

第二版

# 工程力学

GONGCHENG LIXUE

■ 顾成军 姜益军 廖东斌 主编



化学工业出版社



第二版

# 工程力学

GONGCHENG LIXUE

■ 顾成军 姜益军 廖东斌 主编



化学工业出版社

·北京·

本书分为工程静力学、工程运动学与工程动力学三篇,包括:绪论、力系的简化、力系的平衡、轴向拉伸与压缩、平面图形的几何性质、扭转、弯曲、剪切与挤压、应力状态分析与强度理论、组合变形、能量法、压杆稳定、实验应力分析基础、点的运动与刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动、质点动力学、动力学普遍定理、达朗贝尔原理、虚位移原理、动载荷与疲劳强度。每章末有小结和习题,习题有答案。

本书适用于土木交通类、能源动力类、机械类、工程管理类等工科各专业,可供不同层次本、专科院校选用,同时也可供其他专业及有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/顾成军,姜益军,廖东斌主编.—2版.—北京:化学工业出版社,2015.12

ISBN 978-7-122-26139-7

I. ①工… II. ①顾…②姜…③廖… III. ①工程力学 IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第320686号

---

责任编辑:李玉晖 杨 菁

文字编辑:云 雷

责任校对:宋 夏

装帧设计:张 辉

---

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印 装:三河市延风印装有限公司

787mm×1092mm 1/16 印张26 字数664千字 2016年7月北京第2版第1次印刷

---

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

---

定 价:55.00 元

版权所有 违者必究

# 前言

Preface

本书第一版于2011年12月出版,荣获2014年中国石油和化学工业优秀出版物奖,出版后经多所学校采用。第二版保持了第一版“结合工程实际,强化基本概念、基本知识、基本技能”的特色,充分听取了工程力学教师和读者的意见。本书是江苏高校优势学科(二期)/品牌专业建设工程资助项目。

第二版主要修订了以下内容:

(1) 充实了“组合变形”、“能量法”、“摩擦”等章节内容,加强力学与工程的结合;

(2) 大部分章节增加了思考题,激发学生学习兴趣,拓展学生学习空间;

(3) 完善了例题和习题;

(4) 对第一版的不妥处作了修正。

参加本书修订工作的有:东南大学顾成军、姜益军、廖东斌、洪俊;东南大学成贤学院迟英姿、钱声源、陈亮。东南大学工程力学系的老师们对本书的修订提出了许多宝贵意见,借此机会,深表谢意。

本书虽经修订,但由于水平有限,书中难免有不足之处,望广大教师和读者批评指正,以利今后再次修订。

编 者

2015年10月

# 第一版前言

Preface

工程力学作为工科院校中一门重要课程，其教育重点是素质教育、工程概念教育和创新教育。本教材按照教学改革和课程体系要求围绕工程力学教育重点编写，从培养应用型人才这一总目标出发，结合工程实际，强化基本概念、基本知识、基本技能。将工程力学理论课程和基础实验课程进行了融合与贯通，适当引进新内容，教材结构紧凑，力求文字简明、内容精炼、说理透彻、突出重点、兼顾一般。与大学物理重合的三大定理在编排上例题偏向于刚体系统而非质点，避免了重合。在内容选取时，原理的论证、公式的推导酌情从略。力求体现启发式教学特点，激发学生兴趣并促进基本知识和技能的学习。引入工程图片，深化工程概念教育，强调力学在工程实际中的应用，力求培养学生综合素质。通过对工程实例的分析，培养学生建立力学模型与解决实际问题的能力，体现编者长期从事工程力学教学与实践的经验。通过合理安排教材内容，同时兼顾优秀、一般和基础较差的学生的需求，易于自学。

本教材编写在充分调研相关高校工程力学教材使用基础上进行，在体系编排上，吸收同类优秀教材中的精华，又有所创新。编写实验应力分析基础一章，介绍传统的电测技术及现代光测技术，强调实验技术在工程力学学科中的地位及其重要性。

