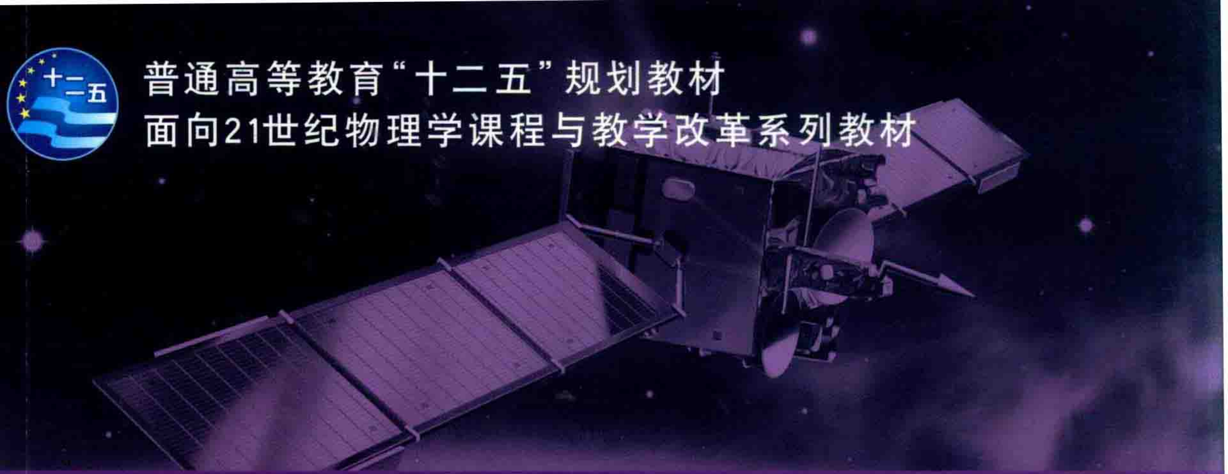
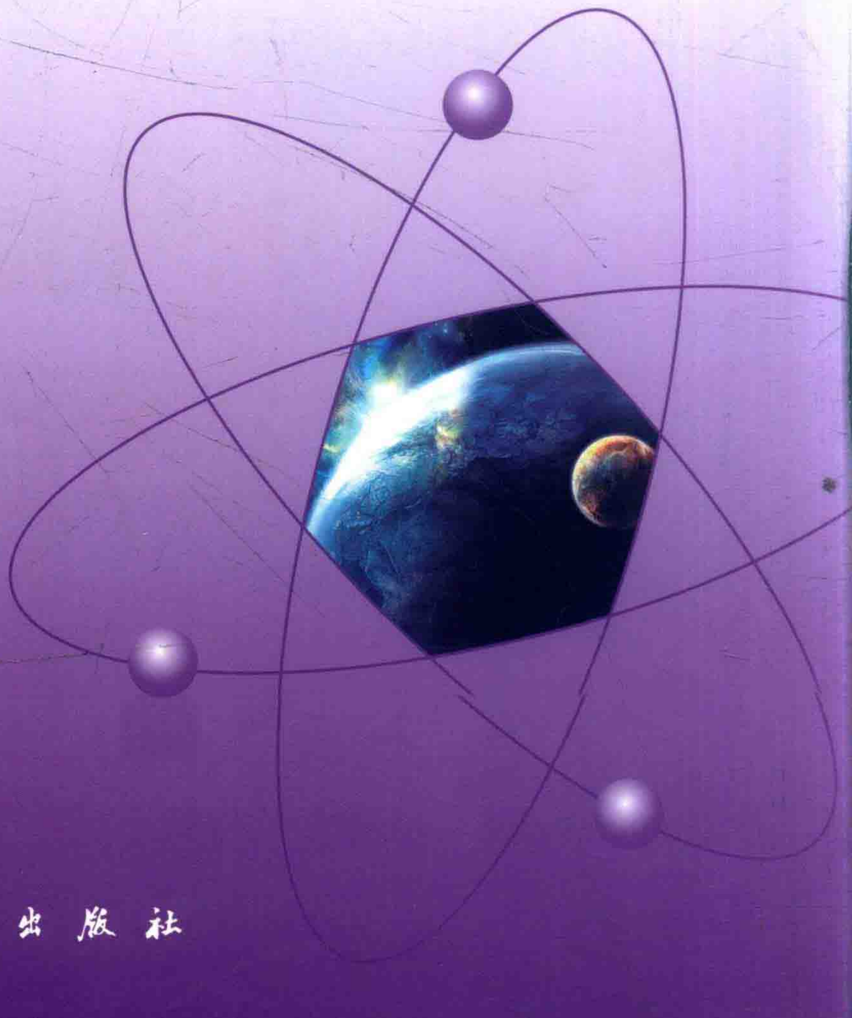


