全国高等教育自学考试

全国广播电视大学注册视听生及专升本复习

强化训练习题集

高等数学(二)

本书编写组 编

中央广播电视大学出版社

全国高等教育自学考试

全国广播电视大学注册视听生及专升本复习

强化训练习题集

高等数学(二)

本书编写组 编

江苏工业学院图书馆
藏书章

中央广播电视大学出版社

（京）新登字 163 号

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（二）强化训练习题集/《强化训练习题集》编写组编．-北京：中央广播电视大学出版社，1996．10

ISBN 7-304-01300-1

Ⅰ．高… Ⅱ．强… Ⅲ．高等数学-成人教育：高等教育-习题Ⅳ．013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 11238 号

强化训练习题集

高等数学（二）

本书编写组 编

中央广播电视大学出版社出版

社址：北京市复兴门内大街 160 号 邮编：100031

北京银祥福利印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

开本 850×1168 1/32 印张 6.75 千字 163

1996 年 6 月第 1 版 1999 年 8 月第 5 次印刷

印数 60501～75500

定价 13.00 元

ISBN 7-304-01300-1/G·196

版权所有，翻印必究。本书封面贴有防伪标签，无标签者不得销售。

电话：66419791 68519502（如有缺页或倒装，本社负责退换）

前　言

为了配合全国高等教育自学考试以及电大注册视听生和专升本学生复习，我们组织了长期工作在教学第一线的教授和专家，按各有关复习考试大纲的要求，编写了这套强化训练习题集。它既注意保持知识的系统性和完整性，又兼顾测试的科学化与规范化，尽可能体现对考生应具备的大学本专科基本理论、专业知识和基本技能训练的要求。这套强化训练习题集（丛书）包括：政治、英语、高等数学（一）、高等数学（二）、会计学原理、电路原理、刑法、民法、大学语文等科目（共计9种）。由于编写时间较短，疏漏不当之处还需广大读者提出宝贵意见。

编　者

1996年5月

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

强化训练题一

一、选择题：本大题共 10 个小题。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。把所选项前的字母填在括号内。

(1)设函数

$$f(x)=\begin{cases}\sin x+1 & x<0\\ 0 & x=0\\ \cos x-1 & x>0\end{cases}$$

则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$

A. 1　　　　B. 0

C. -1　　　　D. 不存在　　　　【　　】

(2)设需求量 Q 对价格 p 的函数为 $Q=8+2\sqrt{p}$，则需求弹性为 $\eta(p)=$

A. $\dfrac{\sqrt{p}}{8+2\sqrt{p}}$

B. $-\dfrac{\sqrt{p}}{8+2\sqrt{p}}$

C. $\dfrac{8+2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

D. $-\dfrac{8+2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$　　　　【　　】

(3)下列函数中为偶函数的是

A. $y=e^{-x}$

B. $y=\ln(-x)$

C. $y=x^3\cos x$

D. $y=\ln|x|$ 【　　】

(4)以下结论正确的是

A. 导数不存在的点一定不是极值点

B. 驻点肯定是极值点

C. 导数不存在的点处切线一定不存在

D. $f'(x_0)=0$ 是可微函数 $f(x)$ 在 x_0 点处取得极值的必要条件 【　　】

(5)下列变量中是无穷小量的有

A. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\ln(x+1)}$

B. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x+2)(x-1)}$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{1}{x}$

