



号意识

分析观念 运算能力 推理

识抽象思想 分类思想 集合思想

数学化归思想 类比思想 极限思想 代换

基数 序数 数位 数级 进位 十进制 等于

质因数、互质数和分解质因数 公因数 最大公因数

限小数 循环小数 分数 分数单位 最简分数 倒数 百分

式一级运算与二级运算 估算 验算 整除和除尽 余数 方

垂直角 直角、锐角和钝角 平角 周角 对顶角 三角形 长方

体 正方体 圆柱 圆锥 角的度量 周长 面积 截面 表面积 侧面积

直角坐标系 数据 统一 表 表统计图 条形图 扇形图 圆形图 平

象 符号 间观 观 数 分析观念 逻辑能力

思想 符号 数 比类比 空间思想 代换

进位十 大二 数 奇数 数和合数 质

数 小数 无限循环小数 数单位 最简分

一 等分 边

周角

表面积 体积 转对称 轴对称

率 频率 象数 空间 可直观

类比 改变 思想 数学 想类比

位 进位 于 和 数 奇数 质数和

小数 整带小 无限小数 无限小数 数 分 最简分数

算与二级运算 除尽 余数 比例 点 直线、

三) 整除和除尽 余数 方 长方体

变 心对称 直计学 统

象 空间观念 分析观念

思想 数形 对应思 示思想 数学化 思想 极限

数级 进一 广因数和倍数 变和合数

数 纯小数和带小 限小数 循环小 分

平 顶点 此外

面 表 面积 底面积 体积 变换 平 旋转 对称 轴对称 对

线图 圆形图 平均数 中位数和众数 概率 频率 必然现象 随机现象

算能力 推理能力 模型思想 应用意识 创新意识 抽象思想 分类

归思想 类比思想 极限思想 代换思想 假设思想 函数思想 数

大于和小于 因数和倍数 奇数和偶数 质数和合数 质因

最小公倍数 小数 纯小数和带小数 有限小数 无限小数

教学 算式 加法 减法 乘法 除法 运算定律 递等

余数 方程 比和比例 几何学 点 直线、射线和

和锐角 平角 周角 对顶角 三角形 长方形

径和直径 圆周率 长方体 正方体 圆

截面 表面积 侧面积 底面积

移 旋转 对称 轴

吴正宪

刘劲苓

刘克臣 ◎ 主编

小学数学教学 基本概念解读

Key

Concepts

in

Teaching

Primary

Mathematics

3610319

1540319

吴正宪
刘劲苓
刘克臣◎主编

小学数学教学 基本概念解读



贵阳学院图书馆



GYXY1540319

教育科学出版社
·北京·

出版人 所广一
策划编辑 刘灿闫景郑莉
责任编辑 郑莉
版式设计 宗沅雅轩 杨玲玲
责任校对 贾静芳
责任印制 曲凤玲

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学教学基本概念解读 / 吴正宪, 刘劲苓, 刘克臣主编. —北京: 教育科学出版社, 2014.9 (2015.3重印)
ISBN 978-7-5041-7973-9

I. ①小… II. ①吴… ②刘… ③刘… III. ①小学数学课—教学研究 IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 167616 号

小学数学教学基本概念解读

XIAOXUE SHUXUE JIAOXUE JIBEN GAINIAN JIEDU

出版发行 教育科学出版社

社址 北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号 市场部电话 010-64989009

邮编 100101 编辑部电话 010-64981357

传真 010-64891796 网址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店

制 作 北京金奥都图文制作中心

印 刷 保定市中画美凯印刷有限公司 版 次 2014 年 9 月第 1 版

开 本 169 毫米×239 毫米 16 开 印 次 2015 年 3 月第 2 次印刷

印 张 28.25 印 数 3 001—13 000 册

字 数 452 千 定 价 88.00 元

如有印装质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。



吴正宪 全国著名小学数学特级教师，全国模范教师，全国人大代表，国家督学，《义务教育数学课程标准（2011年版）》审定专家，国家基础教育课程教材专家工作委员会委员，教育部中小学教材审查委员会委员，全国小学数学教学专业委员会副理事长，北京教育科学研究院基础教育研究中心小学数学教研室主任。

吴老师和其团队核心队员刘劲苓（北京第二实验小学数学教师）、刘克臣（北京市西城教育研修学院小学数学教研员）一起，组织吴正宪小学数学教师工作站的相关队员，紧扣2011版数学课标的精神，经过多方查证、广征博引，结合大量的教学实践，对小学数学教学中的一百余个基本概念进行了案例式的生动解读——

- 【概念描述】——从现代数学和小学数学两个层面对每个概念做出界定；
- 【概念解读】——阐释相关数学概念的内涵及数学实质，介绍其缘起背景、来龙去脉，展示其应用领域；
- 【教学建议】——落脚于小学数学教学的实处，结合教学实践案例对相关数学概念给出具体的教学建议；
- 【推荐阅读】——为老师们进一步深入和拓展对数学概念的理解提供了空间。

新的数学方法和概念，常常比解决数学问题本身更重要。

——华罗庚

序 言

喜见吴正宪老师和她的团队又推出新作《小学数学教学基本概念解读》，看后感触颇多。

这是一本高观点下的小学数学教学专著。书中梳理了小学数学中出现的几乎所有基本概念，对每一个概念首先按现代数学和小学数学两个层面做出界定；接着进行详尽的解读——阐释相关数学概念的内涵及数学实质，介绍其缘起背景、来龙去脉，展示其应用领域；最后落脚于小学数学教学的实处，对相关数学概念给出具体的教学建议，其中包括大量具有示范意义的教学实践案例。各篇末都有“推荐阅读”，为老师们提供了进一步深入和拓展的空间。

这是一本为小学数学老师答疑解难的教学工具书。若干年来，笔者不时会接到一些中小学老师打来电话或发来邮件，就某些数学概念和方法的由来与发展历程或是他们在教学中遇到的疑难困惑进行咨询。在对一线教师勤于探究、努力提升自我的精神油生敬意的同时，笔者也深感如果能有一本为他们答疑解难、比较系统的教学参考读物该多好。我很高兴地看到，摆在面前的这本《小学数学教学基本概念解读》，在对小学数学概念进行阐释过程中，有意识地担当了这一任务——帮助老师们分析和处理教学过程中遇到的带有共性的问题，引导老师们解除困惑，走出误区。

这是一个高水平的小学数学教师团队的倾力之作。书中各篇的撰写，显示出作者们对小学数学教育较为深厚的理论修养和丰富的教学经验。概念的描述与解读，不仅多方查证，广征博引，而且包含着团队成员们的自主分析论述；对教学疑难问题的解答，有的放矢，明晰中肯；教学建议中的案例，自然生动，切合数学实质，而不流于形式或生套模式，使人感受到作者在互动式教学方面的积累。显然，能做到这一切，绝非一朝一夕之功，而是长期教学实践和理论探索的成果结晶。

当前我国的基础教育教学改革正在向纵深推进。为了切实实现“人

人受到良好的数学教育”这一战略目标，关键之举是要提高小学教师的数学素养。小学数学尽管只涉及初等的内容，但要准确把握其数学实质并用适应小学生认知水平和心理特征的方式讲授，就需要教师具有更宽广的知识储备和更扎实的理论基础。这就是“深入浅出”之理。唯有深入，才能浅出！以“图形与几何”教学为例：小学数学课程中出现的简单几何图形的面积、体积公式，有些（如圆、圆锥）背景却涉及极限概念与无穷小数演算。设想有爱打破砂锅问到底的学生问这些公式是怎么得来的，教师如何用孩子能听懂又不失科学性的语言进行解释呢？即使不为应付学生提问，教师对此类问题也完全应该做到心中有数。传统的几何教学如此，更何况概率统计等方面的教学？随着我国现代化事业的加速，对小学教师的知识水平和学历层次无疑会提出越来越高的要求。学历只是名分，素养才是根本。居高临下，驾轻就熟，难道不应该是每一位数学教师的追求吗？而吴正宪老师和她的小学数学教师团队的这部《小学数学教学基本概念解读》，可以说为小学数学老师们提供了再学习和自身提高的理论指南和实用大全。

“工欲善其事，必先利其器”！本书正是帮助广大小学数学老师“善事”——实施良好的数学教育——的利器。本书的出版将有助于小学教师数学素养的全面提高和数学教学质量的实质性提升。对于广大的在读数学专业师范生来说，本书也不失为一本有价值的研究文献。值此著作付梓之际，谨以为序，诚表祝贺，相信这本《小学数学教学基本概念解读》一定会受到广大小学数学老师的欢迎，成为大家案头的必备之典。

中国科学院数学与系统科学研究院 李文林

目 录

前 言 / 001

01

小学数学核心概念和数学思想 / 004

一、2011 版《课标》中的十个核心概念 / 010

数感 / 010

符号意识 / 013

空间观念 / 016

几何直观 / 019

数据分析观念 / 022

运算能力 / 024

推理能力 / 028

模型思想 / 031

应用意识 / 033

创新意识 / 036

二、小学数学中常见的数学思想 / 039

数学抽象的思想 / 039

抽象思想 / 039

分类思想 / 042

集合思想 / 046

数形结合思想 / 050

对应思想 / 054

- 符号表示思想 / 058
- 数学推理的思想 / 061
- 数学化归思想 / 061
- 类比思想 / 064
- 极限思想 / 067
- 代换思想 / 070
- 假设思想 / 073
- 数学建模的思想 / 076
- 函数思想 / 076

02

数与代数 / 080

- 数的认识 / 087
- 数 / 087
- 整数 / 090
- 自然数 / 093
- 零 / 096
- 基数 / 099
- 序数 / 102
- 数位 / 105
- 位数 / 108
- 数级 / 110
- 进位 / 112
- 十进制（亦称十进制数） / 115
- 等于 / 118
- 大于和小于 / 120
- 因数和倍数 / 123
- 奇数和偶数 / 127
- 质数和合数 / 130
- 质因数、互质数和分解质因数 / 134

公因数 / 136
最大公因数 / 139
公倍数 / 142
最小公倍数 / 144
小数 / 147
纯小数和带小数 / 150
有限小数 / 153
无限小数 / 155
循环小数 / 158
分数 / 161
分数单位 / 165
最简分数 / 168
倒数 / 171
百分数 / 174
数的运算 / 177
代数学 / 177
算式 / 180
竖式 / 182
加法 / 186
减法 / 189
乘法 / 192
除法 / 195
运算定律 / 199
递等式 / 202
一级运算与二级运算 / 204
估算 / 207
验算 / 211
整除和除尽 / 214
余数 / 217

式与方程 / 220

方程 / 220

正比例、反比例 / 223

比和比例 / 223

03

图形与几何 / 226

几何学 / 232

图形的认识 / 235

点 / 235

直线、射线和线段 / 238

平行 / 241

平行线 / 245

垂线 / 248

垂直 / 250

角 / 253

直角、锐角和钝角 / 256

平角 / 259

周角 / 261

对顶角 / 262

三角形 / 264

长方形 / 267

正方形 / 270

平行四边形 / 272

梯形 / 275

圆 / 278

扇形 / 281

半径和直径 / 284

圆周率 / 287

长方体 / 290
正方体 / 293
圆柱 / 295
圆锥 / 298
图形的测量 / 301
角的度量 / 301
周长 / 304
面积 / 307
截面 / 310
表面积 / 315
侧面积 / 318
底面积 / 321
体积 / 325
图形的运动 / 328
图形变换 / 328
平移 / 331
旋转 / 335
对称 / 338
轴对称 / 341
对称轴 / 345
中心对称 / 347
图形与位置 / 350
直角坐标系 / 350

04 **统计与概率 / 354**

统计 / 359
数据 / 359
统计学 / 362
统计表 / 364

统计图 / 367
条形图 / 370
折线图 / 373
圆形图 / 376
平均数 / 379
中位数和众数 / 382
概率 / 385
概率 / 385
频率 / 387
必然现象 / 390
随机现象 / 392
等可能现象 / 395

05

综合与实践 / 398

一年级课例：摆一摆 想一想 / 402
二年级课例：轴对称图形 / 405
三年级课例：制作年历 / 410
四年级课例：认识更大的数 / 413
四年级课例：北京一日游 / 417
五年级课例：平面图形的密铺 / 420
五年级课例：包装中的数学 / 426
六年级课例：成员间的关系 / 433

参考文献 / 438

索 引 / 441

前 言

2011年暑假，团队顾问张铁道博士向我推荐了由教育科学出版社出版的《学习性评价丛书》[伊恩·史密斯著，剑桥教育（中国）译]。这是一套由英国专家编写的教师专业图书，条目清晰，观点鲜明，案例生动，图文并茂，读起来字字入心，丝丝入扣，耐人寻味。我把它推荐给了团队的队员们，大家同样喜爱，并萌发了一个共同的愿望——我们团队也要写一本属于中国小学数学教师自己的专业图书。

我们开始了调研、思考、讨论。日常教学中经常有一些基层教师打电话、发邮件来问我们一些有关数学概念的问题，团队队员们也常为一些数学中的名词术语争执不休，而对数学概念的准确把握是提高数学教学质量的重要因素。于是我们决定把选题聚焦在“数学概念解读”这个主题上。此时，我也强烈地感到撰写这本书的重要与需要。“结合小学数学教学实际，以数学概念为线索进行解读，配以相应的教学案例进行说明，并用小学数学教师自己的话语系统，写出一本基层教师喜爱并需要的小学数学概念词条书”，就是我们的初衷与定位，也就是从这一刻，我带领团队队员们开始了写作《小学数学教学基本概念解读》的艰难跋涉……

提高数学教育质量，教师需要具有比较深厚的数学学科专业知识。教师不仅要具有先进的教育理念、合适的教学方法、熟练的教学技能，同时还要具备较高的专业素养和丰富的学科知识储备。尽管小学数学涉及的知识相对简单，但要想真正提高数学教育的质量，把握数学教学的本质，对于教师来说，丰富的知识储备和扎实的理论基础必不可少，这也正是我们团队研修的重要内容。教师只有具备较强的专业知识，才能在教学领域带领学生进行深入浅出、触类旁通的学习；教师只有具备较强的专业知识，才能引领学生熟练、灵活地解决数学问题；教师只有具备较强的专业知识，才能带领学生创造性地开展探究性学习；教师只有具备深厚的专业知识，才能系统地整体把握教材，促进学生的可持续发

展。由此可见教师掌握数学学科专业知识的重要性。

提高数学教育质量，小学数学教师自身的专业素养极为重要。传授怎样的概念和怎样传授概念会直接影响学生对数学理解的第一印象。尽管我们可以在教学方式上大做文章，但是对数学基本概念的准确理解与把握却是学生走进数学大门、认识数学现象的重要基石。从教几十年，我深深感到教师的学科素养直接影响学生的学习质量。教师内功的累加不仅需要与时俱进，更需要在不断学习、不断补充、不断扩展的过程中追本溯源。教师要善于引导学生在数学中感受数学概念严谨的科学美、辩证的哲理美、绝妙的逻辑美、简洁的形式美……更重要的是，让学生在获得数学概念的同时，受到科学思维的启蒙。这就要求教师把自身专业素养的提升作为重中之重。

《小学数学教学基本概念解读》一书的撰写过程就是我们团队学习和研究的过程。书中我们对小学数学的核心概念分四个内容领域，即“数与代数”、“图形与几何”、“统计与概率”和“综合与实践”进行了阐述。任何一个概念的产生都有它独特的价值，并伴随着曲折的形成过程，且在其中隐含了丰富的数学思想与方法。在对每一个概念的具体解释中，我们不仅分别给出现代数学和小学数学的定义，还尽可能地配有教学案例加以说明。可以说，这是一本专业性较强的教学指导用书，也是一本实用性较强的教师工具书，对丰富小学数学教师的专业知识、提升教师的专业素养，具有一定的帮助。

看着这部厚厚的书稿，落笔沉思，久久不能平静。在研究的过程中，团队队员们以高度的责任感和使命感投入其中。曾几何时，大家翻阅多本图书，只为弄清一个概念的科学定义；曾几何时，多方请教，只为追寻一个概念的来龙去脉；又曾几何时，为了更好地实施对概念教学的深层理解，与同伴研磨到深夜……可以说，这本书凝聚了我们团队的集体智慧，撰写的过程也是团队队员们不断研究反思、不断自我完善的学习过程。

在撰写本书的过程中，我们得到了多位专家的指导，尤其要感谢中国科学院数学与系统科学研究院李文林教授、中央民族大学孙晓天教授、北京师范大学周玉仁教授和首都师范大学方运加教授的悉心指导。专家们严谨治学的态度和精益求精的精神给我们留下了深刻而美好的印象。还要感谢教育科学出版社的刘灿老师以及他带领的编辑团队，为我们团队提供的研究平台和指导。更要感谢的是我可爱的团队队员们，他

们的努力和付出一直感动着我，特别是刘劲苓、刘克臣老师在其中所做的大量工作。此外，书中还引用了一些数学辞典、专著、期刊文章等对数学概念的专业定义和阐释，借鉴了一些专家、优秀教师的教学案例，使本书的内容更加丰富生动，我们在此一并表示感谢。

一直以来，我们团队很期望能专门为小学数学教师写一本自己的有特色的专业工具用书，几经研磨，终于完成。但是由于认识水平和专业能力有限，本书可能会有一些问题，请各位读者提出宝贵意见和建议，我们会不断完善和改进。我们期待着大家通过阅读本书，引发对数学专业知识的再思考、再讨论、再学习、再研究。

吴正宪

—前
言—



01