



“十二五”国家重点图书出版规划项目  
航空航天精品系列

RECITATION COURSES IN OPTICS

# 光学习题课教程

● 郑植仁 刘伟龙 孙恩伟 编著



哈爾濱工業大學出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

“十二五”国家重点图书出版规划项目  
航空航天精品系列

# 光学习题课教程

Recitation Courses in Optics

郑植仁 刘伟龙 孙恩伟 编著

哈爾濱工業大學出版社

## 内 容 提 要

本书是与哈尔滨工业大学出版社出版的《光学》配套的习题教材。本书归纳了光学的基本概念和公式,总结了光学问题的基本类型和基本解题方法,给出了《光学》书中的全部习题和10套研究生入学考试模拟试题的解答。

本书是高等学校本科物理及其相关专业光学习题课的教材,也可作为相关专业教师教学和学生自学的参考书,还是很好的研究生入学考试参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

光学习题课教程/郑植仁,刘伟龙,孙恩伟编著. —哈尔滨:  
哈尔滨工业大学出版社,2015.10

ISBN 978 - 7 - 5603 - 5131 - 5

I . ①光… II . ①郑… ②刘… ③孙… III . ①光学-高等  
学校-教材 IV . ①O43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 228626 号

责任编辑 张秀华

封面设计 高永利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传真 0451-86414749

网址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂

开本 787 mm×960 mm 1/16 印张 17.5 字数 370 千字

版次 2015 年 10 月第 1 版 2015 年 10 月第 1 次印刷

书号 978 - 7 - 5603 - 5131 - 5

定价 38.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

# 前 言

学习任何一门知识都应当作到既明白道理又能够解决问题,也就是既要学懂弄通所学知识的基本概念和原理,又要学会运用基本概念和原理解决相关问题的方法,《光学习题课教程》正是基于这个思想编写的。书中系统地总结讲述了解决光学问题的基本方法,力图通过光学习题课的教学,让学生深入理解光学的基本概念和原理,切实提高独立分析和解决光学问题的能力。

本书配合《光学》教材的前五章,编写了八次习题课的讲授内容,分别是:

1. 单球折反射面逐次成像的计算方法。
2. 薄透镜逐次成像的计算方法和作图方法以及光学仪器和光阑问题的解题方法。
3. 光波在两种各向同性均匀介质分界面上反射和折射的偏振态、能流和相位突变问题的解题方法。
4. 两光束和多光束干涉问题的计算方法和矢量图解方法。
5. 等倾和等厚干涉以及时空相干性问题的解题方法。
6. 菲涅耳衍射问题的解题方法。
7. 夫琅禾费单缝和多缝衍射问题的解题方法。
8. 偏振光的产生、检验和偏振光干涉问题的解题方法。

具体内容是,归纳《光学》教材中讲述的基本概念、原理和基本公式,给出了需要解决的光学问题和解题方法,并通过典型例题详细讲述求解各类光学问题的思路和步骤。

后五章的习题不多,解题方法比较简单,重点放在总结归纳相应的基本概念、原理和基本公式上,而解题方法不作为重点。

本书给出了《光学》教材中所有习题的解答,最后还给出《光学》教材中 10 套研究生入学考试模拟试题的解答,是很好的研究生入学考试参考书。

教学中,每当光学课后,可留几部分作业题,让学生独立完成,从中发现一些问题。

光学习题课上可以先复习相关的基本概念、原理和基本公式,再给出需要求解的典型例题。简单一些的可以先让学生解答,然后由老师总结归纳。较难的和作业中的难题,首先老师与学生一起讨论解题思路,然后由学生具体解答,最后老师再详细讲解。通过有针对性地讲解典型例题,归纳出求解各类光学问题的基本方法。对于典型例题通常采用几种方法进行解答。