普通高等教育"十二五"规划教材

面向21世纪物理学课程与教学改革系列教材

大学物理习题解答

马为川　罗春霞　主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
面向21世纪物理学课程与教学改革系列教材

大学物理习题解答

马为川　罗春霞　主编

科学出版社
北　京

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

内 容 简 介

物理学是一切自然科学的基础，高新科技无不以物理学为依托."大学物理"课程是各院校的一门重要的基础理论课程.它在培养学生科学素质和科学思维方法，提高学生科学研究能力方面，起着不能替代的作用.而在"大学物理"课程的教学中，做习题是一个必不可少的环节.通过它可以更正确地、深刻地理解大学基础物理学的基本概念、基本定理和定律，培养分析问题的思维和提高解决问题的能力.我们对教材《大学物理》(科学出版社，2014 年)上的每一个习题做出了简明的解答，采用的章节和习题编号和上述教材相同.

本书可作为高等学校理工科非物理专业的教材，也可供文科及专科的相关专业选用及物理爱好者阅读.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理习题解答/马为川，罗春霞主编.—北京：科学出版社，2015.1

普通高等教育"十二五"规划教材 面向 21 世纪物理学课程与教学改革系列教材

ISBN 978-7-03-042701-4

Ⅰ.①大… Ⅱ.①马… ②罗… Ⅲ.①物理学—高等学校—题解 Ⅳ.①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 287105 号

责任编辑：吉正霞 / 责任校对：董艳辉

责任印制：高 嵘 / 封面设计：苏 波

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

武汉市首壹印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本：B5(720×1000)

2015 年 1 月第 一 版 印张：10 1/4

2015 年 1 月第一次印刷 字数：203 000

定价：24.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前言

本书是与马为川、罗春霞编写的《大学物理》(科学出版社,2014 年)上、下册教材相配套的习题辅助教材.

本书根据教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会新制定的《非物理类理工科非物理类专业大学物理数学基本要求》的指导思想和精神编写而成.本书从收集到的大量国内外物理习题集中精选出与《大学物理》相匹配难易程度适中的习题和精解.这些习题,既能考查学生对物理基础知识、基本技能的理解,以及运用这些知识的能力,又有助于大学生深入地理解物理概念、物理定律和物理规律.在力学和电磁学部分的习题解中,突出高等数学微积分知识在力学和电磁学中的应用,重点突出微元法的方法和应用.

教育部正在部署和指导部分工科院校转型发展,转向培养应用型人才.为适应转型发展,本习题解答在这方面做了一些尝试,选题和解题力求简单和偏向于工程技术应用.

由于编者水平有限,书中难免有不妥和错误,敬请读者同仁批评指正.

编者

2014 年 10 月 25 日于武汉

目　　录

第一章　质点运动学…………………………………………………………………… 1
第二章　牛顿定律 ………………………………………………………………… 10
第三章　动量守恒定律　能量守恒定律 ………………………………………… 25
第四章　刚体的转动 ……………………………………………………………… 35
第五章　静电场 …………………………………………………………………… 46
第六章　静电场中的导体与电介质 ……………………………………………… 56
第七章　稳恒磁场 ………………………………………………………………… 67
第八章　电磁感应　电磁场 ……………………………………………………… 79
第九章　振动 ……………………………………………………………………… 89
第十章　波动……………………………………………………………………… 102
第十一章　光学…………………………………………………………………… 113
第十二章　气体动理论…………………………………………………………… 124
第十三章　热力学基础…………………………………………………………… 133
第十四章　狭义相对论…………………………………………………………… 144
第十五章　量子物理简介………………………………………………………… 153

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第一章　质点运动学

1-1　一运动质点,在某一时刻其位矢为 $\boldsymbol{r}$,下列各式中,哪个表示其速度?哪个表示其速率?

A. $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　B. $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$　　C. $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$　　D. $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$

分析讨论　速度是矢量,它等于位置矢量对时间的一阶导数,而速率是速度矢量的大小即速度矢量的模. 所以,速度是 C,而速率是 D. A 和 B 无物理意义.

1-2　一做曲线运动的质点,某一时刻速度为 $\boldsymbol{v}$,下列各式各表示什么?

A. $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$　　B. $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$　　C. $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$　　D. $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$

分析讨论　加速度是矢量,它等于速度矢量对时间的一阶导数. 所以 A 是该质点在这一时刻的加速度,B 是加速度的大小.

曲线运动的加速度也可用自然坐标表示,$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$,所以,C 是这一时刻加速度的切向分量,即切向加速度大小,若质点作直线运动,法向加速度为零,$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 就是加速度大小.

1-3　一个质点在做圆周运动时,则有(　　).

