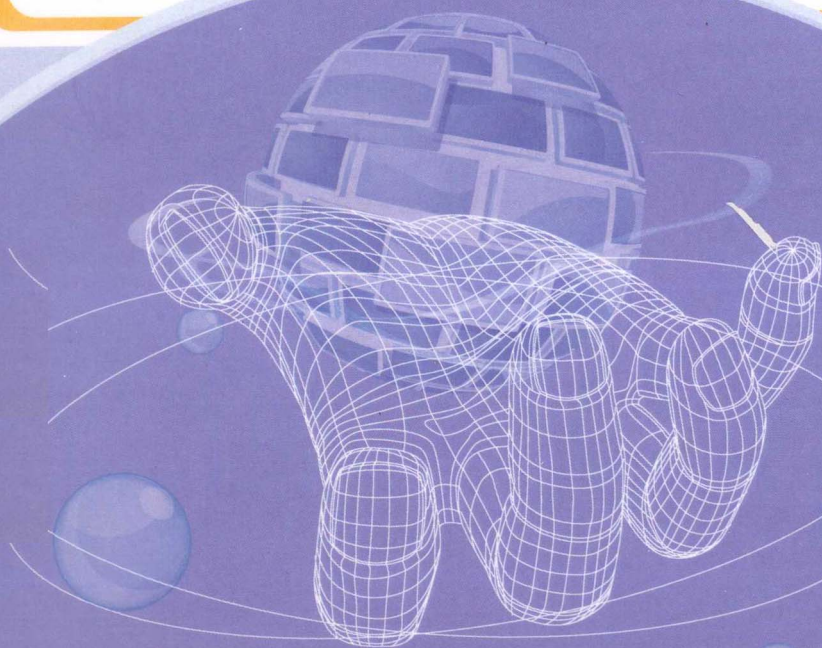


DONGLIXUELILUN
YU YINGYONG YANJIU

动力学理论 与应用研究

茹慧军 编著



西安地图出版社

ENGINEERING
MECHANICS

动力学理论 与应用研究

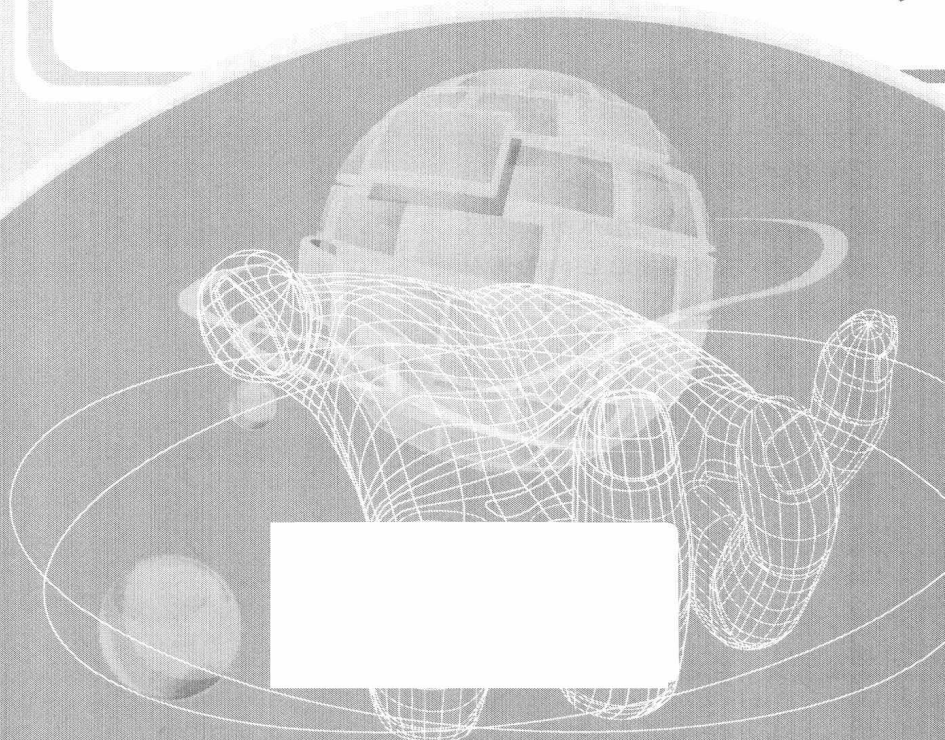
张明华 编著

科学出版社出版

DONGLIXUELILUN
YU YINGYONG YANJIU

动力学理论 与应用研究

茹慧军 编著



西安地图出版社

图书在版编目(CIP)数据

动力学理论与应用研究/茹慧军编著.--西安:
西安地图出版社,2011.4
ISBN 978-7-80748-719-7

I. ①动… II. ①茹… III. ①动力学-研究 IV.
①0311

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 057822 号

著作人及著作方式:茹慧军 编著
责任编辑:史英

书 名:动力学理论与应用研究

出版发行:西安地图出版社

地址邮编:西安市友谊东路 334 号 710054

印 刷:三河市铭浩彩色印装有限公司

规格开本:850 毫米×1168 毫米 1/32

印 张:6.375

字 数:172 千字

版 次:2011 年 4 月第 1 版 2011 年 4 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-80748-719-7

定 价:28.00 元

西安地图出版社通过 ISO9001 国际质量管理体系认证
版权所有 侵权必究

前 言