本教材编写满足学科发展和人才培养需求，力求体现当前教育改革的经验，适应教学改革需要。全书分工程静力学、工程运动学与工程动力学三篇。可适用于土木交通类、能源动力类、机械类、工程管理类等工科各专业。编写采用模块结构，便于使用者选择，以适应不同类型不同学时的教学要求，可供不同层次本、专科院校选用。

本书由顾成军、姜益军、廖东斌主编。参加编写的有：杨福俊、费庆国、董萼良、糜长稳、洪俊、付广龙。东南大学工程力学系的老师们对本书的编写提出了许多宝贵意见，借此机会，深表谢意。

由于编者水平有限，书中难免有不足之处，望广大教师和读者批评指正。

编 者

2011年8月

# 目 录

|                        |          |
|------------------------|----------|
| <b>第一章 绪论 .....</b>    | <b>1</b> |
| 第一节 工程力学的研究内容和任务 ..... | 1        |
| 第二节 工程力学的研究方法 .....    | 2        |
| 第三节 可变形固体及其基本假设 .....  | 2        |

## 第一篇

## 工程静力学

4

|                            |           |
|----------------------------|-----------|
| <b>第二章 力系的简化 .....</b>     | <b>4</b>  |
| 第一节 静力学基本概念 .....          | 4         |
| 第二节 静力学基本公理 .....          | 5         |
| 第三节 力系的简化 .....            | 7         |
| 第四节 约束与约束力 .....           | 17        |
| 第五节 物体的受力分析 .....          | 21        |
| 本章小结 .....                 | 22        |
| 习题 .....                   | 23        |
| <b>第三章 力系的平衡 .....</b>     | <b>27</b> |
| 第一节 平面力系的平衡 .....          | 27        |
| 第二节 物体系统的平衡 .....          | 32        |
| 第三节 平面桁架的内力分析 .....        | 36        |
| 第四节 空间力系的平衡 .....          | 38        |
| 第五节 具有摩擦的平衡问题 .....        | 47        |
| 本章小结 .....                 | 54        |
| 习题 .....                   | 54        |
| <b>第四章 轴向拉伸与压缩 .....</b>   | <b>62</b> |
| 第一节 内力、截面法、应力、应变 .....     | 62        |
| 第二节 杆件的几何特征及变形的形式 .....    | 64        |
| 第三节 拉（压）杆横截面上的内力及内力图 ..... | 66        |
| 第四节 拉（压）杆横截面及斜截面上的应力 ..... | 67        |
| 第五节 材料在拉伸或压缩时的力学性能 .....   | 70        |
| 第六节 拉（压）杆的强度设计 .....       | 76        |
| 第七节 拉（压）杆的变形 .....         | 79        |
| 第八节 拉（压）杆超静定问题 .....       | 83        |
| 第九节 应力集中的概念 .....          | 88        |

