_2} + I_s + \frac{(V_Q + U_3) - V_P}{R_4} = \frac{V_P}{R_3}$$

$$\frac{V_P - U_3 - V_Q}{R_4} + (U_4 - V_Q)\frac{1}{R_5} = I_s \tag{1.2.1}$$

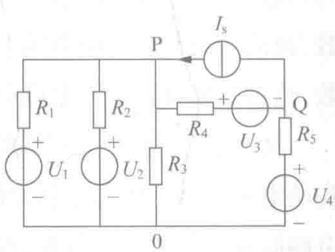

图 1.2.1　节点电压图

(1.2.1)式可改写成式(1.2.2),得

$$V_P\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) = I_s + \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_4} + \frac{V_Q}{R_4}$$

$$V_Q\left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4}\right) = -I_s - U_3\frac{1}{R_4} + \frac{V_P}{R_4} + \frac{U_4}{R_5} \tag{1.2.2}$$

改写:

$$V_P Y_{PP} = I_s + \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_4} + \frac{V_Q}{R_4}$$

$$V_Q Y_{QQ} = -I_s - \frac{U_3}{R_4} + \frac{V_P}{R_4} + \frac{U_4}{R_5} \tag{1.2.3}$$

其中，令 $Y_{PP}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}$，称节点 P 的自导纳；$Y_{QQ}=\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}$，称节点 Q 的自导纳。

式 (1.2.3) 可做以下理解：第一方程右边代数式理解为各电源电压 U_1、U_2、U_3、U_Q 和电流源 I_s 流入节点 P 的电流和，而此时，节点 P 被认为是接地的。方程左边代数式也可理解为节点 P 电压 V_P 产生流向各支路电源节点的电流和，而此时，认为各电源节点都是接地的。（电流源内阻很大，认为是开路的。）这两个电流和相等。这也是基本电流定律的一种表达形式。第二方程也可做相应理解。在下面讨论中，多数电流方程是采用此法列写的。

电路电压定律：在电路中任一个回路内各段电压的代数和为 0，如图 1.2.2 所示，设网孔电流分别为 I_1、I_2，则

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1(R_1+R_2+R_3)-I_2R_2 \\ -U_2 &= -I_1R_2+I_2(R_2+R_4+R_5) \end{aligned} \tag{1.2.4}$$

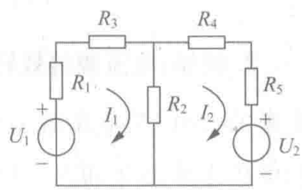

图 1.2.2　网孔电流图

其中令

$$Z_{11}=R_1+R_2+R_3,\ Z_{22}=R_2+R_4+R_5$$

Z_{11}、Z_{22} 分别称为第一网孔和第二网孔的自阻抗，R_2 为第一网孔与第二网孔间互阻抗。

第三节　理想电压源与电流源的等效转移（叠加原理）

在电路计算时，有时遇到电压源或电流源需要等效转移，以进行支路的有效改造，使计算简单。

1. 例如：电压源等效转移，如图 1.3.1(a) 所示。

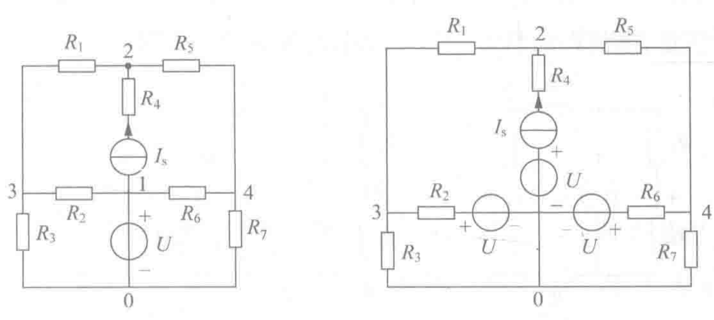

图 1.3.1　电压源转移图

可以把没有串电阻的电压源 U 转移到节点 1 的其他支路上，如图 1.3.1(b) 所示，但仍要保持原电压源方向不变，可证明：图 1.3.1(a) 和 (b) 的各支路中电流及电压值仍保持不变。在支路 R_4 中的电流还是原值 I_s。又如图 1.3.2(a) 电路，经电压源转移后得到图 1.3.2