光学习题课教学的目的不是仅仅给出一些光学习题的解答,主要是让学生学会各类光学问题的分析解答方法。光学习题的数量很多但是类型不多,只有掌握各类光学问题

的分析解答方法,做到举一反三、触类旁通,才能顺利求解各种光学问题。这也是我们编著出版《光学习题课教程》的目的。

实践证明,开展光学习题课教学的效果很好,不少学生反映,通过光学习题课的学习自己进步很大,学会并掌握了解决光学问题的基本方法,能够独立分析解答很多光学问题。

本书由哈尔滨工业大学的郑植仁编著第2,3章,刘伟龙编著第1,4,5章,孙恩伟编著第6~10章和研究生入学考试模拟试题的解答;全书由郑植仁统稿定稿。本书列入“十二五”国家重点图书出版规划项目。

由于作者的水平所限,尽管付出很大的努力,仍然难免有不当之处,恳请读者不吝赐教。

编著者

2015年8月

# 目 录

<b>第1章 几何光学</b> .....	(1)
<b>1.1 单球面成像</b> .....	(1)
1. 基本概念 .....	(1)
2. 基本公式 .....	(2)
3. 判断像的倒正、放缩、虚实和物的虚实的方法 .....	(3)
4. 成像的符号法则 .....	(3)
5. 需要求解的问题 .....	(3)
6. 逐次成像的计算方法 .....	(3)
7. 凹面镜成像的直观图解和成像规律列表 .....	(4)
8. 凸面镜成像的直观图解和成像规律列表 .....	(4)
9. 典型例题 .....	(5)
<b>1.2 薄透镜成像</b> .....	(10)
1. 基本概念 .....	(10)
2. 基本公式 .....	(11)
3. 判断像的倒正、放缩、虚实和物的虚实的方法 .....	(12)
4. 符号法则 .....	(12)
5. 需要求解的问题 .....	(12)
6. 逐次成像的计算方法 .....	(12)
7. 逐次成像的作图方法 .....	(13)
8. 凸薄透镜成像的直观图解和成像规律列表 .....	(13)
9. 凹薄透镜成像的直观图解和成像规律列表 .....	(14)
10. 典型例题 .....	(14)
<b>1.3 光阑和光学仪器</b> .....	(17)
1. 基本概念 .....	(17)
2. 基本公式 .....	(18)
3. 需要求解的主要问题 .....	(18)
4. 求解孔径光阑和视场光阑的步骤 .....	(18)
5. 求解孔径光阑和视场光阑的作图方法和计算方法 .....	(19)
6. 典型例题 .....	(19)

1.4 习题解答 .....	(21)
<b>第2章 光的波动性和偏振性 .....</b>	<b>(48)</b>
2.1 光的波动性和偏振性 .....	(48)
1. 基本概念 .....	(48)
2. 基本公式 .....	(49)
3. 偏振态随初相位差变化的另一种表示方法 .....	(53)
4. 需要求解的光的波动性的主要问题 .....	(55)
5. 需要求解的光的偏振性的主要问题 .....	(55)
6. 典型例题 .....	(55)
2.2 习题解答 .....	(59)
<b>第3章 光的干涉 .....</b>	<b>(72)</b>
3.1 两光束和多光束干涉 .....	(72)
1. 基本概念 .....	(72)
2. 基本公式 .....	(72)
3. 需要求解的干涉问题 .....	(73)
4. 干涉问题的基本类型 .....	(73)
5. 求相干光强分布的方法 .....	(73)
6. 两光束干涉问题的求解方法 .....	(74)
7. 两光束干涉条纹特征的求解方法 .....	(74)
8. 平行两点光源连线平面上的干涉条纹特征 .....	(75)
9. 垂直两点光源连线平面上的干涉条纹特征 .....	(75)
10. 两束平行光的干涉条纹特征 .....	(75)
11. 多光束干涉问题的求解方法 .....	(75)
12. 典型例题 .....	(76)
3.2 干涉装置 .....	(80)
1. 基本概念 .....	(80)
2. 基本公式 .....	(81)
3. 需要求解的干涉装置问题 .....	(83)
4. 典型例题 .....	(84)
3.3 习题解答 .....	(87)
<b>第4章 光的衍射 .....</b>	<b>(110)</b>
4.1 光的衍射 .....	(110)
1. 基本概念 .....	(110)
2. 基本公式 .....	(111)