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| 本章小结 .....                    | 89         |
| 习题 .....                      | 90         |
| <b>第五章 平面图形的几何性质 .....</b>    | <b>97</b>  |
| 第一节 静矩与形心 .....               | 97         |
| 第二节 惯性矩、极惯性矩与惯性积 .....        | 99         |
| 第三节 平行移轴公式 .....              | 101        |
| 第四节 转轴公式、主惯性轴与主惯性矩 .....      | 104        |
| 第五节 惯性矩的近似计算方法 .....          | 105        |
| 本章小结 .....                    | 106        |
| 习题 .....                      | 107        |
| <b>第六章 扭转 .....</b>           | <b>110</b> |
| 第一节 概述 .....                  | 110        |
| 第二节 横截面上的内力及内力图 .....         | 110        |
| 第三节 圆轴扭转时横截面上的应力及强度设计 .....   | 112        |
| 第四节 圆轴扭转时的变形及刚度设计 .....       | 118        |
| 第五节 圆轴的扭转超静定问题 .....          | 122        |
| 第六节 矩形截面杆扭转简介 .....           | 123        |
| 本章小结 .....                    | 125        |
| 习题 .....                      | 126        |
| <b>第七章 弯曲 .....</b>           | <b>131</b> |
| 第一节 概述 .....                  | 131        |
| 第二节 横截面上的内力及内力图 .....         | 132        |
| 第三节 弯矩、剪力与分布荷载集度之间的微分关系 ..... | 144        |
| 第四节 纯弯曲时梁横截面上的正应力 .....       | 146        |
| 第五节 梁的弯曲正应力强度设计 .....         | 151        |
| 第六节 梁的弯曲切应力及强度设计 .....        | 155        |
| 第七节 梁的弯曲变形及刚度设计 .....         | 161        |
| 第八节 梁的弯曲超静定问题 .....           | 172        |
| 第九节 提高梁承载能力的措施 .....          | 174        |
| 本章小结 .....                    | 176        |
| 习题 .....                      | 178        |
| <b>第八章 剪切与挤压 .....</b>        | <b>189</b> |
| 第一节 概述 .....                  | 189        |
| 第二节 剪切与挤压的实用计算 .....          | 190        |
| 本章小结 .....                    | 196        |
| 习题 .....                      | 197        |
| <b>第九章 应力状态分析和强度理论 .....</b>  | <b>199</b> |
| 第一节 平面应力状态分析 .....            | 199        |
| 第二节 空间应力状态分析 .....            | 204        |
| 第三节 广义胡克定律 .....              | 205        |
| 第四节 空间应力状态下的应变能密度 .....       | 208        |
| 第五节 强度理论 .....                | 209        |

|                            |            |
|----------------------------|------------|
| 本章小结 .....                 | 213        |
| 习题 .....                   | 214        |
| <b>第十章 组合变形 .....</b>      | <b>219</b> |
| 第一节 斜弯曲 .....              | 219        |
| 第二节 拉伸(压缩)与弯曲 .....        | 221        |
| 第三节 扭转与弯曲 .....            | 224        |
| 本章小结 .....                 | 228        |
| 习题 .....                   | 229        |
| <b>第十一章 能量法 .....</b>      | <b>232</b> |
| 第一节 杆件应变能 .....            | 232        |
| 第二节 卡氏定理 .....             | 233        |
| 第三节 莫尔积分 .....             | 236        |
| 第四节 计算莫尔积分的图形互乘法 .....     | 238        |
| 本章小结 .....                 | 240        |
| 习题 .....                   | 241        |
| <b>第十二章 压杆稳定 .....</b>     | <b>244</b> |
| 第一节 概述 .....               | 244        |
| 第二节 细长压杆临界力的计算及欧拉公式 .....  | 244        |
| 第三节 欧拉公式的适用范围及临界应力总图 ..... | 246        |
| 第四节 压杆的稳定计算及提高稳定性的措施 ..... | 247        |
| 本章小结 .....                 | 249        |
| 习题 .....                   | 249        |
| <b>第十三章 实验应力分析基础 .....</b> | <b>252</b> |
| 第一节 电阻应变片 .....            | 252        |
| 第二节 测量电路 .....             | 255        |
| 第三节 光测弹性力学基本原理 .....       | 257        |
| 第四节 现代光测力学技术简介 .....       | 263        |
| 本章小结 .....                 | 269        |

## 第二篇

## 工程运动学

271

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| <b>第十四章 点的运动与刚体的基本运动 .....</b> | <b>271</b> |
| 第一节 点的运动的矢量法 .....             | 271        |
| 第二节 点的运动的直角坐标法 .....           | 272        |
| 第三节 点的运动的自然法 .....             | 276        |
| 第四节 刚体的平移 .....                | 281        |
| 第五节 刚体的定轴转动 .....              | 282        |
| 第六节 定轴轮系的传动比 .....             | 287        |
| 本章小结 .....                     | 289        |
| 习题 .....                       | 290        |
| <b>第十五章 点的合成运动 .....</b>       | <b>296</b> |
| 第一节 点的合成运动的概念 .....            | 296        |

|      |                         |     |
|------|-------------------------|-----|
| 第二节  | 点的速度合成定理 .....          | 298 |
| 第三节  | 牵连运动为平移时点的加速度合成定理 ..... | 300 |
| 第四节  | 牵连运动为转动时点的加速度合成定理 ..... | 303 |
| 本章小结 | .....                   | 305 |
| 习题   | .....                   | 305 |

