

考研数学命题人土豪金系列丛书

2016

双色印刷+全真模拟+精彩解析

考研数学命题人 全真终极冲刺8套卷

(数学二)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

北京大学 尤承业 教授 清华大学 徐荣 教授
北京大学 刘德荫 教授 首都师范大学 童武 教授

赠

1

本书每章习题答案与详解

2

篇北大、清华数学满分秘笈

2

套原命题组成员密押试卷

5

大考研命题人快速解题方法

8

小时命题人数学串讲精华

登录 www.buaapress.com.cn

获超多增值服务



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

考研数学命题人土豪金系列丛书

2016

双色印刷+全真模拟+精彩解析

考研数学命题人 全真终极冲刺8套卷

(数学二)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

北京大学 尤承业 教授 清华大学 徐荣 教授
北京大学 刘德荫 教授 首都师范大学 童武 教授



1 本书每章习题答案与详解

± 2 篇北大、清华数学满分秘笈

± 2 套原命题组成员密押试卷

± 5 大考研命题人快速解题方法

± 8 小时命题人数学串讲精华

登录 www.buaapress.com.cn
获超多增值服务



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是作者在 10 多年收集、整理考研数学资料 and 进行考研数学辅导的基础上,通过对历年试题的精心研究和分析,并结合授课体会和学生的需要全新编写而成的。

本书由来自北京大学、清华大学和中国人民大学的原命题组组长、命题研究专家,以及一线教师组织编写。通过本书,考生不仅可以了解考研以来数学考试的全貌,而且可以方便地了解有关试题和信息,从中发现规律,进一步把握考试特点及命题思路,从容应考,轻取高分。

本书适用于参加研究生入学数学考试的广大考生。

图书在版编目(CIP)数据

2016 考研数学命题人全真终极冲刺 8 套卷·数学二 /
全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会编著. —北京:
北京航空航天大学出版社, 2015. 6

ISBN 978 - 7 - 5124 - 1817 - 2

I. ①2… II. ①全… III. ①高等数学 - 研究生 - 入
学考试 - 习题集 IV. ①O13 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 149226 号

版权所有,侵权必究。

2016 考研数学命题人全真终极冲刺 8 套卷(数学二)

全国硕士研究生入学考试辅导用书编委会 编著

责任编辑 王 实

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱: bhpess@263.net 邮购电话:(010)82316936

北京宏伟双华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:8 字数:204 千字

2015 年 7 月第 1 版 2015 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5124 - 1817 - 2 定价:16.80 元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

编 委 会

总主编 刘学元

编 委

徐 荣

尤承业

刘德荫

童 武

刘 佩

李春艳

叶 青

欧阳少波

张晓燕

张 孜

黄 艳

王 宁

张 杰

李 征

李智忠

黎兴刚

汪 华

任丽娟

董 亮

王 欢

陈冬冬

张飞飞

赵 娜

王光福

郝显纯

高晓琼

李铁红

涂振旗

姜宝静

杨 勇

王 宇

王 静

陈 娟

王新会

崔杰凯

孟 楠

陈昌勇

江海波

苗红宜

张永艳

潘小春

前 言

在考研数学复习的冲刺阶段,实战练习几套全真模拟试卷对于考生巩固复习效果、查漏补缺、克服薄弱环节、适应考试模式有着极为重要的作用。《2016 考研数学命题人全真终极冲刺 8 套卷(数学二)》是考研数学专家团队根据最新发布的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》精心打造而成的。试卷涵盖大纲所有知识点,命题思路贴近真题,有助于考生进行有效的自我检测,达到应考的最佳状态。

本书的特点如下:

一、专家团队倾力编写。《2016 考研数学命题人全真终极冲刺 8 套卷(数学二)》作者团队由数位命题组、阅卷组原成员组成,他们有着丰富的命题及阅卷经验,能够直击考研数学命题点,把握考研数学的命题方向。

二、内容全面,紧扣大纲。本书依据最新《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》编写,覆盖考纲规定的重要知识点,题型、题量、难易程度贴近考研真题,有助于考生适应考试模式,达到最佳应试状态。

三、价格低廉,性价比高。在保证试卷质量的前提下,严格控制定价,使本书成为市面上性价比极高的考研数学模拟卷,保证考生能以极低的价格买到最有帮助的考研书。

由于编写时间仓促,书中难免有错误和疏漏之处,欢迎广大读者和同行批评指正!

