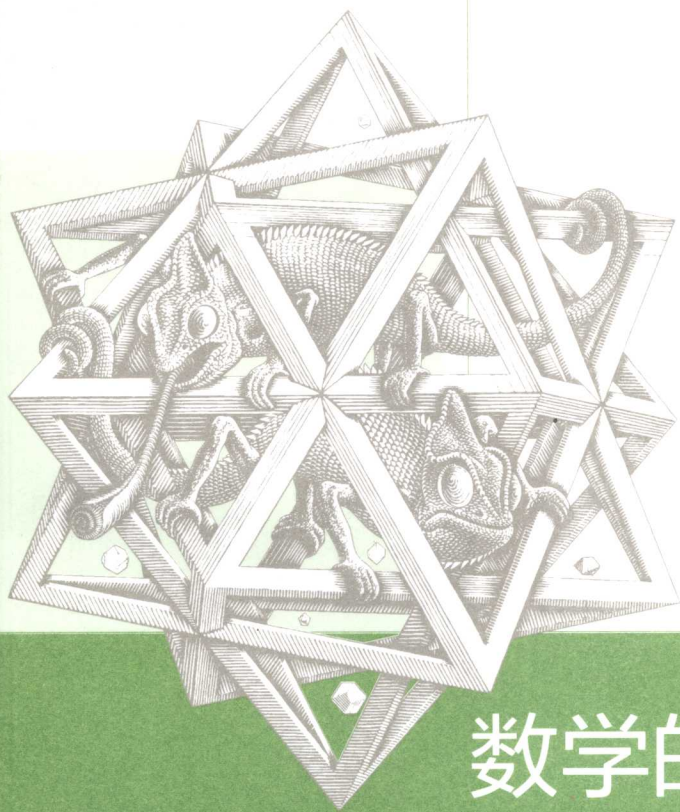


$$e^{\pi i} + 1 = 0$$

Panorama of Mathematics

数 学 概 览

10.3



# 数学的世界 III

从阿默士到爱因斯坦  
数学文献小型图书馆

— J.R. 纽曼 编

— 王耀东 李文林 袁向东 冯绪宁 译



高等教育出版社

SHUXUE DE SHIJIE III

# 数学的世界 III

从阿默士到爱因斯坦  
数学文献小型图书馆

— J.R. 纽曼 编

— 王耀东 李文林 袁向东 冯绪宁 译

## 图书在版编目(CIP)数据

数学的世界. 3 / (美) 纽曼 (Newman, J. R.) 编;  
王耀东等译. -- 北京: 高等教育出版社, 2015. 10

(数学概览 / 严加安, 季理真主编)

ISBN 978-7-04-043699-0

I. ①数… II. ①纽… ②王… III. ①数学 - 普及读  
物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 188119 号

策划编辑 王丽萍  
责任校对 杨凤玲

责任编辑 王丽萍  
责任印制 毛斯璐

封面设计 王 琰

版式设计 杜微言

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120  
印 刷 国防工业出版社印刷厂  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 22.75  
字 数 370 千字  
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landracom.com>  
<http://www.landracom.com.cn>  
版 次 2015 年 10 月第 1 版  
印 次 2015 年 10 月第 1 次印刷  
定 价 59.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究  
物 料 号 43699-00

# 《数学概览》编委会

---

主编： 严加安    季理真

编委： 丁 玖    李文林

曲安京    王善平

徐 佩    姚一隼

# 《数学概览》序言

---

当你使用卫星定位系统 (GPS) 引导汽车在城市中行驶, 或对医院的计算机层析成像深信不疑时, 你是否意识到其中用到什么数学? 当你兴致勃勃地在网上购物时, 你是否意识到是数学保证了网上交易的安全性? 数学从来就没有像现在这样与我们日常生活有如此密切的联系。的确, 数学无处不在, 但什么是数学, 一个貌似简单的问题, 却不易回答。伽利略说: “数学是上帝用来描述宇宙的语言。” 伽利略的话并没有解释什么是数学, 但他告诉我们, 解释自然界纷繁复杂的现象就要依赖数学。因此, 数学是人类文化的重要组成部分, 对数学本身以及对数学在人类文明发展中的角色的理解, 是我们每一个人应该接受的基本教育。