3. 需要求解的衍射问题 .....	(113)
4. 求解衍射的复振幅和光强分布的方法 .....	(113)
5. 典型例题 .....	(114)
4.2 多缝夫琅禾费衍射 .....	(119)
1. 基本概念 .....	(119)
2. 基本公式 .....	(120)
3. 需要求解的夫琅禾费衍射问题 .....	(121)
4. 基本方法 .....	(121)
5. 典型例题 .....	(121)
4.3 习题解答 .....	(125)
<b>第5章 光的偏振</b> .....	(149)
5.1 偏振光的产生、检验和偏振光的干涉 .....	(149)
1. 基本概念 .....	(149)
2. 基本公式 .....	(150)
3. 附加相位差的另一种表示方法 .....	(151)
4. 单轴晶体的惠更斯原理作图方法 .....	(153)
5. 入射光通过波晶片后偏振态的检验方法 .....	(153)
6. 圆偏振光和椭圆偏振光的产生方法 .....	(153)
7. 五种偏振光的鉴别方法 .....	(154)
8. 左旋和右旋圆偏振光的鉴别方法 .....	(154)
9. 需要求解的主要偏振问题 .....	(154)
10. 偏振光干涉问题的求解方法 .....	(154)
11. 典型例题 .....	(155)
5.2 习题解答 .....	(163)
<b>第6章 光的吸收、色散和散射</b> .....	(187)
6.1 光的吸收、色散和散射 .....	(187)
1. 基本概念 .....	(187)
2. 基本公式 .....	(188)
6.2 习题解答 .....	(189)
<b>第7章 光的量子性</b> .....	(195)
7.1 光的量子性 .....	(195)
1. 基本概念 .....	(195)
2. 基本公式 .....	(197)
7.2 习题解答 .....	(198)

---

<b>第8章 激光</b>	.....	(204)
8.1 激光	.....	(204)
1. 基本概念	.....	(204)
2. 基本公式	.....	(207)
8.2 习题解答	.....	(208)
<b>第9章 光学信息处理和全息照相</b>	.....	(216)
9.1 光学信息处理和全息照相	.....	(216)
1. 基本概念	.....	(216)
2. 基本公式	.....	(218)
9.2 习题解答	.....	(219)
<b>第10章 非线性光学</b>	.....	(228)
10.1 非线性光学	.....	(228)
1. 基本概念	.....	(228)
2. 基本公式	.....	(230)
10.2 习题解答	.....	(230)
<b>研究生入学考试模拟试题与解答</b>	.....	(235)
模拟试题一与解答	.....	(235)
模拟试题二与解答	.....	(240)
模拟试题三与解答	.....	(243)
模拟试题四与解答	.....	(247)
模拟试题五与解答	.....	(252)
模拟试题六与解答	.....	(256)
模拟试题七与解答	.....	(259)
模拟试题八与解答	.....	(261)
模拟试题九与解答	.....	(265)
模拟试题十与解答	.....	(269)

# 第1章 几何光学

## 1.1 单球面成像

### 1. 基本概念

- 1) 光的直线传播定律:在各向同性均匀介质里光沿直线传播。
- 2) 光路可逆性原理:传播方向相反时光将沿相同路径反向传播。
- 3) 光程:光经过的实际路径长度与所在介质折射率的乘积。
- 4) 费马原理:光沿光程取平稳值的路径传播。平稳值是常数值、极小值或极大值。
- 5) 同心光束:各条光线或其延长线相交于同一点的光束,交点称为同心光束的中心。
- 6) 球面光学系统:能够保持光束同心性的光学系统。
- 7) 共轴球面光学系统:由球面曲率中心在同一条直线上的折射和反射球面组成 的球面光学系统,简称理想光学系统。
- 8) 光轴:理想光学系统中通过各个折射和反射球面曲率中心的直线。
- 9) 成像:物点发出的入射同心光束通过共轴球面光学系统后转化成出射同心光束后会聚为像点的过程。
- 10) 物点:入射同心光束的中心;像点:出射同心光束的中心。确定物点或像点时必须首先指明是相对哪个光学系统而言的。
- 11) 实物点:发散的入射同心光束的会聚点;虚物点:会聚的入射同心光束的会聚点。
- 12) 实像点:会聚的出射同心光束的会聚点;虚像点:发散的出射同心光束的会聚点。
- 13) 物方空间:所有实物点和虚物点的集合构成的空间;像方空间:所有实像点和虚像点的集合构成的空间。
- 14) 物方折射率:物点及其相应入射光线所处空间介质的折射率;像方折射率:像点及其相应出射光线所处空间介质的折射率。
- 15) 虚光程:折射(或反射)点到相应的虚物(或虚像)点之间的光线延长线的几何长度与该光线所在介质折射率之积取负值,称为该虚物(或虚像)点对应的虚光程。
- 16) 虚光线所处空间的折射率:与虚光线相连的实际光线所处空间介质的折射率就是虚物点或虚像点及其相应光线的延长线(虚光线)所处空间介质的折射率。正确确定