(b)电路,则可单独使 R_2 分隔开,从而形成两个独立回路,使计算简化。转移后,两电路仍等效。

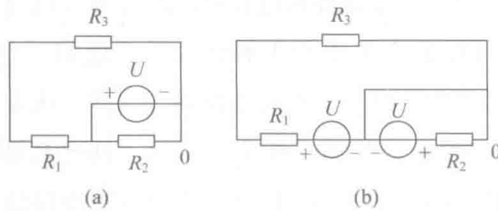

图 1.3.2　电压源转移图

2. 例如:电流源等效转移。如电路中,电流源 I_s 位置如图 1.3.3(a)所示。

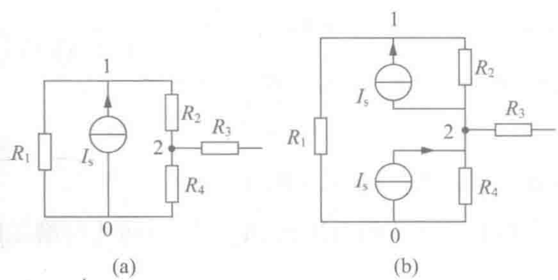

图 1.3.3　电流源转移图

现在需要把 I_s 转移到它所在回路的其他支路上去,如图 1.3.3(b)所示,可证它们是等效的。又如图 1.3.4(a)电路中电流源 I_s 顺着电流源左侧或右侧可转移到其他各支路边上去,如转移到 R_2、R_3、R_4、R_5 支路上去,则形成如图 1.3.4(b)所示电路,转移后的电路与原电路是等效的,可证明图 1.3.4(a)和(b)两电路中各节点的电流和电压都是相同的,[注:若要详细证明,可利用第二章某节点电压公式(2.1.2)]在 I_s 转移前后,电压或电流仍保持不变的原理。但要注意,电流源转移时仍保持原电流源的参考方向。

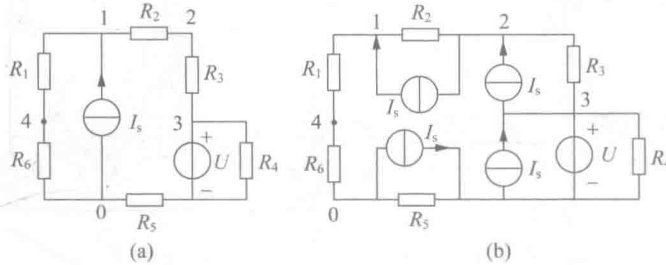

图 1.3.4　电流源转移图

3. 电压源与电流源相互变换

例如图 1.3.5(a)所示电流源电路,可变换成电压源电路如图 1.3.5(b)所示。其中 $U_s = I_sR$,在节点 a、b 的对外电路上,它们是等效的。

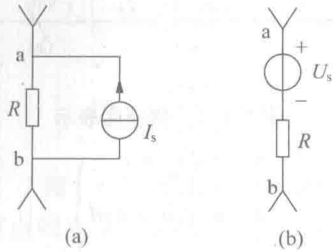

图 1.3.5　电压源与电流源之间互相变换图

4. 电路计算中叠加原理

在线性电路中,任一支路中电流(或电压)都是电路中各个电压源单独作用时,在该支路中产生电流(或电压)之和。电路中所有电流源在某节点上共同产生的节点电压等于这些电流源单独在该节点产生的节点电压的总和。因此应该用叠加原理分别计算各个电压源和电流源单独作用下的电流和电压之后,把它们叠加起来。

第四节　信流图及梅逊增益公式

一、信流图的基本概念

信流图是联立方程组的一种图解表示形式,它由节点和标有方向的支路构成,支路旁要标上增益值。节点表示电路中的变量(信号);两个节点相互联结构成一条支路,表示信号的传递作用;信号流动方向用支路上的箭头表示。支路旁标上增益值,它起着相乘器的作用,有时也可称为支路权值或传递函数值。

例如有一个方程:

$$x_2 = ax_1 \tag{1.4.1}$$

式(1.4.1)右边 x_1 表示输入变量(信号),式(1.4.1)左边 x_2 表示输出变量(信号),分别用小圆圈节点 x_1、x_2 来表示。a 是变量 x_1 到 x_2 的传递增益值。箭头表示传递方向。式(1.4.1)的信流图表示在图 1.4.1(a)上。要注意在这个信流图上并不反映有 $x_1 = \frac{1}{a}x_2$ 的含义。如果要获得这样关系式,则必须要重画信流图,如图 1.4.1(b)所示。