预祝广大考研学子在 2016 年全国硕士研究生入学考试中取得优异成绩!

本书编委会

2015 年 4 月

目 录

第一篇 全真终极冲刺 8 套卷

全真模拟卷(一)	3
全真模拟卷(二)	7
全真模拟卷(三)	12
全真模拟卷(四)	16
全真模拟卷(五)	20
全真模拟卷(六)	24
全真模拟卷(七)	28
全真模拟卷(八)	32

第二篇 参考答案及解析

全真模拟卷(一) 参考答案及解析	39
全真模拟卷(二) 参考答案及解析	48
全真模拟卷(三) 参考答案及解析	58
全真模拟卷(四) 参考答案及解析	67
全真模拟卷(五) 参考答案及解析	76
全真模拟卷(六) 参考答案及解析	87
全真模拟卷(七) 参考答案及解析	98
全真模拟卷(八) 参考答案及解析	108



第一篇

全真终极冲刺8套卷



全真模拟卷(一)

(本试卷满分150分,考试时间180分钟)

一、选择题:1~8小题,每小题4分,共32分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) $\int_0^1 [\sqrt{2x-x^2} - \sqrt{(1-x^2)^3}] dx$ 等于 ()

(A) $\frac{\pi}{16}$ (B) $\frac{3}{16}\pi$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{5}{16}\pi$

(2) 曲线 $y = \frac{(1+x)e^x}{e^x - 1}$ 的渐近线共有 ()

(A) 1条 (B) 2条 (C) 3条 (D) 3条以上

(3) 以下四个命题:

(i) 在闭区间 $[a, b]$ 上定义的连续函数 $f(x)$ 其值域必为闭区间.

(ii) 若在闭区间 $[a, b]$ 上定义的函数 $f(x)$ 其值域是闭区间, 则 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的连续函数.

(iii) 若 $f'(x)$ 在点 $x = x_0$ 两侧异号, 则 $x = x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点.

(iv) 若 $f''(x_0) = 0$ 且 $f'(x)$ 在 $x = x_0$ 两侧异号, 则 $x = x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点.

其中正确的是 ()

(A) (i)(ii) (B) (i)(iii) (C) (ii)(iii) (D) (iv)

(4) 曲线 $y = x^{\frac{1}{3}} (x \geq 0)$ 在点 P 处作切线, 使该切线与曲线 $y = x^{\frac{1}{3}}$ 及 x 轴围成平面图形, 面积 $S = \frac{3}{4}$, 则切点 P 的坐标为 ()

(A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right)$ (B) $(1, 1)$ (C) $(8, 2)$ (D) $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt[3]{12}}{2}\right)$

(5) 设 $F(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2} + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2} (x > 0)$, 则 $F(x)$ 等于 ()

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\arctan x$ (D) $2\arctan x$

(6) 若 A, B 为常数, $A \neq 0, C_1, C_2$ 为任意常数, 则微分方程 $y'' + k^2 y = \cos x$ 的通解具有形式 ()

(A) $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + A \sin x + B \cos x$ (B) $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + A x \cos x$

(C) $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + Ax \sin x$

(D) $C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + Ax \cos x + Bx \sin x$

(7) 设 A 为正交矩阵, 则下列矩阵中不一定是正交矩阵的是 ()

(A) A^T

(B) A^2

(C) A^*

(D) $kA (k \neq 0)$

(8) 设 A, B 都是 n 阶可逆矩阵, 则必有 ()

(A) $A + B$ 可逆

(B) $|A| = |B|$

(C) A 经过行的初等变换可变为 B

(D) 存在可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = B$

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

(9) 设 $u = e^{-x} \sin \frac{x}{y}$, 则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ 在点 $(2, \frac{1}{\pi})$ 处的值为_____.(10) 曲线 $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} \left(\frac{\sin t}{\sin x} \right)^{\frac{x}{\sin t - \sin x}}$ 在 $x = \frac{\pi}{2}$ 处的切线方程为_____.(11) 将一根长为 l 的铁丝分为两段, 分别做成圆形和正方形, 若记圆的面积为 S_1 , 正方形的面积为 S_2 , 则当 $S_1 + S_2$ 最小时, $\frac{S_1}{S_2}$ 等于_____.

(12) $l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{e^{\tan x} - e^{\sin x}} =$ _____.

(13) 设 $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ _____.

(14) $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ 满足 $a_{ij} = A_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$, 且 $a_{11} < 0$, 则 $|A|$ 等于_____.

三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

求曲线 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$ 在任意一点处的曲率半径.

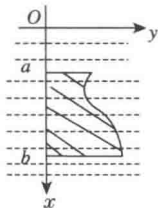
(16) (本题满分 11 分)

求极限 $l = \lim_{x \rightarrow 0} \int_0^{\frac{x}{2}} dt \int_{\frac{x}{2}}^t \frac{e^{-(t-u)^2}}{1 - e^{-x^2/4}} du$.

(17)(本题满分9分)

(i) 设曲线 $y = f(x) > 0 (x \in [a, b])$ 在 $[a, b]$ 上的曲边梯形垂直立于某种液体(比重为 γ) 中, y 轴与液面相齐, 求液体对曲边梯形的侧压力.

(ii) 取 $[a, b] = [0, \frac{\pi}{2}]$, 当 $f(x) = \sin x$ 时, 求相应曲边梯形的侧压力.



(18)(本题满分10分)

设 $y = f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, $(0, 1)$ 处可导, $f(0) = f(1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 1$, 试证:

(1) 存在 $\xi \in (0, 1)$ 使 $f'(\xi) = 1$.

(2) 对任意实数 λ , 存在 $\eta \in (0, 1)$, 使 $f'(\eta) - \lambda[f(\eta) - \eta] = 1$.

(19)(本题满分10分)

计算积分 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x^2 + 1)}$.

(20)(本题满分11分)

用变换 $\begin{cases} u = x - 2y \\ v = x + ay \end{cases}$ 能把方程 $6 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ 化简为 $\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} = 0$, 求 a 的值.

(21)(本题满分11分)

讨论函数 $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ 的性态,并画出 $f(x)$ 的图形.

(22)(本题满分11分)

将4维线性无关向量组: $\alpha_1 = (0, 0, 1, 0)^T$, $\alpha_2 = (0, 0, 0, 1)^T$, $\alpha_3 = (1, 2, 0, -1)^T$, $\alpha_4 = (0, 1, -1, 0)^T$ 正交化和单位化.

(23)(本题满分11分)

设 A 是 n 阶矩阵, $A = E + \alpha\beta^T$, 其中 α, β 都是 n 维列向量, 且 $\alpha^T\beta = 3$, 求 A 的特征值和特征向量.

全真模拟卷(二)

(本试卷满分 150 分,考试时间 180 分钟)

一、选择题:1 ~ 8 小题,每小题 4 分,共 32 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求.

(1) 设 $\alpha(x) = \sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}$, $\beta(x) = x^4 + x^5$, $\gamma(x) = \frac{\tan x}{x} - 1$, $\delta(x) = \int_0^{x^2} (e^{t^2} - 1)dt$, 当 $x \rightarrow 0$ 时,按照前面一个比后面一个为高阶无穷小排列的次序为 ()

(A) $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (B) $\beta, \alpha, \delta, \gamma$ (C) $\gamma, \alpha, \beta, \delta$ (D) $\delta, \beta, \alpha, \gamma$

(2) 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \tan x + b(1 - \cos x)}{c \ln(1 - 2x) + d(1 - e^{x^2})} = 2$ (其中 a, b, c, d 为常数且 $a \neq 0, c \neq 0$), 则一定 ()

(A) $a = -4c$ (B) $a = 4c$ (C) $b = 4d$ (D) $b = -4d$

(3) 有四个函数:

$$f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0; \end{cases}$$

$$g(x) = x^2 D(x), \text{ 其中 } D(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-1, 1] \text{ 中的有理数,} \\ 0, & x \in [-1, 1] \text{ 中的无理数;} \end{cases}$$

$$h(x) \text{ 满足 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x) - h(-x)}{2x} = l \text{ 存在;} \quad \text{}$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{x e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

它们在 $x = 0$ 处可导的有

()

- (A) $f(x)$ (B) $g(x)$ (C) $f(x), h(x)$ (D) $f(x), \varphi(x)$

(4) 定积分 $I = \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} \ln \left(\frac{x + \sqrt{1 + x^2}}{7} \right) dx$ ($a > 0$) 的值为 ()

- (A) 0 (B) $\frac{\ln 7}{2} \pi a^2$ (C) $-\frac{\ln 7}{2} \pi a^2$ (D) $(\ln 7) \pi a^2$

(5) 设 $f(x)$ 满足 $f'(x_0 - 0) = f'(x_0 + 0)$, 则 ()

(A) $f(x)$ 在 $x = x_0$ 可导, 且 $f'(x_0) = a$

(B) $f(x)$ 在 $x = x_0$ 连续, 但未必可导

(C) $f(x)$ 存在极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, 但未必连续

(D) 以上结论都不正确

(6) 区域 D 是由 $r = 2$ 及弦 $r = \frac{1}{\cos \theta}$ 围成的弓形, 则 $I = \iint_D r \cos \theta d\sigma$ 等于 ()

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$

(7) $|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, 则行列式 $|A|$ 的所有元素的代数余子式之和为

()

- (A) $-\frac{5}{12}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $-\frac{7}{12}$ (D) $\frac{7}{12}$

(8) 设 A, B, C, D 是四个 4 阶矩阵, 其中 $A \neq O, |B| \neq 0, |C| \neq 0, D \neq O$, 且满足: $ABCD = O$, 若 $r(A) + r(B) + r(C) + r(D) = r$, 则 r 的取值范围是 ()

- (A) $r < 10$ (B) $10 \leq r \leq 12$ (C) $12 < r < 16$ (D) $13 < r \leq 15$

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

(9) 已知 $\int_x^{2\ln 2} \frac{dt}{\sqrt{e^t - 1}} = \frac{\pi}{6}$, 则 $x =$ _____.

(10) 函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a - 1$ 恰有两个不同的零点, 则 $a =$ _____.

(11) 微分方程 $2(ydx + xdy) + xdx - 5ydy = 0$ 满足 $y|_{x=0} = 1$ 的特解为 _____.

(12) 曲线 $f(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{x}{1 + x^2 - e^{tx}}$, $g(x) = \frac{1}{2}x$ 及 $x = 1$ 围成图形的面积等于 _____.

(13) 由 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 确定了隐函数 $z = z(x, y)$, 则

$$\left. \frac{dz}{dz} \right|_{(1,0,-1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(14) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & a \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 只有两个线性无关的特征向量, 则常数 a 满足的条件为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

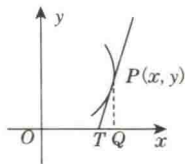
三、解答题: 15 ~ 23 小题, 共 94 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 9 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 可导且 $f(1) = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} e^{1-x^2} f(x) dx$. 试证: 至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使 $f'(\xi) = 2\xi f(\xi)$.

(16) (本题满分 11 分)

过点 $(0, 2)$ 求一条曲线, 使曲线上任意一点 $P(x, y)$ 的切线 PT 与 x 轴的交点 T 到 P 的距离, 等于该切线在 Ox 轴上截距的绝对值 $|OT|$.



(17) (本题满分 10 分)

设 $f(u, v)$ 有 2 阶连续偏导数, 且满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = 1$. 又 $g(x, y) = f\left[xy, \frac{1}{2}(x^2 - y^2)\right]$.

求 $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$.

(18) (本题满分 10 分)

求函数 $z = x^2 y(4 - x - y)$ 在由直线 $x + y = 6$ 、 x 轴和 y 轴所围成区域 D 上的最大值与最小值.

(19) (本题满分 11 分)

$$\text{设 } f(x) = xe^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt,$$

(1) 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;

(2) 证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有界.

(20) (本题满分 10 分)

$$\text{求摆线 } \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi):$$

(1) 绕 x 轴旋转一周, 所得旋转面的面积;

(2) 绕 x 轴旋转一周, 所得旋转体的体积.

(21) (本题满分 11 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 连续, 且对任意的 $x, y \in [0, 1]$ 都有 $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$.

其中 $M > 0$ 是常数. 试证: $\left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \right| \leq \frac{M}{2n}.$

(22)(本题满分 11 分)

已知线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + (a+4)x_2 - 5x_3 = 6 \\ -x_1 - 2x_2 + ax_3 = -3 \end{cases}$$
 有无穷多个解, 而 A 是某个 3 阶矩阵,

$\xi_1 = (1, 2a, -1)^T$, $\xi_2 = (a, a+3, a+2)^T$, $\xi_3 = (a-2, -1, a+1)^T$ 分别是 A 的属于特征值 $1, -1, 0$ 的 3 个特征向量, 求矩阵 A .

(23)(本题满分 11 分)

二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + tx_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3$, 它的秩为 2.

(1) 求常数 t , 及将它通过可逆线性变换 $X = CY$ 化为标准形的矩阵 C ;

(2) 求此二次型的标准形及正、负惯性指数.