## **第十六章 刚体的平面运动 ..... 310**

|      |                    |     |
|------|--------------------|-----|
| 第一节  | 刚体的平面运动及其简化 .....  | 310 |
| 第二节  | 平面运动的分解及运动方程 ..... | 310 |
| 第三节  | 平面图形内各点的速度 .....   | 312 |
| 第四节  | 平面图形内各点的加速度 .....  | 316 |
| 本章小结 | .....              | 318 |
| 习题   | .....              | 318 |

## **第三篇 工程动力学**

**323**

## **第十七章 质点动力学 ..... 323**

|      |                   |     |
|------|-------------------|-----|
| 第一节  | 动力学基本定律 .....     | 323 |
| 第二节  | 质点运动微分方程 .....    | 324 |
| 第三节  | 质点在非惯性系中的运动 ..... | 328 |
| 本章小结 | .....             | 330 |
| 习题   | .....             | 331 |

## **第十八章 动力学普遍定理 ..... 334**

|      |             |     |
|------|-------------|-----|
| 第一节  | 概述 .....    | 334 |
| 第二节  | 动量定理 .....  | 334 |
| 第三节  | 动量矩定理 ..... | 341 |
| 第四节  | 动能定理 .....  | 346 |
| 本章小结 | .....       | 353 |
| 习题   | .....       | 353 |

## **第十九章 达朗贝尔原理 ..... 364**

|      |                  |     |
|------|------------------|-----|
| 第一节  | 质点的达朗贝尔原理 .....  | 364 |
| 第二节  | 质点系的达朗贝尔原理 ..... | 365 |
| 第三节  | 刚体惯性力系的简化 .....  | 365 |
| 本章小结 | .....            | 368 |
| 习题   | .....            | 369 |

## **第二十章 虚位移原理 ..... 371**

|      |             |     |
|------|-------------|-----|
| 第一节  | 基本概念 .....  | 371 |
| 第二节  | 虚位移原理 ..... | 373 |
| 本章小结 | .....       | 376 |
| 习题   | .....       | 377 |

## **第二十一章 动载荷与疲劳强度 ..... 380**

|     |                     |     |
|-----|---------------------|-----|
| 第一节 | 匀加速直线运动构件的动应力 ..... | 380 |
| 第二节 | 旋转构件的动应力 .....      | 382 |

第三节 冲击变形与应力 ..... 384  
 第四节 疲劳强度概述 ..... 387  
 本章小结 ..... 390  
 习题 ..... 391

附录

394

附录一 常用截面的几何性质计算公式 ..... 394  
 附录二 简单荷载作用下梁的挠度和转角 ..... 395  
 附录三 型钢规格表 ..... 398

参考文献

405

# 第一章 绪论

## 第一节 工程力学的研究内容和任务

工程力学是研究物体机械运动普遍规律及其在荷载作用下变形等方面基本规律的学科。工程力学不仅与力学相关,而且与工程实际紧密联系,是解决工程技术问题的基础。

工程结构或机械中的每一个基本组成部分,统称为**构件**。构件在工作时都要受到各种外力的作用,例如,建筑物的梁、桥梁的索及吊杆(图 1-1)受其自身重力及其上外力的作用。由于力的作用,构件处于平衡或运动状态,同时产生变形。



图 1-1

组成工程结构的构件,其主要作用是承受荷载和传递荷载,与此同时也产生内力和变形。随着荷载的增加,构件的变形程度与内力也逐步增大,最后将使构件发生不符合使用要求的变形或破坏。显然,要保证工程结构能正常地工作,必须先确保它们的每一个构件能正常地工作。因此在设计每一个结构时,必须保证构件在受到荷载的作用(或其他外界因素的影响)时,能够同时满足以下三个方面的要求。