在图 1.4.1(a)中,对节点 x_1 来说,这条支路为输出支路,对节点 x_2 来说,这条支路则是输入支路。

又如一个方程组:

图 1.4.1　信流图表示

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= fx_2 + r \\ x_2 &= x_1 b + x_2 d \\ y &= cx_2 + re \end{aligned}\right\} \tag{1.4.2}$$

r 为输入,y 为输出,x_1、x_2 是中间变量,按照次序画上节点表示各个变量 r、x_1、x_2、y,然后作出信流图,如图 1.4.2 所示,支路边上标上支路权值。

二、信流图的相关性质和术语

(1)节点代表变量或信号,它是所有输入支路信号的总和。

(2)所有输出支路的信号就是该节点所代表的信号。

(3)输入节点(源):只有输出支路的节点,如图 1.4.2 中的节点 r。

(4)输出节点(汇结点):只有输入支路的节点,如图 1.4.2 中的节点 y。若要把某一个节点变换成输出节点,如图中 x_1 节点,则只要作一个 $x_1 = x_1$ 的方程,那么后一个节点 x_1 就成输出节点,如图 1.4.2 中虚线所示。

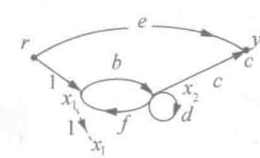

图 1.4.2　方程组与信流图

(5)混合节点:既有输入支路,又有输出支路的节点,如图 1.4.2 中的 x_1、x_2。

(6)通道:从某一节点开始,沿着支路箭头方向连续经过一些支路而终止在另一节点(或同一节点)的路径,统称为通道。一个信流图可以有很多条通道。

(7)前向通道:一条从输入节点开始,终止于输出节点且每节点只通过一次的通道,例如图 1.4.2 中 r 是输入节点,共有两条前向通道,一条经 x_1、x_2 到 y,另一条直接经一条支路权值为 e 的前向通道到 y。

(8)回环:如果通道从某一节点开始,又终止于该节点,并且在通道中遇到的其他节点只经过一次,则该通道称为回环。例如图 1.4.2 中从 x_1 经 b 支路到 x_2,又经 f 支路回到 x_1 构成回环,其中 d 为自回环,从 x_2 开始,经 d 又回到 x_2。

三、信流图有关代数运算

(1)通道增益:在图 1.4.3(a)上,从 r 到 y 第一条通道上,通道增益为 $1 \times a \times b \times c \times 1$。

(2)串联法则:单方向支路串联,可用一条简单支路代替,其增益等于支路增益的乘积,如图 1.4.3(a)所示通路可用图 1.4.3(b)所示通路代替。

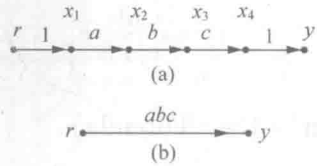

图 1.4.3 信流图支路串联

(3)并联法则:若在两个节点间有多个同方向的并行支路,则可用一条简单支路代替,且简单支路增益等于多个并行支路增益的和,如图 1.4.4(a)所示通路可用图 1.4.4(b)所示通路代替。

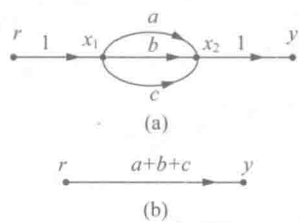

图 1.4.4 信流图支路并联

(4)节点吸收法则:在信流图代数中,为了简化运算,常需要消去不必要的节点,该方法称为节点吸收法则。如图 1.4.5 所示,中间节点 x_2 被吸收,但从输入和输出节点信号传输关系来看,图 1.4.5(a)和图 1.4.5(b)是等效的。

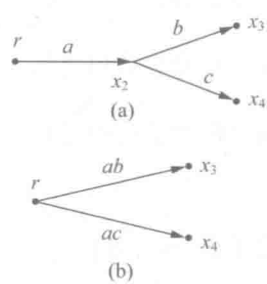

图 1.4.5 节点吸收

(5)反馈回路简化:反馈回路简化法则如图 1.4.6(a)所示,按图 1.4.6(a)得 $x_3 = bx_2$,$x_2 = ra + cx_3$,因此

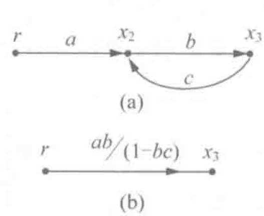

图 1.4.6 反馈回路简化

$$x_3 = \frac{ab}{1-bc}r \tag{1.4.3}$$

四、梅逊增益公式(Mason's Gain Formula)