A. 切向加速度一定改变,法向加速度也改变

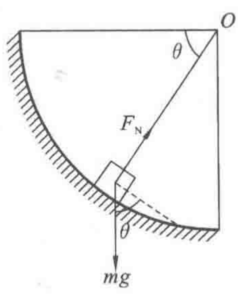
B. 切向加速度可能不变,法向加速度一定改变

C. 切向加速度可能不变,法向加速度不变

D. 切向加速度一定改变,法向加速度不变

解　质点在做圆周运动时,法相加速度指向圆心,所以时刻在发生改变. 若质点做匀速率圆周运动,切向加速度恒为零. 故本题答案选 B.

1-4　如图所示,物体沿半径为 R 的固定圆弧形光滑轨道由静止下滑,在下滑的过程中,则(　　).



习题 1-4 图

A. 它受到的轨道的作用力的大小不断增加

B. 它的加速度的方向永远指向圆心,其速率保持不变

C. 它受到的合外力的大小变化,方向永远指向圆心

D. 它受到的合外力的大小不变,其速率不断增加

解 由图可知,物体在下滑过程中受到大小和方向不变的重力 mg 以及指向圆弧轨道中心的轨道的支持力 F_N 作用,这两者合力并非指向圆心,其大小和方向均与物体所在位置有关. 由物体在重力和支持力的合力作用下做圆周运动的方程 $F_N - mg\sin\theta = \dfrac{mv^2}{R}$ 知,随角 θ 的不断增大过程,轨道支持力也在不断增大. 故本题答案选 A.

1-5 一质点沿 x 轴运动,运动方程为 $x = 8t - 2t^2$,求:

(1) $t = 0$ 时质点的位置和速度;

(2) $t = 1\ \text{s}$ 和 $t = 3\ \text{s}$ 时速度的大小和方向;

(3) 速度为 0 的时刻和回到出发点的时刻.

解 (1) 将 $t = 0$ 代入 $x = 8t - 2t^2$,得 $x_0 = 0\ \text{m}$,又 $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d}{dt}(8t - 2t^2) = 8 - 4t$,将 $t = 0$ 代入,得

$$v_0 = 8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

(2) 由(1) 知,物体在任意时刻速度的表达式为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(8t - 2t^2) = 8 - 4t$$

将 $t = 1\ \text{s}$ 代入,得 $v = 4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,方向沿 x 轴正方向;

将 $t = 3\ \text{s}$ 代入,得 $v = -4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,方向沿 x 轴负方向.

(3) 令

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(8t - 2t^2) = 8 - 4t = 0$$

解得,$t = 2\ \text{s}$,故物体运动两秒后速度为零.

物体回到出发点时 $x_0 = 0\ \text{m}$,令 $x = 8t - 2t^2 = 0$,解得 $t = 0\ \text{s}$(不合题意)或 $t = 4\ \text{s}$,故物体运动 4 s 后回到原出发点.

1-6 质点沿直线运动,速度 $v = (t^3 + 3t^2 + 2)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,如果当 $t = 2\ \text{s}$ 时,质点位于 $x = 4\ \text{m}$ 处,求 $t = 3\ \text{s}$ 时质点的位置、速度和加速度.

分析 对速度函数求导可得质点加速度函数 $a(t)$,对速度函数积分可得运动方程 $x(t)$,由运动方程、速度表达式和加速度表达式可确定任意时刻质点的位置、速度和加速度.

解 质点的运动方程为

$$x = \int v dt = \int (t^3 + 3t^2 + 2) dt = \frac{1}{4}t^4 + t^3 + 2t + x_0$$

x_0 为待定常数. 由 $t = 2\ \text{s}$ 时,$x = 4\ \text{m}$,可得 $x_0 = -12\ \text{m}$,则

$$x = \frac{1}{4}t^4 + t^3 + 2t - 12$$

质点的加速度

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=3t^2+6t$$

将 $t=3$ 代入位置、速度和加速度表示式，分别得

$$x=\left(\frac{1}{4}\times3^4+3^3+2\times3-12\right)\mathrm{m}=41.25\ \mathrm{m}$$

$$v=(3^3+3\times3^2+2)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=56\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a=(3\times3^2+6\times3)\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=45\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1-7　一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为 $a=1+3x^2$；如果质点在原点处的速度为零，试求其在任意位置处的速率.

解

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=1+3x$$

即

$$v\mathrm{d}v=(1+3x^2)\mathrm{d}x$$

上式两边积分

$$\int_0^v v\mathrm{d}v=\int_0^x(1+3x^2)\mathrm{d}x$$

得

$$v=\sqrt{2(x+x^3)}$$

1-8　质点沿直线运动，加速度 $a=(4-t^2)\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$，如果当 $t=3\ \mathrm{s}$ 时，质点位于 $x=9\ \mathrm{m}$ 处，速度大小为 $v=2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点的运动方程.

分析　已知质点做直线运动的加速度表达式 $a(t)$，对其一次积分便可得到速度表达式 $v(t)$，再次积分又可得到质点的运动方程 $x(t)$.