(1) **强度要求** 构件在荷载的作用下不会发生不能恢复的变形(失效)或断裂,即构件必须具有足够的强度。

(2) **刚度要求** 构件在荷载的作用下,即使有足够的强度,但若变形过大,仍不能正常工作。所以,变形必须限制在正常工作所容许的范围以内,即构件必须具有足够的刚度。

(3) **稳定性要求** 有一些构件在荷载作用下,会改变原有的平衡形式。例如,房屋中受压柱如果是细长的,随着压力的增加,就有可能会从直线的平衡形式突然变弯而丧失工作能力。这种细长受压杆件变弯的现象,被看作是它在其原有直线形状下的平衡丧失了稳定性,亦称作失稳。构件失稳的后果是严重的,例如上述的柱如果失稳,就可能使房屋倒塌。因此,对于类似于细长压杆的这类构件,还要求它具有足够的稳定性。

设计构件时,不仅要满足上述强度、刚度和稳定性要求,还必须满足**经济要求**。安全与经济之间是存在着矛盾的,工程力学的任务就在于合理地解决这种矛盾,设计出既安全又经济的构件。同时也可以说,正是这种矛盾的不断出现和解决,又促使着工程力学学科不断地向前发展。

为了保证既安全又经济地设计每一构件,除了依靠合理的理论、方法和先进的计算技术以外,还需要有工程力学实验技术。通过实验,可以测定各种材料的力学性能(主要是指在外力作用下材料变形与受力之间的关系),并解决现有理论和方法还不足以解决的某些形式复杂构件的设计问题。所以,实验分析和理论研究同是工程力学学科解决问题的方法,具有同等的重要性。

## 第二节 工程力学的研究方法

任何一门学科由于研究对象的不同而有不同的研究方法。通过实践去发现真理,又通过实践而证实和发展真理,这是任何科学技术发展的正确途径。力学的发展历史表明,与其他学科一样,工程力学的研究方法也遵循辩证唯物主义认识过程的客观规律。概括地说,工程力学的研究方法是从观察、实践和科学实验出发,经过分析、综合和归纳,总结出工程力学的最基本的概念和规律。在这个过程中,抽象化和数学演绎这两种方法起着重要的作用。

客观事物总是复杂多样的,得到大量来自实践的材料后,必须根据所研究问题的性质,抓住主要的、起决定作用的因素,撇开次要的、偶然的因素,深入事物的本质,了解其内部联系,这就是力学中普遍采用的抽象化方法。通过抽象化处理,得到研究对象的力学模型。例如,在某些问题中撇开摩擦的作用就得到理想约束的概念,撇开流体的黏性就得到理想流体的概念,等等。

通过抽象化,将长期实践和实验所积累的感性材料加以分析、综合、归纳,得到一些基本的概念和定律或原理后,再在此基础上建立起系统的理论。在这个过程中,数学演绎是广泛应用的方法。即以基本概念和定律或原理为基础经过严密的数学演绎,得到一些定理和公式,构成系统的理论。但是,应当注意,数学演绎是在经过实践证明其为正确的理论基础上进行的,并且,由此导出的定理或公式,还必须回到实践中去检验,证明其为正确时才能成立。力学的许多定理都是以牛顿定律为基础,经过严密的数学推导得到的。这些定理揭示了力学中的一些物理量之间的内在联系,并经实践证明是正确的。但是,这些定理只是相对真理,只在一定的范围内才成立。所以,对数学演绎既要重视,又不能错误地把数学演绎绝对化,不能把力学理论当作只是数学演绎的结果而忽视实践的作用。

从实践到理论,再由理论回到实践,通过实践进一步补充和发展理论,再回到实践,如此不断地循环往复,每一循环都比原来的提高一步,这是每门学科发展的共同道路,工程力学也是沿着这条道路向前发展的。

## 第三节 可变形固体及其基本假设

构件在荷载作用下将产生变形,其形状和几何参数都会发生变化。当荷载不超过一定范围时,绝大多数的材料在去除外力后能恢复原有形状和尺寸。但当外力过大时,则在外力去除后只能部分地复原而残留下一部分变形不能消失。在外力去除后能完全消失的那一部分变形,称为**弹性变形**,不能消失而残留下来的那一部分变形,则称为**塑性变形**。工程中构件的变形往往是极微小的,有些情况下可忽略这种微小变形,将构件抽象为不变形的**刚体**。