物(像)点尤其是虚物(像)点及其相应虚光线所处空间介质的折射率才能正确求解理想光学系统的成像问题。

17) 物像共轭:互相对应的一对物点和像点称为物像共轭点,相应的光线称为物像共轭光线。

18) 物像之间的等光程性:物点和像点之间的各条光线的光程都相等。

19) 本书规定: $r$  表示球面的曲率半径,是代数量;曲率半径的绝对值称为半径。

## 2. 基本公式

1) 光的反射和折射定律  $i'_1 = i_1, n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

2) 全反射临界角  $i_c = \arcsin(n_2/n_1)$

其中,  $n_1$  是入射光线所在空间介质的折射率,  $n_1 > n_2$ 。

3) 光速、折射率、频率和波长的关系式  $n = \frac{c}{v}, c = \nu\lambda, v = \nu\lambda_n, n = \frac{\lambda}{\lambda_n}$

其中,  $c$  和  $\lambda$  是真空中的光速和波长;  $v$  和  $\lambda_n$  是介质中的光速和波长,  $\nu$  是光的频率,  $n$  是介质的折射率。

4) 三棱镜的最小偏向角公式  $\frac{n}{n'} = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_m}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$

其中,  $\delta_m$  是最小偏向角,  $\alpha$  是三棱镜的顶角,  $n$  和  $n'$  是三棱镜的折射率和周围介质的折射率。

5) 光楔的偏向角  $n' = 1$  时,  $\delta_m = (n - 1)\alpha$

6) 费马原理的表示式  $\delta[L(QP)] = \delta[\int_Q^P n(l) dl] = 0$

7) 单球面折射成像公式

物像距公式  $\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}, \frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$

焦距公式  $f = \frac{nr}{n' - n}, f' = \frac{n'r}{n' - n}, \frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$

横向放大率公式  $V = -\frac{ns'}{n's}$

8) 单球面反射成像公式

物像距公式  $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r}$

焦距公式  $f = f' = -\frac{r}{2}$

$$\text{横向放大率公式} \quad V = -\frac{s'}{s}$$

$$9) \text{多次成像的总放大率公式} \quad V = V_1 V_2 V_3 \cdots$$

$$10) \text{多次成像的过渡关系式} \quad s_{m+1} = d_{m(m+1)} - s'_m$$

### 3. 判断像的倒正、放缩、虚实和物的虚实的方法

1)  $V > 0$ , 正立像;  $V < 0$ , 倒立像。

2)  $|V| > 1$ , 放大像;  $|V| < 1$ , 缩小像。

3)  $s' > 0$ , 实像;  $s' < 0$ , 虚像;  $s > 0$ , 实物;  $s < 0$ , 虚物。

### 4. 成像的符号法则

入射光从左向右传播, 计算起点为单球折射面顶点  $O$  时, 规定:

1) 若物点  $Q$  和物方焦点  $F$  在顶点  $O$  左方, 则  $s > 0$  和  $f > 0$ ; 若  $Q$  和  $F$  在  $O$  右方, 则  $s < 0$  和  $f < 0$ 。

2) 若像点  $Q'$ 、像方焦点  $F'$  和球心  $C$  在顶点  $O$  左方, 则  $s' < 0$ ,  $f' < 0$  和  $r < 0$ ; 若  $Q', F'$  和  $C$  在  $O$  右方, 则  $s' > 0$ ,  $f' > 0$  和  $r > 0$ 。