到 19 世纪中叶, 数学已经发展成为一门高深的理论。如今数学更是一门大学科, 每门子学科又包括很多分支。例如, 现代几何学就包括解析几何、微分几何、代数几何、射影几何、仿射几何、算术几何、谱几何、非交换几何、双曲几何、辛几何、复几何等众多分支。老的学科融入新学科, 新理论用来解决老问题。例如, 经典的费马大定理就是利用现代伽罗瓦表示论和自守形式得以攻破; 拓扑学领域中著名的庞加莱猜想就是用微分几何和硬分析得以证明。不同学科越来越相互交融, 2010 年国际数学家大会 4 个菲尔兹奖获得者的工作就是明证。

现代数学及其未来是那么神秘, 吸引我们不断地探索。借用希尔伯特的一句话: “有谁不想揭开数学未来的面纱, 探索新世纪里我们这门科学发展的前景和奥秘呢? 我们下一代的主要数学思潮将追求什么样的特殊目标? 在广阔而丰富的数学思想领域, 新世纪将会带来什么样的新方法和新成就?”

中国有句古话：老马识途。为了探索这个复杂而又迷人的神秘数学世界，我们需要数学大师们的经典论著来指点迷津。想象一下，如果有机会倾听像希尔伯特或克莱因这些大师们的报告是多么激动人心的事情。这样的机会当然不多，但是我们可以通过阅读数学大师们的高端科普读物来提升自己的数学素养。

作为本丛书的前几卷，我们精心挑选了一些数学大师写的经典著作。例如，希尔伯特的《直观几何》成书于他正给数学建立现代公理化系统的时期；克莱因的《数学讲座》是他在 19 世纪末访问美国芝加哥世界博览会时在西北大学所做的系列通俗报告基础上整理而成的，他的报告与当时的数学前沿密切相关，对美国数学的发展起了巨大的推动作用；李特尔伍德的《数学随笔集》收集了他对数学的精辟见解；拉普拉斯不仅对天体力学有很大的贡献，而且还是分析概率论的奠基人，他的《概率哲学随笔》讲述了他对概率论的哲学思考。这些著作历久弥新，写作风格堪称一流。我们希望这些著作能够传递这样一个重要观点，良好的表述和沟通在数学上如同在人文学科中一样重要。

数学是一个整体，数学的各个领域从来就是不可分割的，我们要以整体的眼光看待数学的各个分支，这样我们才能更好地理解数学的起源、发展和未来。除了大师们的经典的数学著作之外，我们还将有计划地选择在数学重要领域有影响的现代数学专著翻译出版，希望本译丛能够尽可能覆盖数学的各个领域。我们选书的唯一标准就是：该书必须是对一些重要的理论或问题进行深入浅出的讨论，具有历史价值，有趣且易懂，它们应当能够激发读者学习更多的数学。

作为人类文化一部分的数学，它不仅具有科学性，并且也具有艺术性。罗素说：“数学，如果正确地看，不但拥有真理，而且也具有至高无上的美。”数学家维纳认为“数学是一门精美的艺术”。数学的美主要在于它的抽象性、简洁性、对称性和雅致性，数学的美还表现在它内部的和谐和统一。最基本的数学美是和谐美、对称美和简洁美，它应该可以而且能够被我们理解和欣赏。怎么来培养数学的美感？阅读数学大师们的经典论著和现代数学精品是一个有效途径。我们希望这套数学概览译丛能够成为在我们学习和欣赏数学的旅途中的良师益友。

严加安、季理真

2012 年秋于北京

在这个古代与现代研究相冲突的时期,对某一个研究必定会有一些事情要谈论,它不是从毕达哥拉斯开始,也不是以爱因斯坦结束,而是包括了所有最年老的和最年轻的.