但是,有些情况下构件的变形将上升为主要因素。例如,研究构件的强度、刚度及稳定性问题时,必须考虑构件的变形。此时,称其为**可变形固体**或**变形固体**。固体有多方面的属

性,为了使研究的问题得到简化,必须抓住与研究问题有关的主要属性,略去一些次要属性,将它们抽象为一种理想模型,然后进行理论分析。为此,对可变形固体的性质作出如下基本假设。

(1) **连续性假设** 认为组成可变形固体的物质毫无空隙地充满了它的整个几何容积。这样,当把某些力学量看作是固体内点的坐标的函数时,对这些量就可以进行坐标增量为无限小的极限分析,从而有利于建立相应的数学模型。

(2) **均匀性假设** 认为在可变形固体内各部分有相同的力学性能。这样,如从固体中取出一部分,不论从何处取出,也不论大小,力学性能总是相同的。请读者注意,这种可以代表材料力学性能的取出部分的尺寸大小,随材料的组织结构不同而变化。

(3) **各向同性假设** 认为可变形固体在各个方向具有相同的力学性能。具有这种属性的材料称为各向同性材料。

(4) **小变形假设** 认为构件在外力作用下所产生的变形与构件本身的几何尺寸相比是很小的。这样做不但引起的误差很微小,而且使实际计算大为简化。

就工程上使用最多的金属材料来说,每一晶粒的力学性质具有方向性,且晶粒之间是不连续的。但因构件中包含的晶粒数量极多,晶粒的尺寸及晶粒间的间隙与构件尺寸相比均极微小,并且晶粒的排列方位又无规则,所以按统计学的观点,即从宏观上看,可以认为物体的性质是均匀、连续和各向同性的。实践证明,在工程计算所要求的精确度范围内,将实际材料抽象为均匀、连续和各向同性的,可以得到较为满意的结果。

沿不同方向力学性能不同的材料,称为各向异性材料,如木材、胶合板、纤维增强复合材料及一些人工合成材料等。

综上所述,工程力学主要研究均匀、连续和各向同性的可变形固体,并且只限于在弹性变形范围内和小变形条件下进行分析。

# 第一篇 工程静力学

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学，主要研究力系的简化方法和力系的平衡条件，为构件的强度、刚度和稳定性计算提供基础，并为研究动力学问题创造条件。

## 第二章 力系的简化

### 第一节 静力学基本概念

#### 一、力的概念

力的概念是人们从长期的观察和实践中经过抽象而得到的，可概括为：力是物体与物体之间的相互机械作用，这种机械作用对物体有两种效应：一是使物体的运动状态发生变化，称为力的**运动效应**或**外效应**；二是使物体的形状或尺寸发生变化，称为力的**变形效应**或**内效应**。

实践表明，力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点，这三者称为力的三要素。力的大小反映物体相互间机械作用的强弱程度。力的方向表示物体间的相互机械作用具有方向性，它包括力的作用线的方位和力沿其作用线的指向。力的作用点是物体间相互机械作用位置。在国际单位制中，集中力的单位以“牛顿”或“千牛”度量，分别以符号“N”或“kN”表示。

力的作用点是物体间相互机械作用位置的抽象化。实际上物体相互作用的位置是物体的某一区域，按照力的作用区域一般将力分为集中力和分布力，如果作用区域相对于问题的研究影响程度很小以致力的作用区域可以不计，则可将它抽象为一个点，作用于这个点上的力称为集中力。如果力的作用区域不能忽略，则称为分布力。

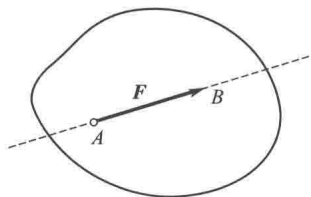


图 2-1

根据力的三要素可见，力是矢量，可用一沿力的作用线的有向线段表示，即用矢量表示，这种强调作用点位置的矢量称为定位矢量。此矢量的起点或终点表示力的作用点，长度按一定比例尺表示力的大小，指向表示力的作用方向，如图 2-1 表示了物体在 A 点受到力  $F$  的作用。本书中用黑体字母表示力矢量，如  $\mathbf{F}$  表示力矢量。

