



普通高等教育中医药类“十二五”规划教材
全国普通高等教育中医药类精编教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

(供中药、药学、中医类、中西医结合等专业用)

主 编 邵建华 关明云

副主编 赵文峰 钱微微 陈世红

黄 浩 黄爱武

主 审 王世钦

上海科学技术出版社

普通高等教育中医药类“十二五”规划教材
全国普通高等教育中医药类精编教材

高等数学

(供中药、药学、中医类、中西医结合等专业用)

主 编	邵建华 关明云
副主编	赵文峰 钱微微 陈世红 黄 浩 黄爱武
主 审	王世钦

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/邵建华,关明云主编. —上海:上海
科学技术出版社,2014.8

普通高等教育中医药类“十二五”规划教材 全国普
通高等教育中医药类精编教材

ISBN 978-7-5478-2182-4

I. ①高… II. ①邵… ②关… III. ①高等数学—中
医学院—教材 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 118858 号

高等数学

主编 邵建华 关明云

上海世纪出版股份有限公司 出版
上海科学技术出版社

(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)

上海世纪出版股份有限公司发行中心发行

200001 上海福建中路 193 号 www.ewen.cc

常熟市华顺印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 15.25

字数 320 千字

2014 年 8 月第 1 版 2014 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5478-2182-4/O·35

定价: 25.00 元

《高等数学》编委会名单

主 编

邵建华(上海中医药大学)
关明云(辽宁中医药大学)

副主编

赵文峰(河南中医学院)
钱微微(浙江中医药大学)
陈世红(江西中医药大学)
黄 浩(福建中医药大学)
黄爱武(湖南中医药大学)

主 审

王世钦(甘肃中医学院)

编 委

(以姓氏笔画为序)
韦 杰(贵阳中医学院)
刘 敏(成都中医药大学)
孙继佳(上海中医药大学)
汪春华(安徽中医药大学)
陈忠文(甘肃中医学院)
陈丽君(湖北中医药大学)
陈赠思(浙江中医药大学)
周 菲(甘肃中医学院)
周 丽(江西中医药大学)
胡灵芝(陕西中医学院)
郝小枝(云南中医学院)
赵 莹(上海中医药大学)
董 丹(辽宁中医药大学)
覃 洁(广西中医药大学)
谢国梁(黑龙江中医药大学)
孙继佳(兼)(上海中医药大学)

学术秘书

普通高等教育中医药类“十二五”规划教材
全国普通高等教育中医药类精编教材

专家指导委员会名单

(以姓氏笔画为序)



万德光	王 华	王 键	王之虹	王永炎
王亚利	王新陆	邓铁涛	石学敏	匡海学
刘红宁	刘振民	许能贵	杨关林	李灿东
李金田	严世芸	吴勉华	何 任	余曙光
张伯礼	张俊龙	陆德铭	范永升	周永学
周仲瑛	郑 进	郑玉玲	胡鸿毅	施建蓉
耿 直	高思华	唐 农	梁光义	黄政德
翟双庆	颜德馨			

前言

医学乃性命之学,医学教材为医者入门行医之准绳。上海科学技术出版社于1964年受国家卫生部委托出版全国中医院校试用教材迄今,肩负了近半个世纪全国中医院校教材建设、出版的重任。中医前辈殚精竭虑编写的历版中医教材,培养造就了成千上万的中医卓越人才报效于中医事业,尤其是1985年出版的全国统编高等医学院校中医教材(五版教材),被誉为中医教材之经典而蜚声海内外。

进入21世纪,高等教育教材改革提倡一纲多本、形式多样,先后有多家出版社参与了中医教材建设,呈现百花齐放之势。2006年,上海科学技术出版社在全国高等中医药教学管理研究会和专家指导委员会精心指导下,在全国中医院校积极参与下,出版了供中医院校本科生使用的“全国普通高等教育中医药类精编教材”。“精编教材”综合、继承了历版教材之精华,遵循“三基”、“五性”和“三特定”教材编写原则,教材编写依据国家教育部新版教学大纲和国家中医药执业医师资格考试要求,突出“精炼、创新、适用”特点。在教材的组织策划、编写和出版过程中,上海科学技术出版社与作者一起秉承认真、严谨、务实的作风,反复论证,层层把关,使“精编教材”的内容编写、版式设计和质量控制等均达到了预期的要求,并获得中医院校师生的好评。

为了更好地贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020)》,全面提升本科教材质量,充分发挥教材在提高人才培养质量中的基础性作用,2010年秋季,全国高等中医药教学管理研究会和上海科学技术出版社在上海召开了中医院校教材建设研讨会。在会上,院校领导和专家们就如何提高高等教育质量和人才培养质量发表了真知灼见,并就中医药教育和教材建设等议题进行了深入的探讨。根据会议提议,在“十二五”开局之年,上海科学技术出版社全面启动“全国普通高等教育中医药类精编教材”的修订和完善工作。“精编教材”修订和完善将根据《教育部关于“十二五”普通高等教育本科教材建设的若干意见》(教高〔2011〕5号)精神,实施教材精品战略,充分吸纳教材使用过程中的反馈意见,进一步完善教材的组织、编写和出版机制,有利于教材内容的更新、结构的完善和体系的创新,更切合中医院

校的教学实践。

“教书育人,教材领先”。教材作为传道授业解惑之书,应使学生能诵而解,解而明,明而彰,然要做到这点实在不易。要提高教材质量,必须不断地对其锤炼和修订,诚恳希望广大中医院校的师生和读者在使用中进行检验,并提出宝贵意见,以使本套教材更加适合现代中医药教学的需要。

全国普通高等教育中医药类精编教材
编审委员会

2011年5月

编写说明

由于数学的思想、方法、技术等自然科学、社会科学、医药科学及日常生活中发挥着越来越重要的作用,因而数学思想和数学方法的学习显得更为重要。就中医药及相关专业开设的高等数学课程而言,在应用性和创新性方面提出了新的要求,促使我们对教材的定位、专业的要求、教学的对象等进行深入的思考,编写一本以学生为本,较好地体现以培养学生数学素养、提高综合能力等为目标,适合高等中医药院校的高等数学教材。

本教材是在全国中医药高教学会教学管理研究会的指导下,由上海中医药大学立项,经上海科学技术出版社组织全国 10 余所高等中医药院校的专家教授,按教育部对高等医药院校高等数学的基本要求,结合各自院校的实际情况及参考国内外同类教材编写而成。

本教材共分九章,内容包括函数与极限、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程、多元函数的微分学、多元函数的积分和线性代数基础等。在编写中注意与中学数学的衔接;在保持数学系统性的前提下列举了一些与医药结合的例题和习题,使其更具有中医药院校教材的特色。此外,为了使学便于抓住重点,在每章的开始编写了导学(掌握、熟悉、了解)内容。同时,在每章最后编写了拓展阅读,简要地介绍了在数学发展历史进程中的各类趣事以及发现、发明的过程,以增强学生热爱科学、努力进取的信心。教材最后列出了相关网站,通过查阅可以开阔视野、激发兴趣、拾遗补阙。

本教材第一章由黄爱武、刘敏编写;第二章由赵文峰编写;第三章由陈世红、韦杰、周丽编写;第四章由黄浩、覃洁编写;第五章由钱微微、汪春华、陈赠思编写;第六章由周菲、陈忠文编写;第七章由胡灵芝、陈丽君编写;第八章由关明云、谢国梁、董丹编写;第九章由邵建华、孙继佳、赵莹、郝小枝编写。最后由邵建华统稿,孙继佳和赵莹也参加了统稿工作。

本教材主要供高等中医药院校中药、药学、中医、中西医结合、护理、针灸推拿、康复、营养、卫生管理等各层次的学生使用,也可作为医药工作者学习高等数学的参考书。

虽然我们对教材做了一些尝试和改进,但由于水平有限,不妥之处,恳请专家、教师和同学给予批评指正,以便再版时修正和改进。

《高等数学》编委会

2014 年 4 月

目 录

第一章 函数与极限 1

第一节 函数 1

一、函数的定义与性质 1

二、初等函数 2

第二节 极限 4

一、数列的极限 4

二、函数的极限 5

三、两个重要极限 9

四、无穷小量的比较 10

第三节 函数的连续与间断 11

一、函数的连续 11

二、函数的间断 12

三、初等函数的连续性 12

四、闭区间上连续函数的性质 12

拓展阅读 函数、极限的发展简史 13

习题 15

第二章 导数与微分 17

第一节 导数的概念 17

一、导数的引入 17

二、导数的定义 18

三、可导与连续的关系 19

四、导数的基本公式 19

第二节 导数的运算 20

一、导数的四则运算法则 20

二、复合函数的求导法则 22

三、隐函数的求导法则	23
四、取对数的求导法则	25
五、基本初等函数的求导公式	25
六、高阶导数	26
第三节 变化率模型	27
一、独立变化率模型	27
二、相关变化率模型	28
三、边际函数	29
第四节 函数的微分	30
一、微分的概念	30
二、微分的几何意义	31
三、微分的计算	31
四、微分的应用	32
拓展阅读 高等数学	34
习题	35
第三章 导数的应用	37
第一节 微分中值定理	37
一、罗尔定理	37
二、拉格朗日中值定理	38
三、柯西中值定理	39
第二节 洛必达法则	40
一、“ $\frac{0}{0}$ ”, “ $\frac{\infty}{\infty}$ ” 型未定式的运算	40
二、其他类型未定式的运算	42
第三节 函数的性态研究	43
一、函数的单调性和极值	43
二、函数的凹凸区间与拐点	48
三、函数的渐近线	49
四、函数图象的描绘	51
第四节 导数在实际问题上的简单应用	52
第五节 函数的幂级数展开式	54
一、用多项式近似表示函数	54

二、常用的几个函数的幂级数展开式	56
拓展阅读 罗尔、柯西与洛必达	59
习题	60
第四章 不定积分	62
第一节 不定积分的概念与性质	62
一、原函数与不定积分	62
二、不定积分的简单性质	64
第二节 不定积分的计算	65
一、基本公式	65
二、直接积分法	65
三、两类换元积分法	68
四、分部积分法	79
五、有理函数与三角函数的积分	82
拓展阅读 现代微积分的发展简史	84
习题	86
第五章 定积分及其应用	89
第一节 定积分的概念与性质	89
一、定积分的引入	89
二、定积分的定义	91
三、定积分的性质	93
第二节 定积分的计算	95
一、微积分的基本定理	95
二、定积分的换元积分法	97
三、定积分的分部积分法	99
第三节 定积分的应用	100
一、几何上的应用	101
二、物理上的应用	103
三、定积分在其他方面的简单应用	105
第四节 广义积分和 Γ 函数	107
一、广义积分	107
二、 Γ 函数	110

拓展阅读 莱布尼兹——博学多才的数学符号大师	111
习题	111
第六章 微分方程	114
第一节 微分方程的基本概念	114
第二节 一阶微分方程	117
一、可分离变量的方程	117
二、一阶齐次方程	119
三、一阶线性微分方程	121
四、伯努利方程	122
第三节 二阶微分方程	123
一、可降阶的微分方程	123
二、二阶微分方程解的结构	125
三、二阶常系数线性齐次微分方程	127
四、二阶常系数线性非齐次微分方程	129
第四节 拉普拉斯变换求解微分方程	131
一、拉普拉斯变换的概念与性质	131
二、拉普拉斯变换及逆变换性质	132
三、拉普拉斯变换求解微分方程	133
第五节 微分方程的简单应用	134
一、肿瘤生长模型	134
二、药学模型	135
拓展阅读 微分方程简介	138
习题	139
第七章 多元函数的微分学	142
第一节 空间解析几何基础知识	142
一、空间直角坐标系	142
二、平面与二次曲面	143
第二节 多元函数与极限	146
一、多元函数的定义	146
二、多元函数的极限	147
三、多元函数的连续性	149

101	第三节 多元函数的偏导数与全微分	150
091	一、偏导数	150
808	二、高阶偏导数	152
808	三、全微分	153
808	四、全微分的应用	156
808	五、复合函数的微分法	157
909	六、全微分形式不变性	158
110	七、隐函数微分法	159
818	第四节 多元函数的极值	160
818	一、二元函数的极值	160
818	二、条件极值、拉格朗日乘数法	163
818	拓展阅读 拉普拉斯与拉格朗日	164
818	习题	165
030	第八章 多元函数的积分	168
831	第一节 二重积分的概念与性质	168
188	一、二重积分的引入	168
888	二、二重积分的概念	169
888	三、二重积分的性质	170
	第二节 二重积分的计算	172
	一、直角坐标系下二重积分的计算	172
	二、极坐标系下二重积分的计算	176
	第三节 二重积分的简单应用	178
	一、几何上的应用	178
	二、物理上的应用	178
	第四节 曲线积分	180
	一、对弧长的曲线积分	180
	二、对坐标的曲线积分	182
	三、格林公式与应用	186
	拓展阅读 重积分的发展简史	190
	习题	191
	第九章 线性代数基础	194
	第一节 行列式	194

081	一、行列式的概念	194
081	二、行列式的性质	199
881	第二节 矩阵	202
881	一、矩阵的概念	202
881	二、矩阵的运算	203
181	三、转置矩阵	208
881	四、方阵的行列式	209
081	第三节 逆矩阵	210
081	第四节 矩阵的初等变换与线性方程组	213
081	一、矩阵的秩和初等变换	213
881	二、利用初等变换求逆矩阵	214
181	三、矩阵初等行变换与线性方程组	215
881	第五节 矩阵的特征值与特征向量	218
881	拓展阅读 矩阵理论的发展简史	220
881	习题	221
881	参考文献	224
081	网站导航	225
351		
351		
851		
851		
851		
081		
081		
381		
881		
081		
181		
181		
181		

第一章

函数与极限

导学

本章介绍函数、极限的概念,极限运算法则,极限存在准则和两个重要极限,无穷大量与无穷小量,函数的连续性。

1. 掌握极限的基本运算法则;极限存在准则和利用两个重要极限求解相关极限问题。
2. 熟悉极限的概念;无穷小量与无穷大量;函数的连续性。
3. 了解函数和极限的实际应用。

客观世界的一切事物,小至粒子大至宇宙,始终都在运动和变化着。因此,在数学中引入变量的概念后,就有可能把客观世界运动现象及其变化规律用数学来加以描述了,这正是高等数学的主要职责之一。那么,怎样才能利用数学去处理客观世界中的运动现象及其变化规律呢?高等数学为我们提供了一系列方法、工具和手段。例如,借助于函数可以描述运动变化过程中变量之间相互联系、相互依赖的关系;利用极限可以研究运动变化过程中函数的变化趋势;利用函数的连续性则可以处理与连续性现象相关的实际问题;借助于导数能解决了一个变量关于另一个变量的变化率问题以及极大值、极小值问题等。

第一节 函数

一、函数的定义与性质

1. 常量与变量、区间与邻域 常量就是在某变化过程中不变的量,而变量则是在某变化过程中变化的量。例如,圆的面积公式为 $A = \pi r^2$, 其中 π 是固定不变的量为常量; r, A 是变化的量为变量。

设 a 与 δ 是两个实数, $\delta > 0$, 区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 称为点 a 的邻域, 记作 $U(a, \delta)$, 点 a 称为该邻域的中心, δ 称为邻域的半径; $(a - \delta, a) \cup (a, a + \delta)$ 称为点 a 的去心邻域。

2. 函数的概念

定义 1 设有两个变量 x 和 y , D 为一非空数集, 如果对于 D 内每一个数 x , 变量 y 按一定的法则 f 总有唯一确定的值与之对应, 那么称 y 是 x 的函数, 记作 $y = f(x)$ 。数集 D 称为函数的**定义域**。

3. 函数的表示法 常用解析法、列表法、图象法。

(1) 解析法: 用数学公式或方程来表示变量间的函数关系。

(2) 列表法: 把一系列自变量的值及其对应的函数值列成一个表格来表示函数关系。

(3) 图象法: 用坐标平面内的图形(一般是曲线)表示变量间的函数关系。

4. 函数的性质

(1) 函数的有界性: 对于函数 $y = f(x)$ 的定义域中的任一 x , 若存在一个正数 M , 恒有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 则称函数有界, 否则无界。

(2) 函数的奇偶性: 对于函数 $f(x)$ 的定义域中的任一 x 都有 $f(-x) = -f(x)$ (或 $f(-x) = f(x)$), 则称函数为奇函数(或偶函数)。

(3) 函数的单调性: 如果函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上有定义, 对于 I 上任意两点 x 和 y , 当 $x < y$ 时恒有 $f(x) < f(y)$ (或 $f(x) > f(y)$) 成立, 则称函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上是单调增加(或单调减少)。

(4) 函数的周期性: 对于函数 $y = f(x)$ 的定义域中的任一 x , 若存在一个不为零的常数 T , 使得 $f(x+T) = f(x)$ 恒成立, 则称函数为周期函数, T 称为函数的周期。

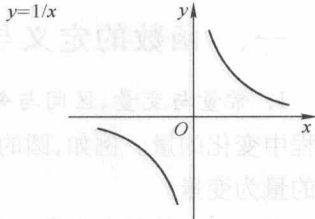
二、初等函数

1. 反函数 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D , 值域为 M , 对于任意的 $y \in M$, 有唯一的 $x \in D$, 使得 $f(x) = y$, 便可在 M 上确定一个函数, 这个函数称为 $y = f(x)$ 的**反函数**, 记作 $x = f^{-1}(y)$ 。 $y \in M$ 由于习惯因素, 将函数 $y = f(x)$ 的反函数记为 $y = f^{-1}(x)$ 。

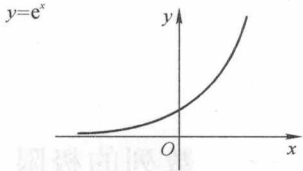
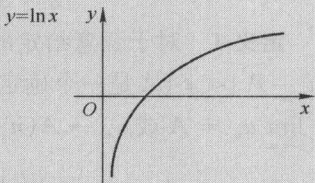
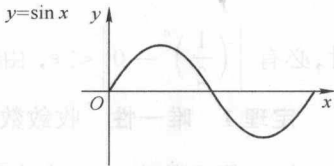
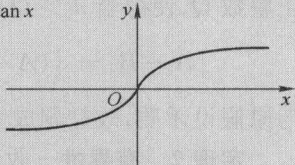
2. 复合函数 函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D , 函数 $u = \Phi(x)$ 的值域为 D , 且 $D \cap R$ 非空, 则称 $y = f(\Phi(x))$ 是由 $y = f(u)$ 与 $u = \Phi(x)$ 复合而成的复合函数。

3. 基本初等函数 幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数, 统称为**基本初等函数**。基本初等函数的解析式、定义域、值域等简单情况, 如表 1-1 所示。

表 1-1 基本初等函数

函数名	解析式	定义域	值域	典型图形
幂函数	$y = x^\mu$ $y = \frac{1}{x}$	视 μ 而定 $x \neq 0$	视 μ 而定 $y \neq 0$	

(续表)

函数名	解析式	定义域	值域	典型图形
指数函数	$y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ $y = e^x$	$(-\infty, +\infty)$	$(0, +\infty)$	
对数函数	$y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ $y = \ln x$	$(0, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	
三角函数	$y = \sin x$ $y = \cos x$ $y = \tan x$ $y = \cot x$ $y = \sec x$ $y = \csc x$	$(-\infty, +\infty)$ $(-\infty, +\infty)$ $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ $x \neq n\pi$ $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ $x \neq n\pi$	$[-1, 1]$ $[-1, 1]$ $(-\infty, +\infty)$ $(-\infty, +\infty)$ $ y \geq 1$ $ y \geq 1$	
反三角函数	$y = \arcsin x$ $y = \arccos x$ $y = \arctan x$ $y = \operatorname{arccot} x$	$[-1, 1]$ $[-1, 1]$ $(-\infty, +\infty)$ $(-\infty, +\infty)$	$[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ $[0, \pi]$ $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ $(0, \pi)$	

4. 初等函数 指由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合所构成并可由一个式子表示的函数。

5. 分段函数 函数在其定义域的不同区间上用不同的解析式表示,则称这种形式的函数为分段函数。例如,绝对值函数 $y = |x| = \sqrt{x^2} = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ 和符号函数 $y = \operatorname{sgn} x =$

$\begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 。虽然,形式上也可以写为一个式子,但是,这两个函数的对应法则都必须把 D

分为小区间表示,因而,它们都是分段函数。