D. $\lim\limits_{x\to 0}\cos x\sin\dfrac{1}{x}$ 【　　】

(6)以下各对函数是相同函数的有

A. $f(x)=|x|$ 与 $g(x)=-x$

B. $f(x)=\sqrt{1-\sin^2 x}$ 与 $g(x)=|\cos x|$

C. $f(x)=\dfrac{x}{x}$ 与 $g(x)=1$

D. $f(x)=|x-2|$ 与 $g(x)=\begin{cases} x-2 & x>2 \\ 2-x & x<2 \end{cases}$ 【　】

(7)下列函数中,图形关于 y 轴对称的有

A. $y=x\cos x$

B. $y=x+x^3+1$

C. $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

D. $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 【　】

(8)曲线 $y=2+\ln x$ 在点 $x=1$ 处的切线方程是

A. $y=x-1$

B. $y=x+1$

C. $y=x$

D. $y=-x$ 【　】

(9)下列无穷限积分中,积分收敛的有

A. $\int_{-\infty}^{0} e^x dx$

B. $\int_{1}^{+\infty} \dfrac{dx}{\sqrt{x}}$

C. $\int_{-\infty}^{0} e^{-x} dx$

D. $\int_{-\infty}^{0} \cos x dx$ 【　】

(10)下列定积分中,积分结果正确的有

A. $\int_a^b f'(x)dx = f(x)+C$

B. $\int_a^b f'(x)dx = f(b) + f(a)$

C. $\int_a^b f'(2x)dx = \frac{1}{2}[f(2b) - f(2a)]$

D. $\int_a^b f'(2x)dx = f(2b) - f(2a)$ 【　　】

二、填空题:本大题共 5 个小题。把答案填在题中横线上。

(11)设函数

$$f(x)=\begin{cases}(1+x)^{-\frac{2}{x}} & x\neq 0\\ k & x=0\end{cases}$$

在 $x=0$ 处连续,则参数 $k=$________

(12)导数$\left[\int_0^x \frac{dx}{\cos x + \sin x}\right]' =$________

(13)函数 $f(x)=3x-\frac{2}{x}$的单调增加区间是________

(14)函数 $z=\frac{x}{x+y}+\frac{y}{(x-y)^2}$的间断曲线是________

(15)某商品的需求规律为 $x+p=10$(其中 x 为需求量 p 为价格),则销售 x 件商品的总收入函数 $R(x)=$________

三、计算题:本大题共 12 个小题。

(16)求 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2+2x+1}{2x(x+1)}$

(17)求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sin 2x}$

(18)设 $y=\frac{2}{x}+\ln\sqrt{1-x^2}$,求 dy

(19)求 $\int(x-1)\ln x dx$

(20)求 $\int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

(21)求 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2x}{x^2+1}dx$

(22)设 $\int_0^x f(t)dt = \ln(1+x^2)$,求 $f(1)$

(23)设方程 $\operatorname{arctg}\frac{y}{x} = \ln\sqrt{x^2+y^2}$,求 y'

(24)求 $I = \int_0^{\sqrt{\ln 2}} x^3 e^{-x^2} dx$

(25)设 $z = e^{3x+2y}$, $x = \cos t$, $y = t^2$,求$\frac{dz}{dt}$

(26)求曲线 $y^2 = 4ax$ 和 $x^2 = \frac{ay}{2}$所围成的面积($a>0$)。

(27)变更二重积分 $\int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x,y)dy$ 的积分次序。

四、综合题与证明题:本大题共 3 个小题。

(28)求函数 $y = xe^{-x}$的定义域、驻点、拐点、凹凸区间、极值点、极值。

(29)某厂每年需订购某种机械配件 40000 个,分期分批进货,已知该配件的成本为 500 元,年贮存费为成本的 16% 。若进货是均匀的,每次订货的手续费为 1000 元。试求:

1)最优批量(即使贮存费和手续费之和最小时的批量)

2)年进货次数

(30)设 $b>a>0$,证明:$\frac{b-a}{b} < \ln\frac{b}{a} < \frac{b-a}{a}$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

强化训练题一参考答案

一、选择题

(1) D (2) B (3) D (4) D (5) C

(6) B (7) C (8) B (9) A (10) C

二、填空题

(11)e^{-2} (12)$\dfrac{1}{\cos x+\sin x}$

(13)$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

(14)$y=x$ 及 $y=-x$

(15)$10x-x^2$

三、计算题:本大题共 12 个小题

(16)解
$$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2+2x+1}{2x^2+2x}\quad\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{10x+2}{4x+2}\quad\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{10}{4}$$
$$=\frac{5}{2}$$

(17)解
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sin 2x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x}{(\sqrt{1+x}+1)\sin 2x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin 2x}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \lim_{x \to 0} \frac{2x}{\sin 2x}$$

$$= \frac{1}{4}$$

或采用罗必塔法则。

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sin 2x} \quad \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}}}{2\cos 2x}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \to 0} \frac{1}{\sqrt{1+x}\cos 2x}$$

$$= \frac{1}{4}$$

(18)解 $$y = \frac{2}{x} + \ln\sqrt{1-x^2}$$

$$y' = -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x)$$

$$= -\frac{2}{x^2} - \frac{x}{1-x^2}$$

$$= -\frac{2-2x^2+x^3}{x^2(1-x^2)}$$

$$dy = y'dx$$

$$= \frac{x^3-2x^2+2}{x^2(x^2-1)}dx$$

(19)解 $\int(x-1)\ln x dx$

$$= \int x\ln x dx - \int \ln x dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \ln x d(x^2) - [x\ln x - \int x d(\ln x)]$$

$$= \frac{1}{2}[x^2\ln x - \int x^2 d(\ln x)] - [x\ln x - \int dx]$$

$$= \frac{1}{2}(x^2\ln x - \int x dx) - (x\ln x - x)$$

$$= \frac{1}{2}(x^2\ln x - \frac{1}{2}x^2) - (x\ln x - x) + C$$

$$= \frac{1}{4}x^2(2\ln x - 1) - x(\ln x - 1) + C$$

(20)解 $\int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

$$= 2\int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2} \sin\sqrt{x} d(\sqrt{x})$$

$$= -2[\cos\sqrt{x}]_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2}$$

$$= -2(\cos\pi - \cos\frac{\pi}{2})$$

$$= 2$$

(21)解 $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2x}{x^2+1} dx$

可在$(+\infty, -\infty)$内任取一点 $x = a$(常数),则

$$I = \int_{-\infty}^{a} \frac{2xdx}{x^2+1} + \int_{a}^{+\infty} \frac{2xdx}{x^2+1}$$

$$\int_{-\infty}^{a} \frac{2xdx}{x^2+1} = \lim_{b\to-\infty}\int_{b}^{a} \frac{d(x^2+1)}{x^2+1}$$

$$= \lim_{b \to -\infty} [\ln(1+x^2)]_b^a$$

$$= \lim_{b \to -\infty} [\ln(1+a^2)] - \ln(1+b^2)]$$

$$= -\infty$$

$$\int_a^{+\infty} \frac{2x dx}{x^2+1} = \lim_{c \to +\infty} \int_a^c \frac{d(x^2+1)}{x^2+1}$$

$$= \lim_{c \to +\infty} [\ln(1+x^2)]_a^c$$

$$= \lim_{c \to +\infty} [\ln(1+c^2)] - \ln(1+a^2)]$$

$$= +\infty$$

故

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2x}{x^2+1} dx$$

发散。

(22)**解** $\int_0^x f(t) dt = \ln(1+x^2)$

两边对 x 求导数，求出 $f(x)$ 的表达式

$$[\int_0^x f(t) dt]'_x = [\ln(1+x^2)]'_x$$

$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$$

$$f(1) = 1$$

(23)**解** 方程 $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2+y^2}$ 两边对 x 求导数，但注意 y 是 x 的函数。

$$[\operatorname{arctg} \frac{y}{x}]'_x = [\ln \sqrt{x^2+y^2}]'_x$$

$$\frac{1}{1+(\frac{y}{x})^2}\cdot\frac{y'x-y}{x^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2+y^2}\cdot(2x+2yy')$$

$$y'x-y=x+yy'$$

$$y'=\frac{x+y}{x-y}$$

(24)**解** $I=\int_0^{\sqrt{\ln 2}}x^3e^{-x^2}dx$

先计算

$$\int x^3e^{-x^2}dx$$

$$=\int x^2(-\frac{1}{2})d(e^{-x^2})$$

$$=-\frac{1}{2}[x^2e^{-x^2}-\int e^{-x^2}d(x^2)]$$

$$=-\frac{1}{2}[x^2e^{-x^2}-2\int xe^{-x^2}dx]$$

$$=-\frac{1}{2}[x^2e^{-x^2}+\int e^{-x^2}d(-x^2)]$$

$$=-\frac{1}{2}[x^2e^{-x^2}+e^{-x^2}]+C$$

$$=-\frac{1}{2}e^{-x^2}(x^2+1)+C$$

$$I=\int_0^{\sqrt{\ln 2}}x^3e^{-x^2}dx$$

$$=-\frac{1}{2}[e^{-x^2}(x^2+1)]_0^{\sqrt{\ln 2}}$$

$$=-\frac{1}{2}[\frac{1}{2}(\ln 2+1)-1]$$

$$=\frac{1}{4}(1-\ln 2)$$

(25)**解**　$z=e^{3x+2y}, x=\cos t, y=t^2$

根据公式有

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt}&=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}\\&=e^{3x+2y}\cdot 3\cdot(-\sin t)+e^{3x+2y}\cdot 2\cdot(2t)\\&=e^{3x+2y}(4t-3\sin t)\end{aligned}$$

(26)**解**　1)求交点。解方程组

$$\begin{cases}y^2=4ax\\ x^2=\dfrac{ay}{2}\end{cases}$$

得到交点 $x=a, y=2a$,即两曲线交点为

$$(a,2a)$$

2)确定积分域

$$D:\begin{cases}0\leqslant x\leqslant a\\ \dfrac{2x^2}{a}\leqslant y\leqslant 2\sqrt{ax}\end{cases}$$

3)用二重积分计算所求面积

$$\begin{aligned}S&=\iint_D dxdy\\&=\int_0^a dx\int_{\frac{2x^2}{a}}^{2\sqrt{ax}}dy\\&=\int_0^a\left(2\sqrt{ax}-\frac{2x^2}{a}\right)dx\\&=\left[\frac{4}{3}\sqrt{ax^3}-\frac{2}{3a}x^3\right]_0^a\end{aligned}$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com