



普通高等教育“十二五”规划教材

简明大学物理

(第三版)

张丹海 洪小达 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

简明大学物理

(第三版)

张丹海 洪小达 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书依据 2010 年教育部物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》编写, 主要内容包括力学、振动和波动、光学、热学、电磁学和近代物理基础等内容. 本书内容精炼、体系完整、注重应用. 为便于读者对书中内容的理解, 本书配有相应的练习题和答案. 同时, 为了方便教师教学和学生自学, 本书在每章后附有自测题.

本书可作为高等院校工科类专业的物理教材, 也可供成人高等学校及高等职业学校的师生使用.

图书在版编目(CIP)数据

简明大学物理/张丹海, 洪小达主编. —3 版. —北京: 科学出版社, 2015. 9
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-03-045252-8

I. ①简… II. ①张…②洪… III. ①物理学-高等学校-教材
IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 170234 号

责任编辑: 窦京涛 / 责任校对: 彭 涛
责任印制: 霍 兵 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

大厂书文印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1998 年 1 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2015 年 9 月第 三 版 印张: 22

2015 年 9 月第二十三次印刷 字数: 440 000

定价: 39.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

《简明大学物理(第三版)》编写组

主 编 张丹海 洪小达

副主编 李晓梅 姜黎霞

成 员 (以姓氏笔画为序)

杨 宏 李晓梅 张丹海 宗广志

洪小达 姜黎霞 钱卉仙 郭志荣

前 言

《简明大学物理》第一版、第二版,经过 17 年的教学检验,为编写第三版提供了科学验证和实践根基;在一定意义上,第三版的编写是对前两版的传承与创新。

《简明大学物理》第三版的编写,兼顾了两个方面的:既有对第一版、第二版的面向大众化高等教育的编写定位,保证基础、精选内容的编写原则和简要明晰的编写风格,予以坚守和保持,又有为适应经济社会的变革与发展和高等教育深化改革对基础学科教育教学提出的新要求,增加探索性、创新性的内容。与第二版相比,第三版有以下主要变化。

调整了部分篇章结构。质点运动学和质点动力学是中学物理的教学重点,也是学生掌握相对较好的内容。为了避免低水平的内容重复,适合少学时的物理教学,将这两部分知识内容合并为一章“质点力学”。同时,将通常放在近代物理学板块中的狭义相对论,调整到“刚体运动基础”之后,意在引导学生认识到,在科学发展观的视野下,狭义相对论不是对经典力学的否定,而是科学发展与创新的结果。根据教学实践,删除了光学中的几何光学内容,恢复到第一版的“波动光学”,并调整到“机械振动与机械波”之后,便于学习者掌握干涉和衍射产生的条件和规律。

更新了部分例题和习题。每章后增设了“自主测试”。自主测试题,是由选择、填空和计算等不同题型组合的,并备有答案,以弥补习题中只有单一计算题型的不足,也为学生自主学习提供了一定的方便。

新编的《简明大学物理》第三版,全书由十章组成。章节的结构,没有完全遵循传统的大学物理的内容排序,而是更多的关注了学习者的认知逻辑和教学的方便,仅作为一种尝试。

参加《简明大学物理》第三版编写的成员,都是物理教学一线的教师。他们是:北京建筑大学杨宏,石河子大学郭志荣,北京信息职业技术学院洪小达,北京联合大学姜黎霞、李晓梅、宗广志、钱卉仙、张丹海。书中融入了编写者的教学经验和教改成果,吸纳了多位专家学者和广大师生对本书提出的真知灼见。在此,深表谢意。

为实现本书的编写目标,编者虽尽其所能,但由于水平所限,书中仍会有不当之处,敬请读者批评指正。

编 者

2015 年 1 月于北京

第二版前言

诞生于 20 世纪末的《简明大学物理》，转眼走过了十个春秋。十年来，国家的飞速发展，社会的长足进步，推动着我国的高等教育迈入了大众化阶段。《简明大学物理》已经出版十年，与时俱进，保持活力，面向大众化高等教育，主动适应社会对人才目标的培养要求，是编写《简明大学物理》(第二版)的动因；务真求实，不求高深，力求创新，是编写《简明大学物理》(第二版)的基本宗旨。