解　由加速度表达式 $a(t)$ 积分，可得速度表达式

$$v=\int a\mathrm{d}t=\int(4-t^2)\mathrm{d}t=4t-\frac{t^3}{3}+v_0$$

再次积分可得

$$x=\int v\mathrm{d}t=2t^2-\frac{t^4}{12}+v_0t+x_0$$

将题设给出的初始条件代入以上两式，可确定两个积分常数，$v_0=-1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$x_0=0.75\ \mathrm{m}$，则质点的运动方程为

$$x=2t^2-\frac{1}{12}t^4-t+0.75$$

式中 x 以 m 为单位，t 以 s 为单位.

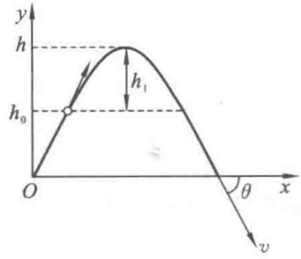
1-9　从地面向空中抛出一球，观察到它在 14.7 m 高处的速度 $\boldsymbol{v}=(3.98\boldsymbol{i}+9.8\boldsymbol{j})\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$（$x$ 轴沿水平方向，y 轴沿竖直方向）. 当忽略空气阻力时，求：

(1) 球能够上升的总高度；

(2) 球所经过的总的水平距离；

(3) 球落地时速度的大小和方向.

分析 球做抛体运动,在水平方向是匀速直线运动,竖直方向是上抛运动,运用运动叠加原理来求解.



习题 1-9 解图

解 据题意,建立坐标系 xOy,如图所示. $h_0 = 14.7$ m 时,有

$$\boldsymbol{v}_0 = (3.98\boldsymbol{i} + 9.8\boldsymbol{j})\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$v_{x0} = 3.98\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}, \qquad v_{y0} = 9.8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

(1) $$h_1 = \frac{v_{y0}^2}{2g} = \frac{9.8^2}{2 \times 9.8}\ \mathrm{m} = 4.9\ \mathrm{m}$$

球能上升的总高度

$$h = h_0 + h_1 = (14.7 + 4.9)\ \mathrm{m} = 19.6\ \mathrm{m}$$

(2) 由 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 得出球从抛出到最高处所需时间

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 19.6}{9.8}}\ \mathrm{s} = 2\ \mathrm{s}$$

球从抛出到落回到地面经历时间为 $2t$,球经过水平距离为

$$s = v_{x0} \times 2t = 3.98 \times 2 \times 2\ \mathrm{m} = 15.9\ \mathrm{m}$$

(3) 球落地时水平速度不变

$$v_x = v_{x0} = 3.98\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

竖直速度

$$v_y = -\sqrt{2gh} = -\sqrt{2 \times 9.8 \times 19.6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = -19.6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

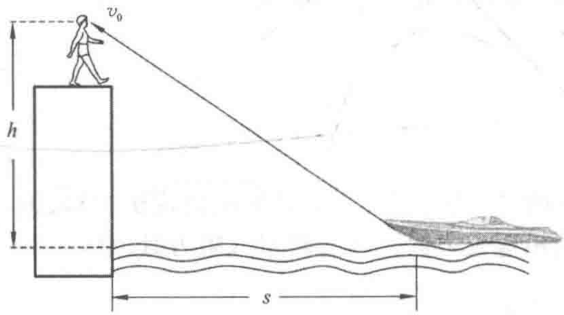
球落地时速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3.98^2 + (-19.6)^2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 20.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

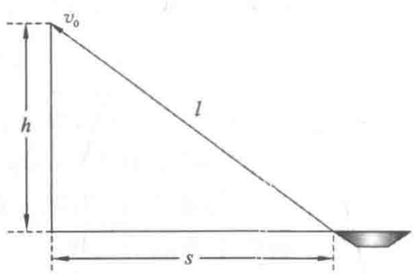
速度与 Ox 轴夹角

$$\theta = \arctan\frac{v_y}{v_x} = \arctan\frac{-19.6}{3.98} = -78.6^\circ$$

1-10 如图所示,在离水面高度为 h 的岸壁上,有人用绳子拉船靠岸,船位于离岸壁 s 距离处,当人以 v_0 的速度收绳时,试求船的速度和加速度的大小.



习题 1-10 图



习题 1-10 解图

分析　绳子长度的时间变化率即为收绳速率 v_0. 船在水面运动，它的位移发生在水面上，所以船距岸壁距离 s 的时间变化率是船的速率，也是系在船首绳端点的移动速率(绳上各点速度大小不能等同收绳速率，它们各点速度在绳的方向上分量大小相同，等于收绳速率). 所以从绳长 l 与船、岸之距离 s 的关系入手可解得收绳速率与船速率的关系.