3) 入射光由右向左传播时, 符号法则与上述规定相反。

4) 各个量在图中均用绝对值标示, 即若某个量是负值, 则要在这个量的符号前面添加“-”号。

5) 成像系统是单球反射面时,  $Q'$  和  $F'$  在单球反射面顶点  $O$  左方, 则  $s' > 0$  和  $f' > 0$ ;  $Q'$  和  $F'$  在  $O$  右方, 则  $s' < 0$  和  $f' < 0$ 。其余规定与单球折射面成像的符号法则相同。

6) 物(像)在光轴上方,  $y(y') > 0$ ; 物(像)在光轴下方,  $y(y') < 0$ 。

### 5. 需要求解的问题

通过计算, 熟练求解单球折(反)射面逐次成像的问题。

### 6. 逐次成像的计算方法

1) 画出理想光学成像系统的光路图, 确定第一次成像的入射光线方向及其计算起点;

2) 确定第一次成像的各个已知量的正负和大小;

3) 代入相应成像公式计算;

4) 检查计算结果是否正确;

5) 利用过渡关系等公式求出下次成像的物距等未知量值, 重复如上步骤逐次成像, 直至得到最终的成像结果。

其中步骤 2) 是正确计算成像问题的关键。由符号法则正确确定已知的物距或像距的大小和正负及其相应的物方和像方折射率的大小, 尤其要正确确定虚物点和虚像点及其虚光线所在空间介质的折射率, 才能正确求解光学系统的逐次成像问题。

## 7. 凹面镜成像的直观图解和成像规律列表

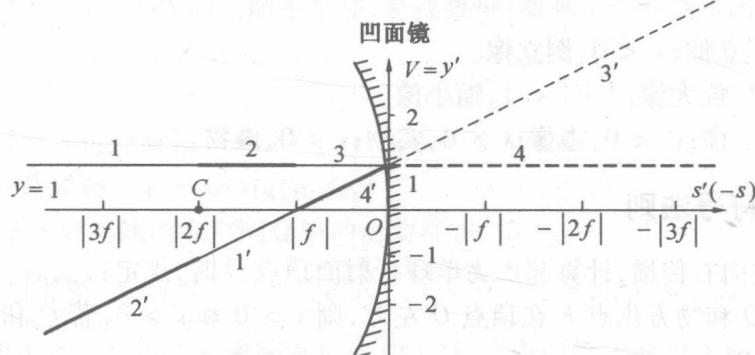


图 1.1 凹面镜成像直观图解的物像对应关系

表 1.1 凹面镜成像规律列表

凹面镜	$s$	$s'$	$V$	成像性质
第一区间	$+\infty \sim  2f $	$ f  \sim  2f $	$0 \sim -1$	倒立、缩小、实像
第二区间	$ 2f  \sim  f $	$ 2f  \sim +\infty$	$-1 \sim -\infty$	倒立、放大、实像
第三区间	$ f  \sim 0$	$-\infty \sim 0$	$+\infty \sim +1$	正立、放大、虚像
第四区间	$0 \sim -\infty$	$0 \sim  f $	$+1 \sim 0$	正立、缩小、实像