《简明大学物理》(第二版)保持了第一版的“保证基础，精选内容”，简要明晰的基本风格。根据近年来教育部基础物理课程指导委员会关于“非物理类理工学科学物理课程教学基本要求”的指导精神，调整了部分结构，重组了部分内容，突出了应用，加重了近代物理内容。与第一版相比，有四分之一的知识内容得到了调整，为适应不同院校、不同类别专业的教学要求，以“核心内容”和“扩展内容”(文中小学部分)对知识内容作了相对性区分；有三分之一的例题、习题进行了更换，力图体现“基本训练、贴近实际、激发兴趣、体现素质”的选题思想。

《简明大学物理》出版十年，重印十次，许多专家学者和广大师生基于对编者的鼓励和厚爱，在给予本书十分肯定的同时，还提出了不少合理的要求和有益的建议。对这些要求和建议，在第二版中编者给予了应有的重视和吸纳。

参加本书第二版编写的有北方工业大学米仪琳、李为人，北京印刷学院李柳青，北京信息职业技术学院洪小达，北京建筑工程学院余丽芳，北京联合大学张丹海、宗广志、钱卉仙、姜黎霞。

为了提高《简明大学物理》的教学效果，同时出版了与本书配套使用的电子教案和习题解答(光盘)，以及与本书内容结构相同的教学用书《大学物理解析》，三者成为具有互补教学关系的“立体教材”。

面向大众化高等教育写书，写出大众化高等教育所需要的教材，这是编者期盼的目标。这些目标虽然限于编者的学识和水平，不敢妄称定能实现，但参与目标的追求也是很有意义的。

书中难免有疏漏之处，欢迎批评指正。

编者

2007 年 9 月

第一版序

物理学是一门重要的基础学科,是整个自然科学的基础.物理学的发展推动了整个自然科学的发展,对人类的物质观、时空观、宇宙观乃至整个人类文化都产生了极其深刻的影响.与此同时,物理学又是技术发展的最主要的源泉.上述结论,不仅已经为过去几百年的历史和当今的现实无可辩驳地证明了,而且必将进一步为未来所证明.

基于对物理学地位和作用的认识,在教学中应该强调物理学的基础性,着重阐明物质的基本结构形态和基本运动规律,并有选择地介绍当代进展,以扩展视野,使课程内容更加丰富.物理教学应该在传授物理知识和研究方法,培养能力和提高素质的同时,宣扬物理学本身一贯具有的崇高理性、崇尚实践、追求真理的精神.

《简明大学物理》是为非物理专业学时较少的“大学物理”课程提供的教材.它继承了我国物理教学的成熟经验,精选内容,加强基础,力图在较少的时间内使学生对物理学的内容和方法、概念和图像、历史和现状有所了解,为尔后的学习打下比较扎实的物理基础.为此,编者进行了一些有益的尝试和探索,相信会受到读者的欢迎,也衷心期待批评和指正.

陈秉乾

1997年4月于北京大学

目 录

前言

第二版前言

第一版序

第一章 质点力学	1
1-1 质点运动的描述	1
1-2 质点的机械运动	8
1-3 质点动力学	16
1-4 动量	22
1-5 功 动能 动能定理	29
1-6 保守力的功 势能	34
1-7 功能原理 机械能守恒定律	37
本章要点	39
习题	41
自测题	45
第二章 刚体力学基础	46
2-1 刚体的基本运动形式	46
2-2 转动定理	47
* 2-3 刚体绕定轴转动的动能定理	52
2-4 角动量 角动量守恒定律	54
* 2-5 刚体的进动	57
本章要点	58
习题	59
自测题	60
第三章 狭义相对论	62
3-1 伽利略变换式 绝对时空观	62
3-2 爱因斯坦假设 洛伦兹变换	65
3-3 相对论时空观	68
3-4 相对论动力学基础	71
本章要点	73
习题	74
自测题	75

第四章 机械振动与机械波	76
4-1 简谐振动的基本概念和规律	76
* 4-2 阻尼振动 受迫振动和共振	83
* 4-3 非线性振动简介	85
* 4-4 简谐振动的合成	87
4-5 机械波的产生及其特征量	90
4-6 平面简谐波	92
4-7 波的传播	97
4-8 波的干涉 驻波	99
4-9 多普勒效应	102
本章要点	104
习题	106
自测题	109
第五章 波动光学	111
5-1 光的干涉	111
5-2 光的衍射	122
5-3 光的偏振	130
本章要点	138
习题	141
自测题	142
第六章 气体动理论及热力学	144
6-1 平衡态 理想气体状态方程	144
* 6-2 范德瓦耳斯方程	145
6-3 理想气体的压强和温度公式	146
6-4 能量按自由度均分定理 理想气体的内能	150
6-5 麦克斯韦气体分子速率分布律	153
6-6 分子的平均碰撞次数和平均自由程	158
6-7 热力学第一定律	160
6-8 热力学第一定律对理想气体的应用	162
* 6-9 多方过程	168
6-10 循环过程 卡诺循环	168
6-11 热力学第二定律	173
6-12 熵 熵增加原理	176
本章要点	178
习题	181
自测题	184