解　设某一时刻船的位置如图所示，可列式

$$l^2 = h^2 + s^2$$

将上式两边分别对时间求导得

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = 2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

按题意，并注意到 l、s 随 t 减少，所以 $-\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$ 就是收绳的速率 v_0，$-\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ 就是船的速率 v，即

$$v = -\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -\frac{l}{s}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = \frac{l}{s}v_0 = \frac{\sqrt{h^2+s^2}}{s}v_0$$

可见，v 大于 v_0，将上式对时间 t 求导，求得船的加速度大小为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{s\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} - l\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}}{s^2}v_0 = \frac{-sv_0 + lv}{s^2}v_0$$

$$= \frac{-s + \frac{l^2}{s}}{s^2}v_0^2 = \frac{h^2}{s^3}v_0^2$$

1-11　一个质点由静止开始做直线运动，初始加速度为 a_0，以后加速度均匀增加，每经过 τ 秒加速度增加 a_0，求经过时间 t 秒后质点的速度和运动的距离.

分析　这是质点运动学的第二类问题，即已知运动加速度，求运动方程. 因此，解决问题的关键是首先根据题设条件确定加速度随时间变化的函数表达式，而后积分求解.

解　由题意可知，加速度和时间的关系为

$$a = a_0 + \frac{a_0}{\tau}t$$

而

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},\quad \mathrm{d}v = a\mathrm{d}t$$

两边积分得

$$\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t \left((a_0 + \frac{a_0}{\tau}t\right)\mathrm{d}t$$

$$v = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau}t^2$$

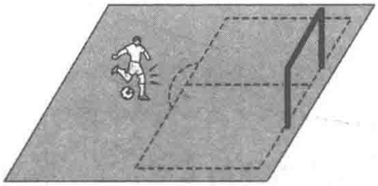
又

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad \mathrm{d}x = v\mathrm{d}t$$

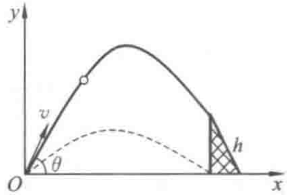
质点的运动距离为

$$x=\int_0^t v\mathrm{d}t=\frac{a_0}{2}t^2+\frac{a_0}{6\tau}t^3$$

1-12　如图所示，一位足球运动员在正对球门前 25.0 m 处以 20.0 m・s^{-1} 的初速率罚任意球. 已知球门高为 3.44 m，若要在垂直于球门的竖直平面内将足球直接踢进球门，问他应与地面成什么角度的范围内踢出足球？(足球可视为质点)



习题 1-12 图



习题 1-12 解图

分析　足球做抛体运动，若要在垂直于球门的竖直平面内将足球直接踢进球门，足球必须满足水平位移为 25.0 m 时，竖直方向的位移介于球门的高度范围内.

解　以罚球点为原点，沿平地为 x 轴，沿铅直方向为 y 轴，建立坐标系，如习题 1-12 解图所示. 足球在 x 方向和 y 方向的运动方程分别为

$$\begin{cases} x=v\cos\theta t \\ y=v\sin\theta t-\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

消去 t 得足球斜抛运动的轨道方程

$$y=x\tan\theta-\frac{gx^2}{2v^2\cos^2\theta}$$

$$y=x\tan\theta-\frac{gx^2}{2v^2}(\tan^2\theta+1) \tag{1}$$

要将足球直接踢进球门，需满足条件 $x=25$ m、$0\leqslant y\leqslant 3.44$ m，下面分两种情况来讨论：

(1) 将 $x=25$ m，$y\geqslant 0$ 代入方程(1) 并化简得

$$\tan^2\theta-3.27\tan\theta+1\leqslant 0$$

解得

$$18.89°\leqslant\theta\leqslant 71.11°$$

(2) 将 $x=25$ m，$y\leqslant 3.44$ m 代入方程(1) 并化简得

$$\tan^2\theta-3.27\tan\theta+1.44\geqslant 0$$

解得

$$\theta\geqslant 69.92° \text{ 或 } \theta\leqslant 27.92°$$

由上面两种情况讨论的结果可以得到射门的角度范围为

$$18.89°\leqslant\theta\leqslant 27.92° \text{ 或 } 69.92°\leqslant\theta\leqslant 71.11°$$

1-13　一个质点做半径为 $r=10$ m 的圆周运动，其角加速度 $\alpha=\pi$ rad・s^{-2}，若质点由静止开始运动，求质点在第一秒末：

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

(1) 角速度、法向加速度和切向加速度；

(2) 总加速度的大小和方向.

分析　因为角加速度是常量，可直接用匀角加速运动的公式求得角速度，并由角量和线量关系式分别解出法向加速度和切向加速度，合成后可得总加速度.