## 8. 凸面镜成像的直观图解和成像规律列表

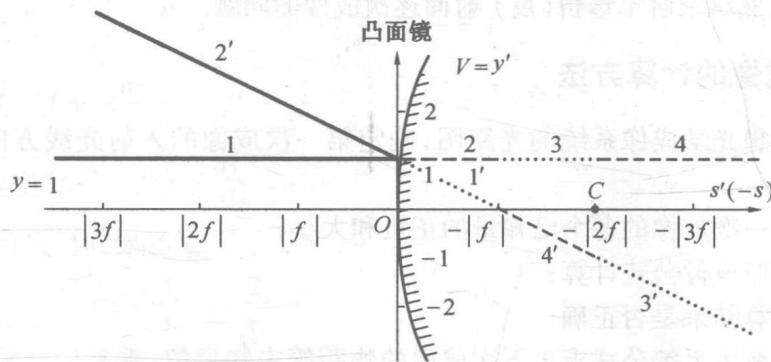


图 1.2 凸面镜成像直观图解的物像对应关系

表 1.2 凸面镜成像规律列表

凸面镜	$s$	$s'$	$V$	成像性质
第一区间	$+\infty \sim 0$	$- f  \sim 0$	$0 \sim +1$	正立、缩小、虚像
第二区间	$0 \sim - f $	$0 \sim +\infty$	$+1 \sim +\infty$	正立、放大、实像
第三区间	$- f  \sim - 2f $	$-\infty \sim - 2f $	$-\infty \sim -1$	倒立、放大、虚像
第四区间	$- 2f  \sim -\infty$	$- 2f  \sim - f $	$-1 \sim 0$	倒立、缩小、虚像

## 9. 典型例题

例题 1 利用费马原理推导傍轴条件下如图 1.3 所示的单球面反射成像公式。

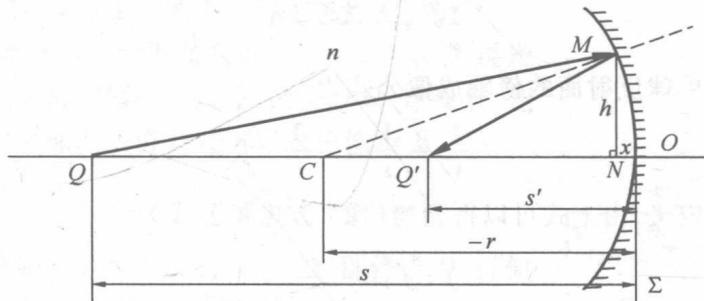


图 1.3 单球面反射成像光路

解题的基本思路：

- (1) 写出任意一条或两条光线的光程表示式；
- (2) 将光程表示式作泰勒展开，取其一级近似值；
- (3) 对等光程表示式求导或建立两条光线等光程的关系式，整理化简后得到结果。

具体求解：

(1) 如图 1.3 所示，曲率中心为  $C$  的单球反射面  $\Sigma$  与光轴交于顶点  $O$ ，由光轴上的物点  $Q$  发出的任意光线  $QM$  由左向右传播，入射到单球反射面  $\Sigma$  上，反射后的出射光线  $MQ'$  会聚于光轴上的像点  $Q'$  处。

设物方空间介质的折射率为  $n$ ，则像方空间介质的折射率也为  $n$ ，单球反射面  $\Sigma$  的半径  $\overline{OC} = -r$ ，物距  $\overline{QO} = s$ ，像距  $\overline{Q'Q} = s'$ 。由几何关系可以得到轴上光线  $QOQ'$  的光程为

$$L(QOQ') = ns + ns'$$

轴外傍轴光线  $QM Q'$  的光程为

$$L(QMQ') = n \overline{QM} + n \overline{MQ'}$$

如图 1.3 所示,作  $MN \perp CO$ ,交点为  $N$ ,设  $\overline{ON} = x$  和  $\overline{MN} = h$

$$h^2 = (-r)^2 - (-r - x)^2 = -x(2r + x)$$

$$\overline{QM} = \sqrt{(s - x)^2 + h^2} = \sqrt{s^2 - 2x(s + r)}$$

$$\overline{MQ'} = \sqrt{(s' - x)^2 + h^2} = \sqrt{s'^2 - 2x(s' + r)}$$

(2) 在傍轴条件下,  $x \ll s, s', |r|$ , 将上面两式作泰勒展开, 略去高阶小量, 得

$$\overline{QM} \approx s \left[ 1 - \frac{x(s + r)}{s^2} \right], \quad \overline{MQ'} \approx s' \left[ 1 - \frac{x(s' + r)}{s'^2} \right]$$

(3) 由物像等光程性  $n \overline{QM} + n \overline{MQ'} = ns + ns'$ , 得

$$ns \left( 1 - \frac{x(s + r)}{s^2} \right) + ns' \left( 1 - \frac{x(s' + r)}{s'^2} \right) = ns + ns'$$