动力学也称理论力学,是经典力学三大分支(固体力学、流体力学和一般力学)中一般力学的组成部分,所涉及的是牛顿力学的主要基本原理及其对宏观离散力学系统的应用。动力学研究的是物体的机械运动与所受力之间的关系。其研究的方法是,首先确定研究对象,建立研究对象的力学模型和概念,然后以反映物体机械运动最基本原理和定律为依据,运用数学演绎方法建立有关定理与方程。

动力学既具有一定的基础性,同时也具有很强的应用性。基础性是指动力学以一般质点系为力学模型,所建立的牛顿力学主要基本原理及由此导出的有关动力学定理与方程具有普遍意义;应用性是指动力学基本规律在工程实际中的广泛应用性。随着现代科技的不断发展,无论是历史较久的土木工程、建筑工程、水利工程、机械工程、船舶工程等,还是整合了各种高新技术的航空、航天工程、核技术工程、生物医学工程等,都愈来愈多地需要动力学的支持。

本书共分9章,内容大致安排如下:第1章质点动力学分析,包括动力学的基本定律、质点运动微分方程、动力学的两类基本问题以及质点在非惯性参考系中的运动;第2章质点系动力分析,介绍了质点系的动量定理、动量矩定理、动能定理,并以实例的形式对动力学普遍定理的综合应用进行了描述;第3章刚体动力学研究,对刚体的平面运动、定轴转动、定点运动及其运动的微分方程进行了阐述;第4章动静法分析,重点对达朗贝尔原理、惯性力系的简化、刚体的轴承约束力以及静平衡与动平衡进行了介绍;第5章虚位移原理及其应用,包括约束方程、虚位移、虚功及理想约束、虚位移原理及其应用等;第6章分析动力学研究,包括动力学普遍方程、拉格朗日方程及初积分、哈密顿正则方程与哈密顿原理分析等;第7章碰撞问题分

析,包括碰撞的特征、基本假定、恢复系数、两球的正碰撞与斜碰撞分析等;第8章机械振动问题研究,重点对单自由度系统的自由振动、衰减振动、受迫振动,以及两自由度系统的振动进行了分析,同时还介绍了减少振动的方法:隔振与减振;第9章动力学逆问题分析,简要介绍了几种动力学逆问题,包括动力学逆问题的基本提法与解法、刚体动力学中的逆问题以及分析动力学中的逆问题。