解　(1) 质点的角速度为

$$\omega = \alpha t = \pi \times 1\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} = 3.14\ \ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

质点的法向加速度和切向加速度分别为

$$a_n = r\omega^2 = 10\pi^2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 98.7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$a_t = r\alpha = 10\pi\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 31.4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

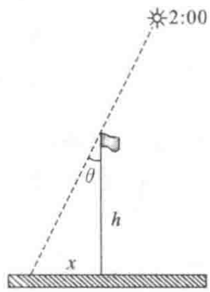
(2) 合成后的加速度为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 103.5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

加速度 a 与切线方向的夹角为

$$\theta = \arctan \frac{a_n}{a_t} = 72°21'$$

1-14　如图所示，在地面上垂直的竖立一高为 20.0 m 的旗杆，已知正午时分太阳在旗杆的正上方，求在下午 2：00 时，旗杆顶部在地面上的影子速度的大小？在何时刻旗杆的影子将伸展至 20.0 m 处？



习题 1-14 图

分析　以地面为参考系，近似认为太阳绕地球做匀速率圆周运动，旗杆在地面上的影子长度可由三角关系求得，其随时间的变化率就是影子速度的大小.

解　如图所示，旗杆在地面上的影子长度 x 随太阳在天空中的位置而变化，$x = h\tan\theta$，旗杆顶部在地面上的影子速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = h\frac{\mathrm{d}\tan\theta}{\mathrm{d}t} = h\sec^2\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

假设从正午时分太阳在旗杆的正上方到下午 6：00 时太阳落山的 6 个小时内，太阳在天空中转过了 $\frac{\pi}{2}$ 度，太阳在天空的转动的角速度为

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi/2}{6 \times 60 \times 60}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} = \frac{\pi}{43\,200}\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} \tag{2}$$

下午 2：00 时，太阳在天空中的角位置为

$$\theta = 2 \times 60 \times 60 \times \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 7200 \times \frac{\pi}{43\,200} = \frac{\pi}{6} \tag{3}$$

将(2)式和(3)式代入(1)式得

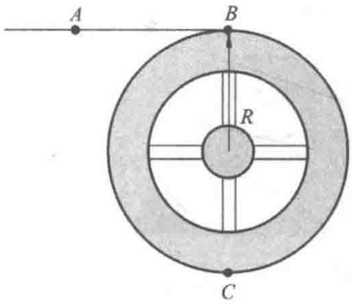
$$v = h\sec^2\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 20 \times \sec^2\frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{43\,200}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = \frac{\pi}{1620}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \approx 1.94 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

由 $x = h\tan\theta$ 可知，当旗杆的影子伸展至 $x = 20.0$ m 时

$$\tan\theta = \frac{h}{x} = \frac{20.0}{20.0} = 1$$

则 $$\theta = 45^\circ$$
因此时间恰为下午 3：00 整.

1-15 如图所示，一台卷扬机的鼓轮自静止开始做匀角加速转动，水平绞索上的 A 点经 3 s 后到达鼓轮边缘上的 B 点处. 已知 $AB = 0.45$ m，鼓轮半径 $R = 0.5$ m. 求 A 点到达最低点 C 时的速度与加速度.



习题 1-15 图

分析 初始阶段，A 点沿轮的切线方向做匀加速直线运动，到达 B 点后才做匀角加速转动，所以最初 A 点的加速度即是轮边缘的切向加速度，而 A 点运动到 C 点处时的加速度为该处切向加速度和法向加速度的矢量和.

解 A 点到达 B 点是匀加速直线运动.

$$s = \frac{1}{2}a_t t^2$$

$$a_t = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \times 0.45}{3^2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 0.10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

A 点到达 C 点经过路程 $$s' = s + \pi R$$

到达 C 点时的速度大小为

$$v = \sqrt{2a_t s'} = \sqrt{2a_t(s + \pi R)}$$
$$= \sqrt{2 \times 0.10 \times (0.45 + 3.14 \times 0.5)}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 0.636\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向为 C 点切线向左.

到达 C 点处的法向加速度大小为

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0.636^2}{0.50}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 0.808\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

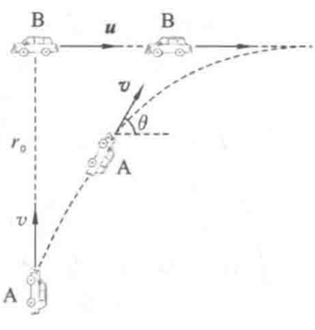
A 点到达 C 点时的加速度大小为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{0.808^2 + 0.10^2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 0.814\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

加速度与速度方向夹角为

$$\theta = \arctan\frac{a_n}{a_t} = \arctan\frac{0.808}{0.10} = 82^\circ 57'$$

1-16 有 A 和 B 两辆汽车，汽车 B 做匀速直线运动，速度为 $\boldsymbol{u}$，汽车 A 则以恒速率 v 追赶 B. 初始时刻 A 距 B 为 r_0，A 的速度 $\boldsymbol{v}$ 与 B 的速度 $\boldsymbol{u}$ 相互垂直. 以后汽车 A 时刻调整行驶方向以保持对准汽车 B 驶去，如图所示. 若 $v > u$，求在多少时间后 A 才能追上 B? 追上 B 时，A 已走过的路程有多长?