即

$$\frac{s + r}{s} + \frac{s' + r}{s'} = 0$$

稍加整理即可得到单球反射面的傍轴成像公式为

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r}$$

根据焦点和焦距的定义, 由上式可以得到物(像)方焦距公式为

$$f = f' = -\frac{r}{2}$$

上式显示, 单球反射面成像系统的两个焦距的数值相等、符号相同, 因此物方和像方的两个焦点  $F$  和  $F'$  重合。

这个题的数学推导过程使用了忽略高阶小量的泰勒展开方法。在探索物理现象、揭示物理规律和解决物理问题时, 这类近似方法被广泛应用。近似处理是物理学研究中经常使用的基本方法。

近似处理方法突出了问题的本质, 从关键之处入手去解决问题, 可以排除干扰因素, 能够让最本质的特征凸显出来。忽略了一些次要问题和干扰因素后, 主要因素之间的关系就会变得明朗, 有利于主要矛盾和本质问题的解决。

一般来说, 近似处理结果的近似程度由问题本身的性质和所采取的近似方法决定。即使是同一个因素, 在研究 A 问题时可以忽略, 在研究 B 问题时可能就不应该舍去。对于同一个问题, 进行不同的近似处理可以得到不同的近似结果。实际科研工作中常常出现由于不适当的近似处理导致研究工作进行不下去的情况。因此, 在对实际物理问题进行近似处理时, 要根据研究对象的客观情况仔细研究, 恰当确定哪些因素应该舍去、哪些因素应该保留。

我们一定要学会近似处理的方法, 做到善于近似处理, 在科学的研究中才能收到事半

功倍的效果。

**例题2** 如图1.4所示,光楔(顶角很小的三棱镜)的顶角为 $\alpha$ ,折射率为 $n$ ,在其左前方距离 $a$ 处放置物点 $Q$ 。求物点 $Q$ 经过光楔折射成像的像点位置。

### 1) 解法一

如图1.5所示,从物点 $Q$ 发出且垂直光楔第一个平面的光线 $QO$ 折射后不改变方向,成像的像点 $Q'$ 也在这条直线上、处于玻璃中,可以通过单球面成像公式求出像点位置为

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n-1}{\infty}, \quad s'_1 = -na$$

第一次成像的像点位于图1.5所示的点 $Q'$ 处。

过点 $Q'$ 作光楔第二个平面的垂线 $Q'O'$ ,点 $Q'$ 经过光楔第二个平面再次折射后的像点 $O''$ 位于 $Q'O'$ 直线上、处于空气中。通过单球面成像公式可以求出像距为

$$\frac{n}{na} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1-n}{\infty}, \quad s'_2 = -a$$

最后成像在如图1.5所示的点 $Q''$ 处,即像点 $Q''$ 近似位于过点 $Q$ 且垂直光轴 $QO$ 的直线 $Q''Q$ 上。

由几何关系可知最后像点 $Q''$ 的位置坐标为

$$x = -a, \quad y = (na - a)\alpha = a(n-1)\alpha = a\delta$$

其中 $\delta = (n-1)\alpha$ 是光楔的偏向角。

最终像点 $Q''$ 的位置坐标为 $[-a, a(n-1)\alpha]$ 。

### 2) 解法二

经常使用的解题方法是利用成像公式和偏向角公式求解。

如图1.6所示,首先画出入射光线 $QO$ 经过光楔折射后的出射光线 $Q''O$ ,这条光线满足光楔的偏向角条件,即 $\delta = (n-1)\alpha$ ,而且最终的像点 $Q''$ 一定位于斜线 $Q''O$ 上。