本书的特点之一是将质点力学从刚体力学中分出来,从而能够在对刚体运动进行分析之前掌握动力学的基本分析方法。需要强调的是,力学本质上是基于几个基本原理的演绎科学,公式推导逻辑严谨,其整个求解过程就是一个归纳的过程,因此需要考虑简单的实际应用问题。

本书在撰写的过程中,查阅了国内外大量理论力学领域的研究成果和文献,在此表示感谢。限于作者的水平和经验,加之时间紧迫,书中难免存在不足之处,望有关专家和读者批评指正,不胜感激。

作者

2011年3月

目 录

第 1 章 质点动力学分析	(1)
1.1 运动学的基本定律	(1)
1.2 质点运动微分方程	(4)
1.3 质点动力学的两类基本问题	(13)
1.4 质点在非惯性参考系中的运动	(20)
第 2 章 质点系动力学分析	(23)
2.1 质点系动量定理	(23)
2.2 质点系动量矩定理	(28)
2.3 质点系动能定理	(30)
2.4 动力学普遍定理的综合应用	(32)
第 3 章 刚体动力学研究	(38)
3.1 刚体的平面运动	(38)
3.2 刚体的定轴转动	(57)
3.3 刚体的定点运动	(60)
3.4 刚体运动的微分方程	(62)
第 4 章 动静法分析	(66)
4.1 惯性力与达朗贝尔原理	(66)
4.2 惯性力系的简化	(69)
4.3 绕定轴转动刚体的轴承动约束力	(74)
4.4 静平衡与动平衡	(80)

第 5 章 虚位移原理及其应用	(83)
5.1 约束与约束方程	(83)
5.2 自由度与广义坐标	(87)
5.3 虚位移、虚功及理想约束	(90)
5.4 虚位移原理及其应用	(95)
5.5 势力场中质点系的平衡条件与稳定性	(101)
第 6 章 分析动力学研究	(105)
6.1 动力学普遍方程	(105)
6.2 拉格朗日方程(第二类)	(108)
6.3 拉格朗日的初积分	(113)
6.4 第一类拉格朗日方程	(117)
6.5 哈密顿原理分析与哈密顿正则方程	(120)
第 7 章 碰撞问题分析	(125)
7.1 碰撞的特征与基本假定	(125)
7.2 碰撞的恢复系数	(128)
7.3 研究碰撞问题的动力学普遍定理	(130)
7.4 两球的正碰撞与斜碰撞分析	(134)
7.5 碰撞冲量对绕定轴转动刚体的作用与碰撞中心	(140)
第 8 章 机械振动问题研究	(145)
8.1 概述	(145)
8.2 单自由度系统的自由振动	(149)
8.3 单自由度系统的衰减振动	(150)
8.4 单自由度系统的受迫振动	(153)
8.5 两自由度系统的振动分析	(156)
8.6 隔振与减振	(160)
第 9 章 动力学逆问题分析	(164)
9.1 动力学逆问题的提法	(164)

9.2 动力学逆问题的解法	(176)
9.3 刚体动力学中的逆问题	(181)
9.4 分析动力学中的逆问题	(188)
参考文献	(194)

第 1 章 质点动力学分析

动力学主要研究物体的力学运动与受力之间的关系,即论述物体的机械运动与该物体上的作用力之间的关系的科学。动力学研究物体各种运动量与所受力系各种作用量之间的定量关系。力的作用是物体产生机械运动的原因,而机械运动是力对物体作用的结果。物体机械运动状态的变化不仅与作用力有关,还与物体自身的特性有关。

要解决动力学问题,必须要建立动力学理论基础。牛顿定律就是动力学的理论基础。经典力学的理论基础,质点运动的基本规律即牛顿三定律,也称动力学基本定律。

1.1 运动学的基本定律

牛顿三定律是质点动力学的基础,也是整个动力学的理论基础。

力(F)的量纲是 $[F]=MLT^{-2}$,在 SI 制中,力(F) 是导出量,导出单位是牛顿(N)。1 牛顿是指使 1kg 的质点产生 $1m/s^2$ 的加速度所需要的力,也即是 $1N=1kg \times 1m/s^2=1kg \cdot m/s^2$ 。