习题 1-16 图

分析 A 车的速度方向不断变化，但始终是对准 B 车，所以用 A 车相对 B 车的运动来处理问题较简

单. 当 A 车追上 B 车时，A 车相对 B 车走过路程为 r_0，A 车和 B 车相对于地面在 B 车的运动方向上走过了相同的距离. 本题的关键是分析出 A 车相对 B 车的速度和 A 车相对地面在 B 车运动方向上的速度.

解　在任一时刻沿 AB 连线方向，A 车相对 B 车的速度(如习题 1-16 图所示)为 $v-u\cos\theta$. 设 A 车追赶上 B 车用时 τ，A 车追上 B 车时相对 B 车行驶 r_0 距离，则有

$$\int_0^\tau (v-u\cos\theta)\mathrm{d}t = r_0$$

化简得

$$v\tau - u\int_0^\tau \cos\theta\mathrm{d}t = r_0 \tag{1}$$

τ 时间内 B 车相对地面行驶了距离 $u\tau$. 任一时刻 A 车相对地面在 B 车运动方向的速度分量为 $v\cos\theta$，A 车在 τ 时间里追上 B 车，所以 A 车在 B 车运动方向走了相同距离

$$\int_0^\tau v\cos\theta\mathrm{d}t = u\tau$$

化简得

$$\int_0^\tau \cos\theta\mathrm{d}t = \frac{u\tau}{v} \tag{2}$$

将(2) 式代入(1) 式得

$$v\tau - \frac{u^2}{v}\tau = r_0$$

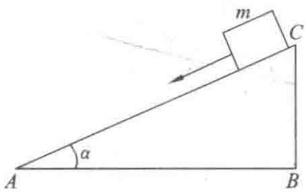
$$\tau = \frac{vr_0}{v^2-u^2}$$

追上汽车 B 时，汽车 A 已走过的路程为

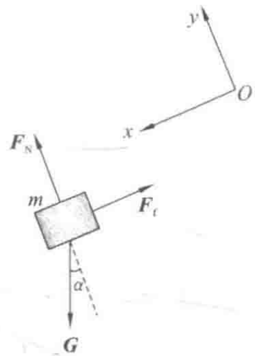
$$s = v\tau = \frac{v^2 r_0}{v^2-u^2}$$

第二章　牛顿定律

2-1　如图所示，一个倾角为 α 的斜面，底边 AB 长为 $l = 2.1\ \mathrm{m}$，质量为 m 的物体从斜面顶端由静止开始向下滑动，斜面的摩擦因数为 $\mu = 0.14$，试问：当 α 为何值时，物体在斜面上下滑的时间最短？其数值为多少？



习题 2-1 图



习题 2-1 解图

分析　物体在斜面上做初速度为零的匀加速直线运动. 由牛顿运动方程可解出物体的加速度，然后运用匀变速直线运动公式可求出物体的下滑时间，并对其求极值.

解　取质量为 m 的物体为研究对象，它受到重力 $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$、斜面对它的支承力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}}$ 和摩擦力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}$ 的作用，其方向如习题 2-1 解图所示. 取 x 轴方向沿斜面向下，y 轴方向垂直斜面向上，斜面顶端为坐标原点 O，按牛顿第二定律，分别列出 x 方向和 y 方向的牛顿运动方程

x 方向　$$mg\sin\alpha - F_{\mathrm{f}} = ma \tag{1}$$

y 方向　$$F_{\mathrm{N}} - mg\cos\alpha = 0 \tag{2}$$

$$F_{\mathrm{f}} = \mu F_{\mathrm{N}} \tag{3}$$

联立求解(1)、(2)和(3)式得物体的加速度为

$$a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$$

所以物体从斜面顶端匀变速向下滑动. 设从 C 点滑到 A 点所需时间为 t，则有

$$\mathrm{AC} = \frac{l}{\cos\alpha} = \frac{1}{2}at^2$$

$$t^2 = \frac{2l}{a\cos\alpha} = \frac{2l}{g\cos\alpha(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} \tag{4}$$

要使物体在斜面上下滑的时间 t 最短，可对上式求极值

$$\frac{\mathrm{d}t^2}{\mathrm{d}\alpha}=0$$

将(4) 式代入上式，求导并化简后得

$$\cos 2\alpha+\mu\sin 2\alpha=0$$

解得
$$\alpha=\frac{1}{2}\times 97.97°\approx 49°$$

即当 $\alpha=49°$ 时，物体在斜面上下滑的时间最短，将 $\alpha=49°$ 代入(4) 式得最短时间 $t_{\min}$ 为

$$t_{\min}^2=\frac{2\times 2.1}{9.8\times\cos 49°\times(\sin 49°-0.14\times\cos 49°)}\ \mathrm{s}^2=0.98\ \mathrm{s}^2$$

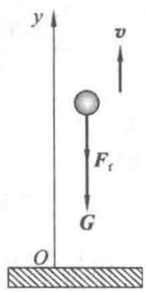
解得
$$t_{\min}=0.99\ \mathrm{s}$$

2-2　如图所示，质量为 45.0 kg 的物体，由地面以初速 60.0 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 竖直向上发射，物体受到空气的阻力为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}=-k\boldsymbol{v}$，且 $k=0.03\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$，试求：

(1) 物体发射到最大高度所需的时间；

(2) 最大高度为多少？

分析　因为物体受到空气的阻力与速度大小成正比，所以它的加速度是速率的函数，物体做变加速直线运动. 运用牛顿运动方程不难得到物体的加速度函数，进而积分求得物体的运动速度. 根据题意，物体达到最大高度时其速度为零，由此可以求得所需时间和最大高度.



习题 2-2 图

解　物体在空气中受到重力 $\boldsymbol{G}=m\boldsymbol{g}$ 和空气对它的阻力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}$ 作用，受力情况如习题 2-2 图所示. 取铅直向上为 y 轴方向，地面为坐标原点 O，列出牛顿运动方程

$$-mg-kv=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

得加速度
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-g-\frac{k}{m}v$$

当 $t=0$ 时，$v=60\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$；物体发射到最大高度时，$v=0$. 对上式进行分离变量并两边积分，有

$$\int_{60}^{0}\frac{\mathrm{d}v}{g+\frac{k}{m}v}=-\int_{0}^{t}\mathrm{d}t$$

得
$$t=-\frac{m}{k}\ln\left(g+\frac{k}{m}v\right)\Bigg|_{60}^{0}$$

将 $m=45.0\ \mathrm{kg}$，$k=0.03\ \mathrm{N\cdot m^{-1}\cdot s}$ 代入，得物体发射到最大高度所需的时间为

$$t=6.11\ \mathrm{s}$$

又因为 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$，代入加速度式，有

$$v\frac{dv}{dy}=-g-\frac{k}{m}v$$

$$\frac{vdv}{g+\frac{k}{m}v}=-dy$$

积分
$$\int_{60}^{0}\frac{vdv}{g+\frac{k}{m}v}=-\int_{0}^{y}dy$$

可得物体发射到的最大高度

$$y=183\ \mathrm{m}$$

2-3 一质量为 10 kg 的质点在力 F 的作用下沿 x 轴做直线运动，已知 $F=120t+40$，在 $t=0$ s 时，质点位于 $x_0=5$ m 处，其速度为 $v_0=6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点在任意时刻的速度和位置.

解 由牛顿第二定律 $F=ma$，$F=120t+40$，$m=10$ kg，有

$$a=12t+4$$

而 $a=\frac{dv}{dt}$，故 $dv=adt$. 将此式两边作定积分

$$\int_{v_0}^{v}dv=\int_{0}^{t}adt=\int_{0}^{t}(12t+4)dt$$

解得

$$v=6t^2+4t+6$$

由 $v=\frac{dx}{dt}$，有 $dx=vdt$. 将此式两边作定积分

$$\int_{x_0}^{x}dx=\int_{0}^{t}vdt=\int_{0}^{t}(6t^2+4t+6)dt$$

解得

$$x=2t^3+2t^2+6t+5$$

2-4 如图所示，一个质量 $m_1=20$ kg 的小车放在光滑的平面上，其上放有一个质量 $m_2=2.0$ kg 的木块，木块与小车之间的静摩擦因数 $\mu_0=0.30$，滑动摩擦因数 $\mu=0.25$，用 $F=2.0$ N 的力在水平方向上拉木块，问木块与小车之间的摩擦力 F_f 多大？能用 $F_f=\mu F_N$ 来求吗？

解 让我们分析一下 m_2 与 m_1 之间的摩擦是滑动摩擦还是静摩擦？如果 m_2 与 m_1 之间发生相对滑动的话，则滑动摩擦力 F_f 的大小为

$$F_f=\mu F_N=\mu m_2 g=0.25\times(2.0\ \mathrm{kg})\times(9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})=4.90\ \mathrm{N}>F$$

这是不可能的事. 因此说明 m_2 与 m_1 之间无相对滑动. 它们之间的摩擦是静摩擦. 那么，静摩擦力能否用 $F_{f0}=\mu_0 F_N$ 来计算呢？

如用此式计算，有

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com