把光楔的两个面近似看成两个平行平面,重复上述的两次成像过程,求出最终的像点 $Q''$ 对应的像距为 $s'_2 = -a$ 。

由图1.6可以看出,像点 $Q''$ 位于直线 $Q''O$ 和垂线 $Q''Q$ 的交点处,像点 $Q''$ 的水平坐标

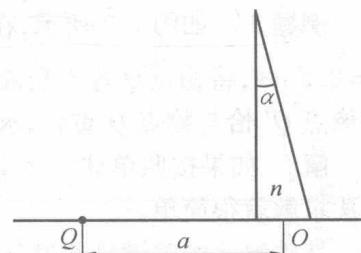


图1.4 光楔的成像结构

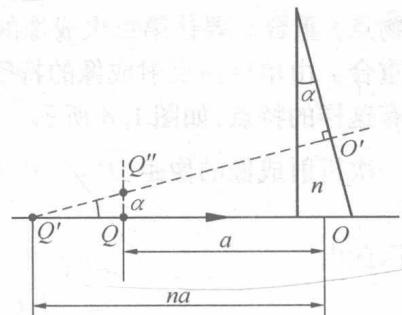


图1.5 光楔成像第一种解法的图示

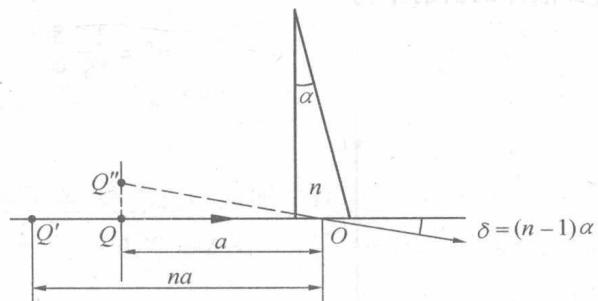


图1.6 光楔成像第二种解法的图示

为  $x = -a$ , 高度为  $y = a\delta$ , 最终的像点  $Q''$  的位置坐标为  $[-a, a(n-1)\alpha]$ 。

**例题 3** 如图 1.7 所示,在焦距为 11.5 cm 的反射球面里注入一些液体,液面高度为  $h = 0.5$  cm, 将物点  $Q$  置于光轴  $QO$  上, 光轴与液面的交点为点  $P$ , 已知  $\overline{QP} = 15.9$  cm, 最终的像点  $Q'$  恰与物点  $Q$  重合, 求液体的折射率。

解 如果按照单球面光学系统逐次成像方法解题会很麻烦,但是若采用如下的特殊方法求解就很简单。

特殊解法的关键是通过分析题意,找到“最终的像点  $Q'$  恰与物点  $Q$  重合”的成像光路的特殊性,由此出发可以得到特殊解法。

本题共有三次成像过程：折射成像、反射成像和再次折射成像。既然最终的像点  $Q'$ （第三次成像的像点）与最初的物点  $Q$  重合，根据光路可逆性原理可知，第二次反射成像的物点（第一次折射成像的像点）必须与第二次反射成像的像点（第三次折射成像的物点）重合。要让第二次成像的物点和像点重合，则第二次成像的入射和反射光路必须重合。由单球面反射成像的特殊性可知，只有通过反射球面曲率中心  $C$  的成像光线才具有这样的特点，如图 1.8 所示。由此可知，此时第一次折射成像的像点位于球心  $C$  处，第一次折射成像的像距  $\overline{CP} = -s'_1$  与球面半径的关系为

$$-s'_1 = |r| - h = 2f - h$$

因此由

$$|r| = 2f = 2 \times 11.5 \text{ cm} = 23 \text{ cm}$$

可以得到

$$s'_1 = -(23 - 0.5) \text{ cm} = -22.5 \text{ cm}$$

将  $s_1 = 15.9 \text{ cm}$ ,  $n = 1$  和  $s'_1 = -22.5 \text{ cm}$  代入第一次平面折射成像公式中, 即

$$\frac{1}{15.9} + \frac{n'}{-22.5} = 0$$

可得液体的折射率为

$$n' = \frac{22.5}{15.9} \approx 1.415$$

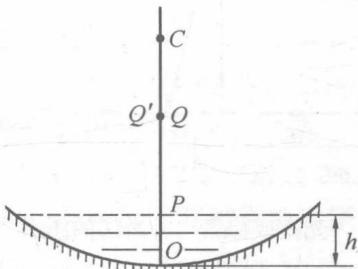


图 1.7 注入液体的凹面镜的成像结构

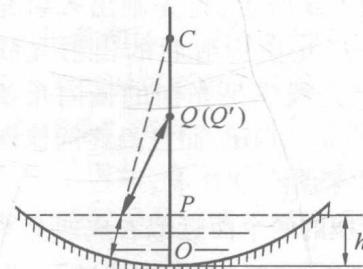


图 1.8 注入液体的凹面镜的成像光路