哈代 (一个数学家的辩白)

---

## 引 言

引言既是问候,也是告别.我致力于本书如此长久,以致难以割舍.从我搜集选集的素材开始至今已经十五载有余,这些素材要使人领略到数学的多样性、实用性和优美.起初似乎感到任务不会太艰巨,耗时也不会过分漫长,因为我对本书所涉主题的一般文献还算熟悉,再说我也不打算编纂一部庞大的原始资料集.不久我发现我的估计错了.关于数学的本质、用途和历史的通俗读物并没有带来我所期望的多样性.于是我必须在浩如烟海的技术和学术文献中搜寻数学思想的范例,使普通读者能够理解和喜欢.关于数学的基础和哲学、数学同艺术和音乐的关系以及数学对于社会和经济问题的应用等容易理解的短文难以发现.还有,我并未计划对选集的每篇文章写引言,但在工作的进展过程中,显现出许多文章在结合其背景阅读时是发人深省的,但是当单独阅读时却意味锐减.因此必须对相关文章提供背景资料,解释写它的动机以及它在数学思想的发展中的地位.于是我原本打算两年完成的工作却延续了二十年中的大部分时光;所设想的适度大小的篇幅最终呈现的规模即使是不够自我约束的作者也不得不承认是大大膨胀了.

我试图在本书中体现数学的广博、数学思想的丰富以及其层面的复杂.数学是一个工具,一种语言和一幅图像;它是一件艺术作品,是自身的终结;它是对于完美的酷爱的实现过程.它似乎被视为讽刺的对象,或是幽默的元素和辩论的话题;又似激发聪明才智的马刺和启发说书人想象力的酵母;它使人们狂热并给大家带来愉悦.普遍认为它是由人类所创建的但独立于人类单独存在的知识体.我希望在这部选集中你能找到适合各种品位和接受力的素材.

选入本书的文章有许多篇幅较长, 这源于我厌恶残缺不全或支离破碎。理解数学逻辑或相对论, 并不是有教养的人所必需的特质。但是如果一个人希望了解这些科目的某些方面, 他就必须学习一些内容。精通基本的语言, 掌握一项技术, 一步步地跟踪一个典型的推理序列, 以及理解一个问题的来龙去脉, 付出这种努力的读者将不会失望。固然本选集中有些文章是难懂的, 但是令人感兴趣的是有多少文章即使没有超常才能或特殊训练也能够被理解。自然, 那些有足够勇气挑战更加艰难主题的人将获赢得特殊的回报, 这有点像理解了某个论证和得到了证明后所获得的满足感。对于每一个人这都是一种创造性活动, 就像他做出了此前从未有过的发现; 从而陶冶了人们的情操。

选集是颇具个人偏见的一类著作, 即使主题是数学, 也不见得比诗歌或小说这种个人偏见来得少。例如我厌烦幻方, 但我从不厌烦概率论。我更喜欢几何而非代数, 喜欢物理而非化学, 喜欢逻辑而非经济, 喜欢无穷数学而非数论。我回避了某些主题, 淡化一些主题, 却对另外一些主题表现出了很高的热情。我不为这些偏见愧疚; 我自认缺乏数学才能, 但我自由地介绍我所钟爱的数学。

许多人对本书的编纂提供了帮助。对于我的朋友和过去的同事罗伯特·哈赤 (Robert Hatch) 在编辑方面的建议, 我难以表达我万分的感激。这种帮助并非是无关紧要的或者仅仅是形式上的, 而是本书在本质上和风格上就接受了他的意见。我的老师及朋友欧内斯特·内格尔 (Ernest Nagel) 不仅给出了不少建议和批评, 还特为本书提供了关于符号逻辑的精彩随笔。萨姆·罗森堡 (Sam Rosenberg) 阅读了我所写的内容, 并且发挥他的智慧改善了它。我的妻子以一如既往的聪明智慧和宽容大度鼓励我工作。Rutgers 大学文献学教授和农业系的前图书馆管理员拉尔夫·肖 (Ralph Shaw) 博士, 在原稿的准备中给了非常宝贵的帮助。我还感谢我的出版者——特别是杰克·古德曼 (Jack Goodman)、汤姆·托尔·贝文斯 (Tom Torre Bevans) 和彼得·施维德 (Peter Schwed) 的贡献——他们的宽容, 本预定 1942 年出版的书一直等到了 1956 年, 以及他们在艰难的设计和制作工作中表现出的想象力和才能。

J. R. N.



# 目 录

第 12 部分: 概观	1
编者评注: 菲利普·E. B. 茹尔丹	3
1 数学的本质 菲利普·E. B. 茹尔丹	7
第 13 部分: 算术、数和计数艺术	69
编者评注: 罂粟种子和大数	71
1 数沙者 阿基米德	73
编者评注: 计数术	83
2 计数术 利维·伦纳德·科南特	85
3 从数到数字和从数字到计算	
大卫·尤金·史密斯, 杰库齐尔·金斯伯格	95
编者评注: 白痴奇才	117
4 计算奇才 W. W. 劳斯·鲍尔	119
编者评注: 聪颖的鸟	139
5 鸟的“计数”能力 奥·凯勒	141
编者评注: 神秘算术	149
6 数学皇后 艾瑞克·坦普尔·贝尔	151
编者评注: $(P + PQ)^{\frac{m}{n}}$	171
7 关于分数和负指数的二项式定理 伊萨克·牛顿	173
编者评注: 数的概念	177
8 无理数 理查德·戴德金	181
9 数的定义 伯特兰·罗素	191

第 14 部分: 最高超的抽象艺术: 群论	197
编者评注: 某些重要的抽象概念	199
1 群的概念 C.J. 凯泽	205
2 群的理论 A.S. 埃丁顿爵士	225
第 15 部分: 数学家	241
编者评注: G.H. 哈代	243
1 一个数学家的辩白 G.H. 哈代	247
编者评注: 创造之不可捉摸	261
2 数学的创造 亨利·庞加莱	263
编者评注: 偶然一用	273
3 数学家 约翰·冯·诺依曼	275
第 16 部分: 数学机器 —— 机器能思考吗	287
编者评注: 自动计算机	289
1 自动机的一般理论和逻辑理论 约翰·冯·诺伊曼	293
2 机器能思考吗? A.M. 图灵	319
3 对弈机 克劳德·E. 香农	343

## 第 12 部分\*

# 概 观

编者评注: 菲利普·E. B. 茹尔丹

1 数学的本质

菲利普·E. B. 茹尔丹

---

\*原书第 I 部分, 本部分译者为王耀东.



## 编者评注

# 菲利普·E. B. 茹尔丹

菲利普·E. B. 茹尔丹 (Philip E. B. Jourdain, 1879—1919) 的关于数学本质的小书完整地重新呈现在这里。他是逻辑学家、哲学家和数学史家, 对于这些的每一个主题, 他都带来了鲜明的观点、引人注目的洞察力和创造性智慧。他去世时还不满 40 岁, 从青年时期开始, 他就被可怕的瘫痪疾病 (弗雷德里克 (Friedrick) 共济失调) 所折磨, 疾病逐渐地限制了他的理解能力。然而他身后留下的著作却影响了数理逻辑和科学史两个方面的发展。

茹尔丹是德贝郡 (Debyshire) 教区一个主教的儿子, 曾在切尔滕纳姆 (Cheltenham) 学院和剑桥接受教育。在他的妹妹米利森特 (Millicent) 生动的回忆录中描写道, 这是他能够享受正常童年欢乐为数不多的几年, 长足是他的特殊爱好。他妹妹也罹患同样的遗传病。1900 年, 兄妹二人前往海德堡 (Heidelberg) 寻找医疗帮助。在医院里, 他开始认真研究数学史。米利森特写道: “在这里, 几乎是我们最后能并肩行走的短暂时光。” 治疗毫无效果, 当他们返回英格兰时, 茹尔丹已经不再能够行走、站立, 甚至连握住一支铅笔都很困难。尽管如此, 他以极大的干劲和热情撰写了使他赢得声望的系列数学论文的首批文章。在他最早的著作中, 包括微分方程的拉格朗日应用、柯西和高斯的函数理论著作以及数学物理的概念问题的研究<sup>1)</sup>。在 1906 年至 1912 年间, 他为《数学和物理学资料》(*Archiv der mathematic und Physik*) 贡献了一系列关于超限数理论的文章, 涉及他一直深感兴趣的课题。在同一时期, 《数学季刊》(*Quarterly Journal of Mathematics*) 刊登了关于数理逻辑理论和数学原理进展的短文系列。茹尔丹是《伊西斯》和《一元论者》(*Isis* 和 *Monist*) 的编辑, 在这两个刊物中刊登了他关于莱布尼茨、纳皮尔、胡克、牛顿、伽

<sup>1)</sup>茹尔丹著作的目录载于 *Isis*, Vol. 5, 1923, pp. 134—136, 以及 *Monist*, Vol. 30, 1920, pp. 161—182.

利略、庞加莱和戴德金的文章。他曾编辑了德·莫根、布尔、乔治·康托、拉格朗日、雅可比、高斯和厄恩斯特著作的重印单行本；并撰写了精彩诙谐的著作，《罗素先生的哲学》(*The Philosophy of Mr. Bertrand Russel*)<sup>2)</sup>书中论述了伯特兰·罗素关于逻辑问题和数学基础的见解。他曾获得了涉及“无声发动机”的一项专利(我一直未能发现这是什么样的机器)，他还撰写诗歌和短篇小说，但从未出版。他在1914年精力最旺盛的时候创作颇丰，能够“让两名打字员全天都在忙碌。”

茹尔丹思想与众不同的特质是其独立性和新锐性。他在科学的历史和哲学方面的广博学识在当时学术界得到广泛认可，但他不仅仅是一名学者。关于某个问题他从不满足于仅理解其他人的结论，而必须以他自己的方式理解它并用他自己的方法克服问题的困难，从而得出专属于他自己的结论。别人对问题的理解不总是令人满意的，它们值得近距离的关注：茹尔丹几乎从未忽略那些由于缺少精细和原创的研究而容易被忽视的要点。

《数学的本质》(*The Nature of Mathematics*)反映了他对这个主题的深刻领悟，他通过有时迂回但总能达到目的的方法，对逻辑和数学进行了聪慧和清晰的表述。他深化了他的关于最艰难、最令人困惑的哲学问题的思想，厘清了对于这些问题的理解，并且完全能够把这些问题传授给细心的读者。本书不是方法和例题的教科书式的罗列，而是“怎样和为什么产生这些方法”的回答。本书讨论了那些即使在初等算术、几何和代数中，比如负数，也广泛使用的但是远未广泛理解的概念，并对“解析方法的发展和原理的某些考察”进行了精心的处理。还有至少两本优秀的数学普及读物，A. N. 怀特黑德(Whitehead)的《数学导论》(*Introduction to Mathematics*)<sup>3)</sup>和更近的蒂奇马什(E. C. Titchmarsh)的《针对普通读者的数学》(*Mathematics for General Reader*)<sup>4)</sup>。我们鼎力推荐这两本书。第一本书的特点是非常通俗易懂，由二十世纪最伟大哲学家之一所著；而第二本书体现了一流数学家对从算术到微积分中的数既科学又透彻流畅的阐述。茹尔丹的书则沿着不同的叙述道路，强调数学和逻辑的关系。它与另外两位的研究属同类，它不公正地被忽视并且绝版这个事实，对于选集的编纂者说来具有额外的吸引力。茹尔丹在序言

<sup>2)</sup>原文为 *The Philosophy of Mr. B \* rtr \* nd R \* ss \* ll.* ——译注。

<sup>3)</sup>牛津大学出版社，纽约，1948。——编注。

<sup>4)</sup>哈钦森大学图书馆，伦敦，出版日期不详。——编注。

---

中说到,“我希望我应该在表现数学发现的过程是鲜活的和渐进这一方面获得成功。”在实现这个追求的过程中,他未曾失败过.





纯粹数学完全由如下这样的断言组成,如果某某命题关于任何事物为真,则某某另一个命题关于那个事物亦为真.它本质上没有讨论第一个命题是否确实为真,也没有指出关于它假定命题为真的任何事物是什么……如果我们的假设是关于任何事物的而不是关于某一个或更特殊的事物的,那么我们的推理就构成了数学.于是数学可以定义为这样的学科,在其中我们从不知道我们在谈论什么,也不知道我们所说的是不是真的.

—— 伯特兰·罗素

# 1 数学的本质

菲利普·E. B. 茹尔丹

## 目 录

引言

第一章 古代数学科学的兴起

第二章 现代数学的兴起和发展——代数

第三章 现代数学的兴起和发展——解析几何和不可分方法

第四章 数学应用于自然科学的开始——动力学

第五章 现代数学的兴起——微积分

第六章 极限和数的现代观点

第七章 数学的本质

文献

## 引 言

一位著名的数学家曾经注意到,如果他不能将对某一个数学理论的知识解释给大街上他所遇到的另一个人,他将永远不能满意他对该数学理论的理解.这并非言过其实;不过,我们必须意识到一个满意的解释应当把责任归于两方面.我们每个人有权问数学家,“数学的用途是什么?”我认为并且试图指出,任何人可以认为一个满意的回答,如果存在的话,可以用十