第七章 静电场	186
7-1 电荷和电场	186
7-2 电通量 高斯定理	191
7-3 静电场力的功 电势	197
7-4 静电场中的导体和电介质	204
7-5 电容 电容器 静电场的能量	209
7-6 一些静电现象和静电技术的应用	213
本章要点	214
习题	215
自测题	218
第八章 稳恒磁场	220
8-1 基本磁现象	220
8-2 磁场 磁感应强度	221
8-3 磁感应线 磁场中的高斯定理	223
8-4 毕奥-萨伐尔定律	225
8-5 安培环路定理	229
8-6 磁场对运动电荷的作用	232
8-7 磁场对电流的作用	235
8-8 磁场对平面载流线圈的作用	239
*8-9 磁介质中的磁场	242
本章要点	245
习题	247
自测题	252
第九章 电磁感应 电磁场	254
9-1 电磁感应现象 楞次定律	254
9-2 电动势 法拉第电磁感应定律	256
9-3 动生电动势 感生电动势	259
9-4 自感和互感	262
9-5 磁场的能量	265
9-6 位移电流 麦克斯韦方程组	266
*9-7 麦克斯韦方程组的微分形式	269
*9-8 直流电路	271
本章要点	274
习题	275
自测题	278
第十章 量子物理基础	279

10-1	黑体辐射 普朗克量子假设	279
10-2	光的量子性	281
10-3	德布罗意波	287
*10-4	氢原子的玻尔理论	289
10-5	不确定关系	292
10-6	波函数	293
10-7	薛定谔方程	295
10-8	原子中核外电子的状态	299
10-9	激光	301
	本章要点	304
	习题	305
	自测题	307
附录一	物理中常用的数学	309
附录二	国际单位制(SI)的基本单位	314
附录三	常用物理常量	315
	习题答案	316
	自测题答案	327

第一章 质点力学

物理学是研究物质结构及其运动的最普遍基本规律的自然科学. 本章讨论物体位置的变化, 即机械运动.

1-1 质点运动的描述

一、参考系和坐标系 质点

1. 参考系和坐标系

自然界中一切物体都在运动, 大到地球、太阳等天体, 小到分子、原子和各种基本粒子都处在永恒的运动中, 所以物体的运动是普遍的、绝对的. 但是对运动的描述是相对的, 即与参考物有关. 如在匀速行驶的车上物体的落体运动, 在地面上看却是抛物线运动. 所以在描述研究对象的运动时, 首先必须选择另一个或几个保持相对静止的物体作为参考, 被选作参考的物体就称为参考系.

一般的, 参考系的选择具有任意性, 视具体问题的性质和方便而定. 如研究地面附近物体的运动就常以地球为参考系, 若研究地球绕太阳的运动选太阳恒星为参考系.

为了定量地描绘物体相对于参考系的运动, 还需要建立固定在参考系中的坐标系. 通常使用的是固定在参考系上的直角坐标系, 也可以使用极坐标系、球面坐标系或柱面坐标系等. 长度单位取国际单位制为米(m), 也可以使用厘米(cm)、千米(km)等.

2. 质点

当物体的大小和形状可以忽略时, 将物体抽象为具有质量的几何点, 即质点.

例如在研究物体的平动时, 其上各点的运动情况完全相同, 可取物体上的任一点来代表, 将平动的物体看作质点; 研究地球绕太阳的运动, 虽然地球即自转又公转, 各点间的运动也不相同, 但考虑到日地距离是地球直径的一万多倍, 在研究地球公转时可以忽略地球的大小和形状, 把地球看成一个质点.

一个物体能否看成质点, 应根据具体问题而定. 如研究地球自转及物体的转动、液体的流动等必须考虑研究对象的大小和形状, 不能将物体看成质点, 但可以将其分成质点系, 所以质点运动学是整个运动学的基础.

我们将物体看成质点, 对实际问题进行抽象化处理, 突出事物的本质因素, 忽略其次要素, 从而使所研究的问题简化, 以便于从理论上去研究它, 这种被抽象

了的模型称为理想模型. 质点是实际物体的一个理想模型, 后面我们还会建立刚体、理想气体、点电荷等理想模型, 建立理想模型的方法在处理实际问题中是很有意义的.

二、位置矢量 位移

1. 位置矢量和运动方程

在直角坐标系中描述质点的位置我们习惯于用坐标 (x, y, z) 表示, 在物理学中还可以用一个有向线段来表示质点的位置. 这个有向线段的长度为质点到原点的距离, 方向规定为由坐标原点指向质点所在位置 P 点, 称为质点的位置矢量, 简称位矢, 记作 \mathbf{r} , 显然 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$, 而且下式成立:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1-1)$$

式中 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别为 x, y, z 轴上的单位矢量.

\mathbf{r} 的大小为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-2)$$

\mathbf{r} 的方向余弦为 $\cos\alpha = \frac{x}{r}, \cos\beta = \frac{y}{r}, \cos\gamma = \frac{z}{r}$.

对应于不同时刻, 质点总有一定的位置矢量 \mathbf{r} 与之对应, \mathbf{r} 是 t 的函数, 记作

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

这就是质点的运动方程.

由直角坐标系中, 点的坐标与 \mathbf{r} 的对应关系可以得到

$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

或者

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1-3)$$

这就是质点运动方程的标量形式.

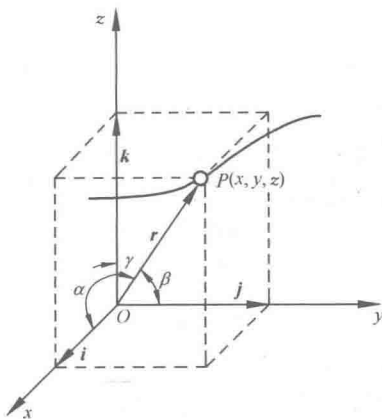


图 1-1 位置矢量

位置矢量有三条基本特性: ①矢量性, \mathbf{r} 是矢量, 不仅有大小, 而且有方向; ②瞬时性, 位置矢量总是与时刻相对应, 不同时刻质点的位置矢量不同; ③相对性, 坐标系的选择不同导致位置矢量也不同, 这表明质点的位置矢量 \mathbf{r} 与坐标系的选择有关(如图 1-1 所示).

运动质点在空间所经过的路径称为轨道.

轨道是位置矢量的矢端在空间移动的轨迹, 在质点的运动方程中消去时刻 t 就可以得到质点的轨道方程. 运动

方程是轨道的参数方程.

例如质点的运动方程为

$$\mathbf{r} = R\cos\omega t\mathbf{i} + R\sin\omega t\mathbf{j}$$

其标量形式为

$$x = R\cos\omega t, \quad y = R\sin\omega t, \quad z = 0$$

消去 t 后得到轨道方程

$$x^2 + y^2 = R^2, \quad z = 0$$

这是圆心在坐标原点, 半径为 R , 位于 $z=0$ 平面内的圆.

2. 位移

如图 1-2 所示, A, B 分别为 t 与 $t+\Delta t$ 时刻质点的位置, \widehat{AB} 是质点运动轨迹的一部分, $\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B$ 分别为 A, B 二点的位置矢量. 这样, 质点在 Δt 内的位移定义为 $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$. $\Delta\mathbf{r}$ 是由 A 点(起点)指向 B 点(终点)的有向线段, $\Delta\mathbf{r}$ 是位置矢量 \mathbf{r}_A 的增量, $\Delta\mathbf{r}$ 不仅表示 B 点相对于 A 点的方位, 而且还表示 AB 间的距离.

位移是矢量, 既有大小, 又有方向, 它与质点所经过的路程不同. 路程 Δs 是指质点所经路径的长度, 只有大小, 没有方向, 路程是标量. 位移与路程是两个截然不同的概念. 某人绕 400m 跑道跑一圈, 其位移 $\Delta\mathbf{r}$ 为 0, 而路程 Δs 为 400m. 显然 $\Delta s \neq |\Delta\mathbf{r}|$, 仅当 $|\Delta\mathbf{r}| \rightarrow 0$ 时, 表示 $|\Delta\mathbf{r}|$ 的弦与表示 Δs 的弧趋于一致, 二者的大小才相等, 即 $|d\mathbf{r}| = ds$, 而且 $d\mathbf{r}$ 的方向趋近于 A 点的切线方向.

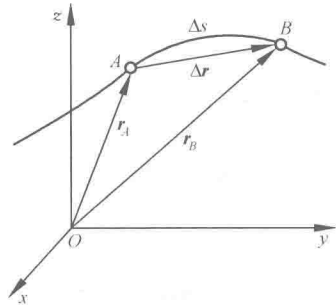


图 1-2 位移

在图 1-2 中, A, B 两点的位置矢量分别为

$$\mathbf{r}_A = x_A\mathbf{i} + y_A\mathbf{j} + z_A\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_B = x_B\mathbf{i} + y_B\mathbf{j} + z_B\mathbf{k}$$

由此, 质点由 A 运动到 B 的位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 为

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k} \quad (1-4)$$

位移的大小为

$$|\Delta\mathbf{r}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \quad (1-5)$$

其方向可由方向余弦表示

$$\cos\alpha = \frac{x_B - x_A}{|\Delta\mathbf{r}|}, \quad \cos\beta = \frac{y_B - y_A}{|\Delta\mathbf{r}|}, \quad \cos\gamma = \frac{z_B - z_A}{|\Delta\mathbf{r}|} \quad (1-6)$$

三、速度 加速度

物理学要研究物体多种运动形式, 而描述这些运动形式的各种物理量一般都处在变化之中, 因此就需要研究各种物理量对于时间的变化率. 本节由最基本的变

化率开始.

1. 平均速度矢量

研究物体的运动,不仅要研究位置矢量和位移,而且要研究位置移动的快慢和方向.在图 1-2 中,时刻 t 到 $(t+\Delta t)$ 内,质点的位移为 $\Delta\mathbf{r}$,所用时间间隔为 Δt ,那么,我们称 $\Delta\mathbf{r}$ 与 Δt 的比值为质点在这段时间内的平均速度矢量,简称为平均速度,即

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

表明平均速度等于位移矢量对时间的平均变化率.

由于 $\Delta\mathbf{r}$ 与所取时刻 t 及时间间隔 Δt 有关,所以 $\bar{\mathbf{v}}$ 与 t 和 Δt 的选取有关.平均速度 $\bar{\mathbf{v}}$ 并不能精确反映 $t \rightarrow t+\Delta t$ 内质点运动的情况,它只是粗略地反映出在这一时间段内质点运动的平均快慢及总的方向.平均速度的方向与位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的方向相同,平均速度的大小等于在 Δt 内每单位时间内平均位移的大小.

所谓平均速率是指质点在 Δt 内所经过的路程 Δs 与所用时间 Δt 的比值,即

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1-8)$$

平均速率是质点在单位时间内通过的平均路程,它是标量.

2. 瞬时速度矢量

平均速度不能精确说明质点的运动情况,为了精确说明质点在时刻 t 的运动情况,应该把 Δt 取得尽可能小, Δt 越小,比值 $\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$ 就越能精确地表示 t 时刻的运动情况.为此应用极限的概念,在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$ 的极限就是质点在 t 时刻的运动的精确描写,我们称之为瞬时速度矢量,简称速度.即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-9)$$

该式表明瞬时速度就是位置矢量对时间的一阶导数.瞬时速度是矢量,其方向为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的极限方向,参看图 1-3 中位移 $\Delta\mathbf{r} = \overrightarrow{AB}$ 沿着割线 AB 的方向.当 Δt 逐渐减小而趋于零时, B 点趋于 A 点,相应的割线 AB 趋于 A 点的切线,其方向为质点前进的方向.

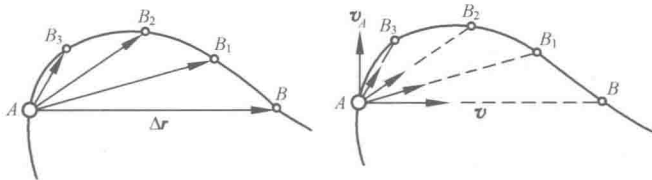


图 1-3 质点在轨道上 A 点处的速度的方向

在 $\Delta t \rightarrow 0$ 的极限情况下, 质点平均速率的极限就是质点的瞬时速率, 即

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = |\mathbf{v}| \quad (1-10)$$

上式还表明, 在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 弦 AB 无限接近弧 \widehat{AB} , 即 $|\Delta \mathbf{r}| \rightarrow \Delta s$, 因此, 瞬时速率就是瞬时速度的大小, 瞬时速率是标量, 瞬时速度是矢量, 在国际单位制中速度与速率的单位均为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. 由于

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

所以

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) \\ &= \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} \\ &= v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \end{aligned} \quad (1-11)$$

其中 v_x, v_y, v_z 分别为 \mathbf{v} 在 x, y, z 方向上投影的大小, 显然

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (1-12)$$

速度的大小

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (1-13)$$

其方向可由方向余弦表示

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v}, \quad \cos\beta = \frac{v_y}{v}, \quad \cos\gamma = \frac{v_z}{v} \quad (1-14)$$

例 1-1 质点在 Oxy 平面内的运动方程为 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, 其中 $x = 2t, y = \frac{1}{2}t^2 - 2$, 式中各量均为 SI 单位. 求: (1) 在 $t_1 = 2.0\text{s}$ 到 $t_2 = 4.0\text{s}$ 这段时间内的位移和平均速度; (2) 在 $t_2 = 4.0\text{s}$ 时的速度和速率; (3) 质点的轨道方程.

解 (1) 由定义

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} &= \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} = (4\mathbf{i} + 6\mathbf{j})\text{m} \cdot \text{s}^{-1} \\ \bar{\mathbf{v}} &= \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\mathbf{j} = \frac{8-4}{4-2}\mathbf{i} + \frac{6-0}{4-2}\mathbf{j} = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})\text{m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

(2) 运动方程的矢量式为

$$\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 - 2\right)\mathbf{j}$$

根据速度公式有

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2\mathbf{i} + t\mathbf{j}$$

将 $t_2 = 4\text{s}$ 代入上式, 可得

$$\mathbf{v}_{t_2} = (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j})\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

速率为

$$v_{t_2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(3) 由 $x=2t$ 得 $t=\frac{x}{2}$, 代入 $y=\frac{1}{2}t^2-2$, 可得轨道方程

$$y = \frac{1}{8}x^2 - 2$$

3. 瞬时加速度矢量

质点运动时, 瞬时速度的大小和方向都会不断变化, 加速度就是描述这种变化的快慢和方向的物理量。

仿照平均速度概念的研究方法, 在图 1-4 中, v_A 表示质点在 t 时所在 A 点的速度, v_B 表示质点在 $t+\Delta t$ 时所在 B 点的速度, 参看速度的矢量三角形, 可知速度

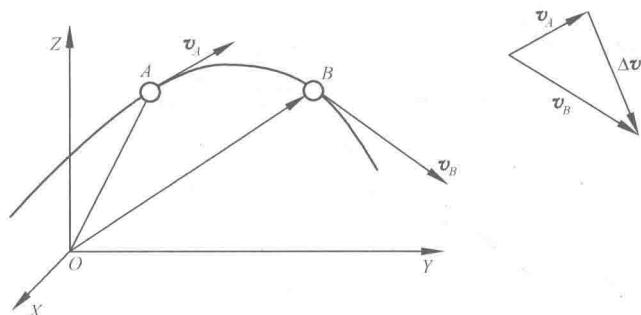


图 1-4 速度的增量

在 Δt 内的增量即末时刻速度与初时刻速度之差为

$$\Delta v = v_B - v_A \quad (1-15)$$

平均加速度的定义为

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1-16)$$

平均加速度描述的是质点在 Δt 时间内的运动速度变化的平均快慢及变化的总方向. 这种描述是粗糙的. 为了精确地描述质点在某一时刻 t (或某一位置 A 处) 的速度变化情况, 有必要使 $\Delta t \rightarrow 0$, 引入瞬时加速度矢量的概念. 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 质点平均加速度的极限即为质点在 t 时刻的瞬时加速度, 即

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (1-17)$$

上式表明瞬时加速度矢量是速度矢量对时间的一阶导数, 也就是速度矢量对时间的变化率. 上式还表明加速度是位置矢量对时间 t 的二阶导数, 它的方向是当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时速度增量 Δv 的极限方向, 由于速度变化情况的不同, Δv 的极限方向也不同, 因而 a 的方向也不同. 必须注意, 速度增量的方向与速度的方向一般并不相同