1.1.1 惯性定律

惯性定律也就是牛顿第一定律是指任何不受外力作用的质点将保持静止或作匀速直线运动。不受力作用的质点其中包括平衡力系作用的质点,保持其运动状态不变的性质称为惯性,匀速直线运动也

称惯性运动。

现实生活中,真正不受外力作用的质点是不存在的,此处所说的不受外力作用是指质点所受合力是零的情况。惯性定律是理想化抽象思维的产物,是不能直接用实验严格验证的,不仅能适用于整体的物体运动也适用于其中任意一个独立的部分。

牛顿第一定律表明力是产生和改变物体运动(获得加速度)的原因,同时还说明惯性参考系是存在的,这是牛顿力学的一个最基本的假设。牛顿总结运动定律时,限定它们是在绝对静止空间中成立的,因此,与绝对静止空间固连的参考系以及相对其匀速直线平动的参考系称为惯性参考系。凡是牛顿定律适用的参考系就可称为惯性参考系,惯性参考系是牛顿运动定律成立的前提。一般的工程问题中,以固定于地面的坐标系或相对于地面作匀速直线平移的坐标系作为惯性参考系,便可以得到足够精确的结果。一般情况下,若无特别说明,均取固定在地球表面的坐标系为惯性参考系。而相对于惯性参考系有加速度的参考系可称为非惯性参考系,在这种参考系下,牛顿运动定律不成立。

1.1.2 力、质量与加速度的关系定律

力、质量与加速度的关系定律也就是牛顿第二定律,指物体受外力作用时将产生加速度,加速度的方向与外力矢量和方向相同,其大小与外力矢量和的大小成正比,与物体的质量成反比。该定律是动力学基本公理。

F , m 和 a 分别表示作用力,物体的质量和加速度,则上述定律可表达为如下形式:

$$a = F/m, \text{也即是 } ma = F \quad (1-1)$$

物体所受力的矢量和可用 $F = \sum F_i$ 来表示,也即是物体的质量与其加速度的乘积等于作用在该物体上众多力的合力。若有一个

力系($F_1, F_2, \dots, F_n$)作用在质点上, 牛顿第二定律可表示为:

$$ma = \sum_{i=1}^n F_i$$

分析上式(1-1)可知, 在相同力的作用下, 物体的质量越大, 其所获得的加速度就越小, 而保持其原有运动状态的惯性就越大。因此, 质量是物体惯性的度量。

经典力学范围内, 质点的质量是一个常量, 与物体的运动无关。因此, 可以选取某种最简单的运动来确定它的数值。如真空中的自由落体运动, 设一物体的重量为 F_G , 其在真空中自由降落的加速度为重力加速度 g , 则按照式(1-1)可得

$$mg = F_G \text{ 或 } m = F_G/g$$

测出物体的重量 F_G 和重力加速度 g 的值, 根据上式便可求出物体的质量。

1.1.3 力的作用与反作用定律

力的作用与反作用定律也就是牛顿第三定律, 指任何两个物体相互作用时, 作用力与反作用力分别作用在这两个物体上, 且总是大小相等, 方向相反, 并沿着同一直线。该定律也称力的相互作用公理。

该定律说明两个物体无论是静止平衡的, 还是运动的, 它们之间的作用总是相互的, 并且两个物体所受力的的大小相等、方向相反、作用线同为两作用点的连线。

牛顿第三定律不管是静力学问题还是动力学问题, 它都是适用的, 与所选的参考系是无关的。

1.1.4 惯性参考系

上述的三大定律中, 第一定律为整个力学选定了一类特殊的参

考系即惯性参考系,故,可说第一定律是第二定律不可缺少的前提。第一定律是在某种特定的情况下才能成立的,在这个成立的前提下,才能进一步探讨第二定律。惯性定律是不能直接用实验严格验证的。