一个复杂的信流图,用分析的办法求出输入输出关系,通常是很烦琐的,可是用梅逊增益公式可以很快获得结果,增益公式为

$$G = \frac{c}{r} = \frac{\sum_{k=1}^{m} G_k \Delta_k}{\Delta} \tag{1.4.4}$$

式中:G——变量 c 和 r 之间总增益;

c——输出节点变量(信号);

r——输入节点变量(信号);

m——前向通道总数;

G_k——第 k 个前向通道增益;

Δ——为信流图的特征式。

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \cdots + (-1)^W \sum L_W$$

式中:$\sum L_1$—— 所有不同回环的增益之和;

$\sum L_2$—— 所有两个互不接触回环增益乘积之和;

$\sum L_3$—— 所有三个互不接触回环增益乘积之和;

……

$\sum L_W$—— 所有 W 个互不接触回环增益乘积之和;

Δ_k ——与第 k 条前向通道不接触部分的 Δ 值,称为第 k 条通道的余因式[即 $\Delta_k = 1 - \sum L'_1 + \sum L'_2 - \sum L'_3 + \cdots + (-1)^g \sum L_g$]。

如果两个回环没有任何公共的节点,则此两个回环为互不接触。

下面用一个线性代数方程来解析梅逊公式的应用过程,如:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_1 g + x_2 f + r \\ x_2 &= x_1 a + e x_2 + x_3 h \\ x_3 &= b x_2 + c i \\ c &= j x_1 + d x_3 \end{aligned}\right\} \tag{1.4.5}$$

按方程作出相应的信流图,如图 1.4.7 所示。

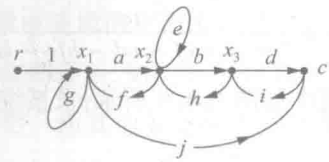

图 1.4.7 方程组的信流图

按梅逊公式可求$\frac{c}{r}$,先求 Δ:

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \cdots + (-1)^W \sum L_W$$

式中:$\sum L_1 = g + e + af + bh + di + jihf$;

$\sum L_2 = eg + gbh + gdi + edi + idfa$;

$\sum L_3 = egdi$。

前向通道 1:

$$G_1 = 1 \times abd, \Delta_1 = 1$$

前向通道 2:

$$G_2 = 1 \times j, \Delta_2 = 1 - e - bh$$

$$G = \frac{c}{r} = \frac{abd + j(1 - e - bh)}{1 - (g + e + af + bh + di + jihf) + (eg + gbh + gdi + edi + idfa) - egdi} \tag{1.4.6}$$

说明:Δ_1 为与第一条前向通道不接触部分 Δ,也就是去掉和第一条前向通道相接触的回环之后剩下的部分 Δ。在本例中,第一条前向通道即是从 r 开始,经 abd 到达 c,全部回环均与第一条前向通道相接触,所以 Δ_1式中 $\sum L'_1$, $\sum L'_2 \cdots$ 都为 0,即 $\Delta_1 = 1 - 0 + 0 - \cdots = 1$。第二条前向通道是从 r 开始,经 $1 \times j$ 到 c,有回环 e 与 bh 为不相接触的回环,所以 $\Delta_2 = 1 - e - bh$ 代入即得 。

例 1.4.1:求图 1.4.8 信流图的输出 y 与输入 r 的传递关系。

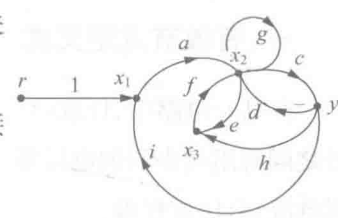

图 1.4.8 信流图

解:对于前向通道 1,$G_1 = 1 \times ac$,因为没有与该通道不相接触回环,所以 $\Delta_1 = 1$,分母:

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \cdots$$

$$\sum L_1 = g + ef + cd + hfc + iac, \quad \sum L_2 = 0$$

所以: