

全国普通高校招生统一考试

1978-1989

试题演变及分析

国家教委考试管理中心 编

数 学

分册

全国普通高校招生统一考试(1978—1989 年)

试题演变及分析

数 学

国家教委考试管理中心 编

学苑出版社

全国普通高校招生统一考试(1978—1989年)

试题演变及分析—数学

国家教委考试管理中心 编

学苑出版社 社址: 北京西四颁赏胡同四号

人民交通出版社印刷厂印刷

新华书店总店北京发行所发行

开本 787×1092 1/32 印张: 12.125

字数 270 千字 印数 00001—15,200 册

1990年3月第1版

1990年3月第1次印刷

ISBN7-80060-566-3/G·338

定价: 5.20 元

出版前言

1977年恢复了全国普通高等学校招生，同年中共中央又正式作出改革招生制度的决定。决定恢复全国高考的统一命题考试，实行从高中毕业生和具有高中同等学历的考生中，全面考核，择优录取的原则。十二年来，由国家教委考试管理中心（前身国家教委学生司考试处）组织全国部分高校和中学教师及有关专家精心设计的高考试题，对促进中学教学工作的发展，为高校选拔人才起到积极作用。近年来，高考改革不断深入发展，为了向广大考生、教师、科研人员以及各界人士揭示我国十二年（1978-1989）普通高校入学试题的命题思想和试题的演变过程，增强高考试题改革的透明度，为了对过去试题的设计成果，作一次认真的总结、研究、促进我国考试制度的科学化、标准化、现代化，防止社会上滥印高考试题汇编的现象继续蔓延，国家教委考试管理中心特编了这套丛书。

这套丛书有三个特点：

1. 由国家教委考试管理中心组织有关专家讨论，撰写各学科的命题思想，试题分析等方面内容。

2. 有系统地将恢复全国高校统一考试十二年的试题，进行分年分学科的编排。在保留试题原貌的前提下，对极个别学科有不够合理的地方，作了一些修改。

3. 附有较详细的试题标准答案及评分标准。

在编撰的过程中，我们得到了全国各地许多专家、命题教师以及其他有关人士的积极支持和热情的建议，不仅使本书编写严谨，而且增强了科学性和针对性。在这里，我们向

他们表示深切的感谢。尽管这样，由于我们编辑的水平有限，难免有疏漏和不当之处，请原谅。

国家教委
考试管理中心

目 录

试题分析

谈高考数学命题	(1)
---------------	-----

试题汇编

一九七八年试题	(13)
一九七八年试题参考答案及评分	(15)
一九七九年试题	(24)
一九七九年试题参考答案及评分	(28)
一九八〇年试题	(45)
一九八〇年试题参考答案及评分	(48)
一九八一年试题	(69)
一九八一年试题参考答案及评分	(72)
一九八二年试题	(97)
一九八二年试题参考答案及评分	(101)
一九八三年试题	(133)
一九八三年试题参考答案及评分	(138)
一九八四年试题	(176)
一九八四年试题参考答案及评分	(181)
一九八五年试题	(214)
一九八五年试题参考答案及评分	(223)
一九八六年试题	(249)
一九八六年试题参考答案及评分	(256)
一九八七年试题	(277)
一九八七年试题参考答案及评分	(284)
一九八八年试题	(315)
一九八八年试题参考答案及评分	(321)
一九八九年试题	(352)

一九八九年试题参考答案及评分 (358)

试题汇编 (均含文科类考题)

谈高考数学命题

一九七八年恢复全国普通高等学校招生统一考试以来，数学命题工作认真贯彻“既要有利于高等学校选拔新生，又要有利于中学数学”的指导思想，努力提高试题质量。十年来，尤其在题型方面做了不少改进，现对命题工作涉及的一些问题进行分析，以利进一步搞好工作。

一、试卷的总体设计

1. 命题的指导思想和原则

高考数学命题的指导思想是“两个有利”，即：既要有利于高等学校选拔新生，又要有利于中学教学。

高考数学命题的范围，不超出中学数学教学大纲规定的要求，试题内容不超过中学数学统编教材（现在是指乙种本）所能达到的程度。

为了在数学命题中具体贯彻以上指导思想和基本原则，这就要求高考数学试卷全面考查考生在中学阶段所学过的基础知识和基本技能，同时注重考查灵活与综合运用基础知识和基本技能的能力，特别要注意考查考生潜在的学习能力。这才能适应高等学校选拔新生的需要，也才有利于引导中学生认真学好教材，重视基础知识和基本技能，增强灵活运用知识的能力，为继续学习或直接参加工作打好基础。

2. 试题的覆盖面

为了全面地考查考生对基础知识和基本技能的理解和掌握，试题要尽可能覆盖中学数学教学大纲和教材中的基本知识和对基本技能的各项要求，简言之，就是要求试题的覆盖

面大,而且应使试题中包含的代数、三角、立体几何、平面解析几何等各科的内容所占总分的百分比与中学数学教学大纲所规定的内容份量及课时比例等要求大体相当。近几年来,随着题型的多样化,特别是试题中包含相当数量的选择题,使得数学试题的覆盖面越来越大;基本上能够满足要求。

3. 试题的题型

回顾十年来的高考数学命题大体上可以分为两个阶段,从1978年到1982年的五年中,数学试题基本上以解答题这种单一的形式出现;从1983年开始进入第二个阶段,即逐步向各种题型发展,客观性试题与非客观性试题并存的阶段。1983年增加了选择题,1984年又增加了只要求直接写出答数的填空题,从而形成了试题包含选择、填空、解答这三种题型的格式。从1985年至今,数学试题继续采用这三种题型,而且选择题的题目数量以及它在总分中所占的比例都呈现增加的趋势,加上填空题保持一定的数量,因此客观性试题的比例在逐渐增大。由于我国高考的任务以及数学学科的特点,也决定了在高考数学试题中,应当而且必须包含一定数量和相当难度的解答题。近几十年来国际上广为流行标准化考试的考试方法,它也是值得我们借鉴的考试形式,数学命题中近年来出现的题型多样化,客观性试题增加这种变化,正是为将来实施标准化考试所作的宝贵尝试,无疑应当认真进行分析和总结。

选择题可以容纳较大的题量,每个题分值低,因而有利于比较全面地考查基础知识和基本技能,可以考查考生对基本概念的理解是否准确;可以考查考生灵活运用基础知识解决较简单问题的能力。选择题还有减少评分误差和提高阅卷效率的优点,便于采用计算机等现代化阅卷手段。

填空题有利于考查考生的计算是否正确熟练，也可以考查考生灵活运用基础知识解决问题的水平和能力。

解答题有利于考查考生对基础知识和基本技能掌握得是否熟练，能否综合运用所学的知识解决问题，能否灵活运用所学的知识解决较为困难的问题；还可以考查考生的数学素质，能否准确地理解题意，能否既简明扼要又严密准确地书写解答或进行论证。解答题在区别考生的能力上无疑起着重要的作用。

4. 试题的难度

为了能够比较准确地地区分考生掌握数学知识的程度及其能力，在命题中掌握试题难易的程度及不同难易程度题目的合理比例是一个至关重要的问题。一般认为，容易题，中等难度（常称中挡）题，难题之间的比例，宜为 3:5:2 或 3:4.5:2.5 左右。一道试题究竟算容易题，还是算中挡题、较难题，光凭直觉不容易把握准确，在教育测量学中常常用定量分析的方法加以考察，引进了题目“难度”的概念。对于选择题或某些填空题，其难度可用答对（或通过）该题的人数比例来表示，例如：一道试题的难度为 0.7，意味着有 70% 的考生答对了这个题，而有 30% 的考生答错了（或未回答）这个题。对于解答题和一部分填空题，所谓一道试题的难度是指考生此题的平均得分与该题满分的比值。在这种情况下，一道试题的难度为 0.7，并不意味着有 70% 的考生得了满分，而有 30% 的考生得了零分。除了进行预测，计算出这道题的难度，还可以这样进行估计：设某题的满分为 m 分，该题有 k 个分数段，到第 i 个分数段的累计分数为 a_i ($a=0$, $a_k=m$)，如果恰好得 a_i 分的考生占全体考生的百分比为 p_i ，那么该题的难度 p 的计算公式是

$$P = \frac{1}{m} (a_0 p_0 + a_1 p_1 + \cdots + a_k p_k).$$

用一道满分为 12 分的题目为例, 若考生的得分共为五挡, $a_1 = 3$, $a_2 = 5$, $a_3 = 7$, $a_4 = 10$, $a_5 = 12$, 加以完全不得分的情形 $a_0 = 0$, 又此题得 0 分的考生占全体考生的 10%, 得 3, 5, 7, 10, 12 分的考生分别占全体考生的 10%, 40%, 20%, 18%, 2%, 那么, 此题的难度

$$P = \frac{1}{12} (0 \times 0.1 + 3 \times 0.1 + 5 \times 0.4 + 7 \times 0.2 + 10 \times 0.18 + 12 \times 0.02) = 0.48.$$

利用难度的概念, 可以定量地区分题目的难易程度, 一般说来, 难度不小于 0.7 的试题是容易题, 难度在 0.4 与 0.7 之间的试题是中档题, 难度小于 0.4 的试题是难题, 在考题的设计中, 不宜出难度小于 0.2 的题目。

下面是一份供参考的试题难度设计表

试题类别	容易题	中档题	难题
难度 P	1 0.9 0.8 0.7	0.65 0.6 0.55 0.5 0.45 0.4	0.35 0.25
所占分数	6 17 13	13 10 10 10 11 6	12 12

如果按照这个设计方案去命题, 预计考生的平均分数将是 67.6 分。

如果不进行预测而采用估计的办法来考虑难度, 还应注意考虑这类题目考生是否已经接触过。有些题在前几年是难题, 但随着高考次数的增加, 中学对之加强了训练, 考生已经熟悉了这类题目, 在近两年, 这种题就不是难题了。

二、着重考查考生的能力

高考是为高等学校从大量已经具备高中毕业程度的考生中选拔一部分人进行深造，因此应能较好地地区分考生，为此必须在全面考查基础知识和基本技能的同时，把知识和能力的考查结合起来，特别要注意考查考生潜在的学习能力，这是历年高考命题中十分重视的问题。

下面，我们将从近几年的高考试题中挑选若干题目进行分析，就怎样注意考查考生灵活和综合运用基础知识的能力这一问题谈谈我们的看法。

我们认为在试题中关于能力的考查可分为不同层次，并在选择题、填空题和解答题这三种题型中有所侧重的体现出来。

(1) 关于选择题

选择题除了直接考查考生对于基础知识的理解和基本技能的掌握外，还应考查考生正确地运用基础知识来解答简单问题的能力，少量的选择题应有一定的难度，使选择题在难度分布上也有坡度。

例1 (1983年理工农医类试题—(5))。 0.3^2 , $\log_2 0.3$, $2^{0.3}$ 这三个数之间的大小顺序是

(A) $0.3^2 < 2^{0.3} < \log_2 0.3$, (B) $0.3^2 < \log_2 0.3 < 2^{0.3}$.

(C) $\log_2 0.3 < 0.3^2 < 2^{0.3}$, (D) $\log_2 0.3 < 2^{0.3} < 0.3^2$,

如果考生熟悉函数 $y=x^2$, $y=\log_2 x$, $y=2^x$ 的图象的特点，并能运用它们判定 $\log_2 0.3 < 0$, $0 < 0.3^2 < 1$, $1 < 2^{0.3}$, 则马上看出本题的正确答案是 (C)。或者运用对数函数、幂函数、指数函数的性质，也可以决定答案 (C) 正确。

例2 (1987年理工农医类试题—(4))。已知 E , F , G , H 为空间中的四个点，设

命题甲：点 E , F , G , H 不共面。

命题乙：直线 EF 和 GH 不相交。

那么

- (A) 甲是乙的充分条件，但不是必要条件。
- (B) 甲是乙的必要条件，但不是充分条件。
- (C) 甲是乙的充要条件。
- (D) 甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件。

如果考生熟练掌握空间中平面的确定以及线线关系，那么不难得出本题的答案 (A) 是正确的。

例 3 (1984 年理工农医类试题一(5)) 如果 θ 是第二象限角，且满足 $\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 - \sin \theta}$ ，那么 $\frac{\theta}{2}$

- (A) 是第一象限角。
- (B) 是第三象限角。
- (C) 可能是第一象限角，也可能是第三象限角。
- (D) 是第二象限角。

这个题目答案中所设的选择项有相当强的迷惑性。考生为了确定正确答案，首先必须看清，在本题中所给的等式实际上意味着 $\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \geq 0$ ，然后，考生还必须熟悉 $y = \cos x$ 与 $y = \sin x$ 在 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 以及在 $[\pi + \frac{\pi}{4}, \pi + \frac{\pi}{2}]$ 的函数值的分布状况，最好是利用它们的图象，从而才能判断答案(B)是正确的。

(2) 关于填空题

填空题除了主要考查考生的基本计算能力以及基础知识外，也应设计一定数量具有综合性及一定灵活性的题目。

例 4 (1987 年理工农医类试题二(5))。在抛物线 $y = 4x^2$ 上求一点，使该点到直线 $y = 4x - 5$ 的距离为最短。

这个题目首先要用点到直线的距离公式，然后再把所求

转化为二次函数的极值问题，因此本题既能考查考生的基本计算能力，又能考查考生综合运用几何和代数中基础知识解决问题的能力。

(3) 关于解答题

解答题在考查考生的能力方面起着十分重要的作用。在设计数学试题时应使几个解答题的难度有所不同，既有较易题，又有中档题，而且必须有较难题，这样才能把考生按能力水平的高低区分开来。

(1) 与中学统编数学教材中的习题类似的题目可作为解答题中的容易题。

例 5 (1985 年理工农医类试题三)

(a) 解方程 $\log_4(3-x) + \log_{0.25}(3+x) = \log_4(1-x) + \log_{0.25}(2x+1)$.

(b) 解不等式 $\sqrt{2x+5} > x+1$.

例 6 (1987 年理工农医类试题三)

求 $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$ 的值。

象例 5 和例 6 这样的试题与中学课本中的习题是十分类似的。凡是认真学过中学数学的学生应能动手解答这一类题目，大多数考生应能正确地解答这一类题目。在试题中设计这样的题目对于安定考生的情绪，坚定考生的信心无疑能起到好的作用，而且还有利于引导学生在中学的学习和考前总复习中注重课本，熟练掌握大纲规定的基本内容。

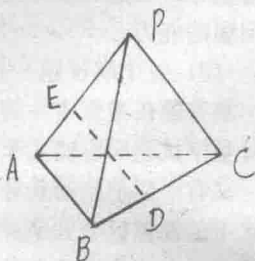
(2) 题意易于理解且具有一定综合性的题目可作为解答题中的较易题。

例 7 (1987 年理工农医类试题四)。如图，三棱锥 $P-ABC$ 中，已知 $PA \perp BC$ ， $PA = BC = l$ ， PA ， BC 的公垂线 $ED =$

h 。求证三棱锥 $P-ABC$ 的体积

$$V = \frac{1}{6} l^2 h.$$

为了解答这个题目，考生首先要能将三棱锥 $P-ABC$ 的体积看成两个三棱锥的体积之和，由此而作辅助线 EB 、 EC ；其次要能由已知条件看出 $PA \perp$ 平面 EBC （这需要运用直线与平面垂直的判定）；最后还要能利用棱锥的体积公式进行计算。这样的题目作为难度 0.6 左右的中档题是合适的。



例 8（1982 年理工农医类试题五）。设 $0 < x < 1$ ， $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，比较 $|\log_a (1-x)|$ 与 $|\log_a (1+x)|$ 的大小（要写出比较过程）。

为了解答这个题目，考生应十分熟悉对数函数的性质，从一开始就要知道必须区分 $0 < a < 1$ 与 $a > 1$ 这两种情形进行讨论。然后要求考生熟知不等式证明中的比较法，从而去考虑差 $|\log_a (1-x)| - |\log_a (1+x)|$ 的符号，在进行这一判断时，需要运用绝对值概念以及对数函数的性质。这类具有一定综合性的题目作为难度 0.6 左右的中档题也是合适的。

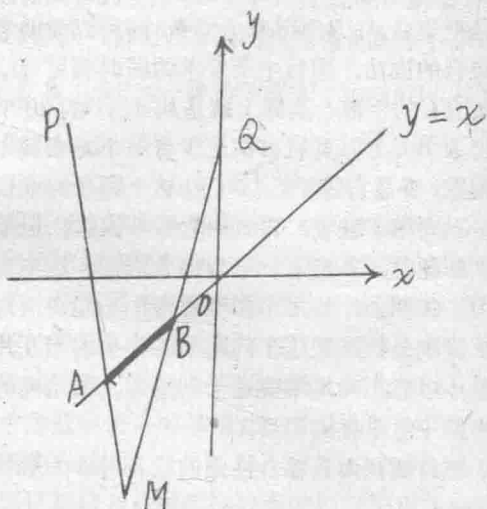
为了解答这个题目，考生应十分熟悉对数函数的性质，从一开始就要知道必须区分 $0 < a < 1$ 与 $a > 1$ 这两种情形进行讨论。然后要求考生熟知不等式证明中的比较法，从而去考虑差 $|\log_a (1-x)| - |\log_a (1+x)|$ 的符号，在进行这一判断时，需要运用绝对值概念以及对数函数的性质。这类具有一定综合性的题目作为难度 0.6 左右的中档题也是合适的。

(3) 题意易于理解但具有较强综合性的题目可作为解答题中的中档题。

例 9（1985 年理工农医类试题六）。已知两点 $P(-2, 2)$ ， $Q(0, 2)$ 以及一条直线 $l: y = x$ 。设长为 $\sqrt{2}$ 的线段 AB 在直线 l 上移动，如下图。求直线 PA 和 QB 的交点 M 的轨迹方程。

（要求把结果写成普通方程）

在解答这个题目时，首先要从已知条件把点 A 和 B 的坐标



都用参数 t 表示出来；然后写出直线 PA , QB 的方程, 并注意讨论 $t \neq 0$ 时, PA 和 QB 才相交；进而写出交点 M 的坐标 (x, y) 所满足的方程组；最后从这个方程组中消去参数 t 得到动点 M 的轨迹方程。这个题目综合性较强, 有较强数学能力的考生可以一开始便想到只用一个参数去表示 A, B 两点的坐标, 最后从方程组消去参数 t 还要求考生具有较强的运算能力。这一类综合性较强的题目作为解答题中的中档题是合适的。

(4) 题目比较灵活, 但看懂题意后解决起来并不难的题目也可作为解答题中的中档题。

例 10(1986 年理工农医类试题六)。已知集合 A 和集合 B 各含有 12 个元素, $A \cap B$ 含有 4 个元素, 试求同时满足下面两个条件的集合 C 的个数: (i) $C \subset A \cup B$, 且 C 中含有 3 个元

素, (ii) $C \cap A \neq \phi$ (ϕ 表示空集)。

为了理解本题的题意, 考生必须仔细地审题和思考, 并且最好是把集合 A, B 用图表示出来, 还可以帮助考生弄懂题意。用组合的说法, 题目中所要求的同时满足 (i), (ii) 两个条件的集合 C 的个数, 实际上就是从 $A \cup B$ 的 20 个不同的元素中取出 3 个元素, 并且其中至少有一个元素属于集合 A 的取法的种数, 于是它等于 $C_{20}^3 - C_8^3$ 。这个题目的难点在于看懂题意, 一旦理解了题意, 再解决它并不困难, 但是, 能够经过思考理解题意, 并把它归结为组合问题, 这本身就是一种数学能力。很明显, 如果不善于思考, 不能灵活地运用组合的概念正确地分析清楚这个问题中的集合的相互关系, 靠死套公式是不可能正确地解决这个问题的。象这类的题目可作为试题中的中等难度的题目。

(5) 题目新颖而且综合性强的题目可作为解答题中的较难题。

例 11 (1983 年理工农医类试题五)。

(1) 证明: 对于任意实数 t , 复数

$$z = \sqrt{|\cos t|} + \sqrt{|\sin t|} i$$

的模 $r = |z|$ 适合 $r \leq \sqrt[4]{2}$ 。

(2) 当实数 t 取什么值时, 复数

$$z = \sqrt{|\cos t|} + \sqrt{|\sin t|} i$$

的幅角主值 θ 适合 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$?

这个题目虽然要求考生回答的只是他们十分熟悉的关于复数的模和幅角的问题, 但是题目新颖, 构思巧妙。考生首先要准确地理解复数的三角形式的概念, 正确地判断题目中所给的复数 z 是代数形式, 并不是三角形式。为了解答 (1),