惯性定律为力学体系确定了惯性参考系,因此,我们把能使惯性定律成立的参考系称为惯性参考系,简称惯性系。由爱因斯坦提出的狭义相对论,可知绝对的惯性参考系是不存在的,在宇宙中只有近似准确的惯性系。实际工程运算中,一般的工程问题运动局限于地面上一个不太大的范围,可以选择地球参考系(地面参考系)作为惯性系。这种情况下,任何固定在地面上的物体或地面作等速直线运动的物体,都可看作是近似程度较高的惯性系。若有类似大气或海洋环流等尺度较大的机械运动,则需将地球自转的影响考虑进去,但仍可忽略公转的影响,而选择以地心为原点、三个坐标轴指向三颗恒星的地心参考系为惯性系。在分析研究行星、彗星天体及航天器等太阳系的范围机械运动时,便需选取以太阳为原点,三个坐标轴指向三颗恒星的日心参考系作为惯性系。

综上所述可知,在应用牛顿运动定律时,可选择日心参考系、地心参考系和地球参考系等作为惯性系,具体的选择方案要根据具体的问题和实际的精度要求。通常情况下,都是以地球作为参考系,则便可将地面上的其他参考系也作为惯性系,这也即是基本参考系。

1.2 质点运动微分方程

1.2.1 点的运动学

质点动力学研究作用于质点上的力和质点运动之间的一般关系。描述物体的运动就是描述物体的位置随时间的变化,为此,必须

选取另一个物体作为参考,被选作参考的物体称为参考体,与参考体固连的坐标系称为参考坐标系,简称参考系。在同一参考体上,可选取不同的坐标系(直角坐标系、极坐标系等)来描述点的运动规律,为使结果不依赖于坐标系的选择,故选用矢量表示各种量之间的关系,在求解具体问题时,再选用合适的坐标系。

1. 矢量法

选用矢量研究点的运动称为矢量法。

某参考系中存在 M 点,在参考系中选取一固定点 O ,由 O 点向点 M 点作一矢量 r ,其中 r 是 M 点相对于点 O 的矢径。 M 点在空间的位置随时间连续地变化,对应的 r 就是一个时间 t 的单值连续矢量函数,如下图 1-1 所示。函数可表示为

$$r = r(t) \quad (1-2)$$

给定瞬时 t ,则可通过式(1-2)得到相应的矢径 r ,从而唯一确定了该瞬时点在空间的位置。

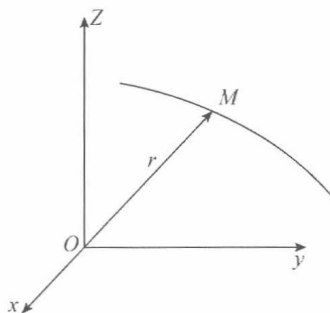


图 1-1 矢量函数

这个可唯一确定任一瞬时点在空间位置的方程称为 M 点的矢量形式运动方程。 M 点运动时,矢径 $r(t)$ 的端点在空间划出一条曲线,称为矢径端图,它就是动点 M 点的运动轨迹。

点的速度等于矢径 r 对时间的一阶导数

$$v = \frac{dr}{dt} \quad (1-3)$$

上式中,速度 v 是矢量,其方向沿轨迹上 M 点的切线,并指向 M 点的运动方向,速度的大小,也就是速度的模,表示点运动的快慢。

点的加速度等于速度 v 对时间的一阶导数,也等于矢径 r 对时间的二阶导数

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \quad (1-4)$$

上式中, a 表示加速度是一个矢量,表示速度包括大小和方向随时间的变化率。也可将上式(1-3)和(1-4)表示为以下形式:

$$\begin{aligned} v &= \dot{r} \\ a &= \dot{v} = \ddot{r} \end{aligned}$$

为方便,字母上方加一点表示该量对时间的一阶导数,加两点表示该量对时间的二阶导数。

2. 直角坐标法

直接坐标系是最常用的坐标系,它也称为正交笛卡尔坐标系。在参考体上固连一个直角坐标系 $Oxyz$,如图 1-1 所示,其中三根轴的单位矢量分别是 i, j, k ,在力学中通常取右手坐标系,即 $i \times j = k$ 。在直角坐标系中,矢径 r 和点 M 在坐标系中的坐标 (x, y, z) 的关系是

$$r = xi + yj + zk \quad (1-5)$$

故,可将方程(1-1)在直角坐标系中用方程组表示为

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

上式即为点 M 的直角坐标形式运动方程,若把 t 看成参数,则该方程就是轨边的参数方程。

将式(1-5)代入(1-3)可得

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \dot{x}\boldsymbol{i} + \dot{y}\boldsymbol{j} + \dot{z}\boldsymbol{k} \quad (1-7)$$

设 M 点的速度 $\boldsymbol{v}$ 在直角坐标轴上的投影为 v_x, v_y, v_z , 可得

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \quad (1-8)$$

综合上式可得

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \dot{x} \\ v_y &= \dot{y} \\ v_z &= \dot{z} \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

从上式(1-9)可知, 点的速度在坐标轴上的投影等于点的坐标对时间的一阶导数。

在求得 v_x, v_y, v_z 后, 便可确定速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小和方向。

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1-10)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{i}) &= \frac{v_x}{v} \\ \cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{j}) &= \frac{v_y}{v} \\ \cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{k}) &= \frac{v_z}{v} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

设点 M 的加速度 $\boldsymbol{a}$ 在直角坐标轴上的投影分别为 a_x, a_y, a_z , 存在

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \quad (1-12)$$

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y &= \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z &= \dot{v}_z = \ddot{z} \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

易知, 点的加速度在坐标轴上的投影等于点的坐标对时间的二阶导数。

加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小和方向可由 a_x, a_y, a_z 来确定。

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-14)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(a, i) &= \frac{a_x}{a} \\ \cos(a, j) &= \frac{a_y}{a} \\ \cos(a, k) &= \frac{a_z}{a} \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

3. 自然坐标法

点沿曲线轨迹运动时,曲线轨迹几何形状与点的运动特征量速度、加速度有很大关系,自然坐标法就是结合轨迹的几何形状建立坐标系来研究点的运动的方法。故,应用这种方法时点的运动轨迹是已知的。

设已知 M 点运动轨迹,在轨迹上任选一点 D ,作为原点,沿轨迹规定正负方向, $s = \pm O_1M$ 称为 M 点的弧坐标,如下图 1-2 所示。

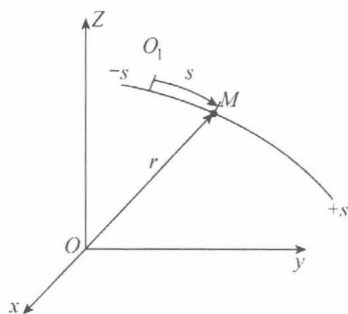


图 1-2 自然坐标形式

M 点的位置可由其轨迹和弧坐标唯一确定,当点 M 沿轨迹运动时,弧坐标 s 随 t 时间变化,其中 s 是时间 t 的单值连续函数,有:

$$s = s(t) \quad (1-16)$$

上式可称为 M 点的自然坐标形式运动方程。

作曲线在 M 点的切线 MT ,邻近一 M' 点的切线为 $M'T'$,过 M 点作 MT_1 平行于 $M'T'$,如下图 1-3 所示。于是可将 MT 和 MT_1 的夹角 $\Delta\theta$ 称为邻角,设 MM' 的弧长为 Δs ,邻角 $\Delta\theta$ 与弧长 Δs 的比