## 二、平衡的概念

平衡是指物体相对于惯性参考系保持静止或做匀速直线平动的状态。在一般的工程问题中,平衡通常是相对于地表而言的。平衡是物体机械运动的特殊情况,一切平衡都是相对、有条件 and 暂时的,而运动是绝对的和永恒的。

## 三、力系的概念

同时作用于物体上的一组力,称为力系。根据力系中各力作用线的分布情况分为平面力系和空间力系。各力作用线位于同一平面内,称为平面力系,否则称为空间力系。根据力系中各力作用线的关系分为汇交力系、平行力系和任意力系。作用线汇交于同一点,称为汇交力系,作用线相互平行,称为平行力系,其他称为任意力系。

如果作用在物体上的力系能使物体处于平衡状态,这种力系称为平衡力系。

## 四、力偶的概念

如果构成力系的两个力等值、反向、不共线,则将这一对平行力构成的力系称为力偶,如图 2-2 所示,记作  $(F, F')$ 。力偶中两力作用线所决定的平面称为力偶作用面。实践表明,作用在自由刚体上的力偶,使刚体绕垂直于力偶作用面的轴产生转动,称为力偶的转动效应。力偶的转动效应取决于下列三个要素:①力偶矩的大小,即构成力偶两力的其中一个力与力偶的两力之间的垂直距离(力偶臂)的乘积;②力偶作用平面在空间的方位;③力偶在其作用平面内的转向,这三个要素称为力偶三要素。

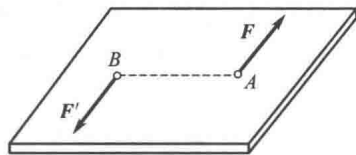


图 2-2

## 五、力系的简化

同一物体上作用效应相同的两个力系称为等效力系,用一个更简单的力系等效代替原力系的过程称为力系的简化。特别地,如果用一个力就可以等效地代替原力系,则称该力为原力系的合力,而原力系中各力称为该力的分力。

## 第二节 静力学基本公理

公理是人们在长期的生活和生产实践中,经过反复的观察和实验总结出来的客观规律。静力学基本公理是关于力的基本性质的概括和总结,是研究力系的简化和平衡的基础。

### 公理 1 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力  $F_1$  和  $F_2$  可以合成为一作用线过该点的合力  $F_R$ , 合力  $F_R$  的大小和方向由以力  $F_1$  和  $F_2$  为邻边所构成的平行四边形的对角线确定,这称为力的平行四边形法则。如图 2-3(a) 所示。记为

$$F_R = F_1 + F_2$$

即合力  $F_R$  等于两分力  $F_1$  和  $F_2$  的矢量和。为了简便,作图时亦可采用力三角形求得合力  $F_R$ , 如图 2-3(b)。

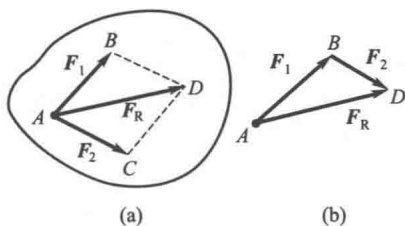


图 2-3

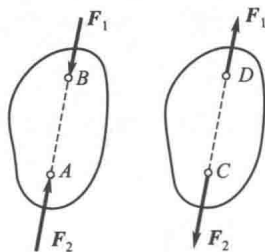


图 2-4

力的平行四边形法则既是力系合成的法则，同时也是力分解的法则。这一公理是复杂力系简化的基础。

### 公理 2 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力使刚体保持平衡的充分和必要条件是：这两个力大小相等、方向相反、作用线沿同一直线，如图 2-4。

这个公理指出作用在刚体上的力平衡时必须满足的条件，二力平衡公理是推证力系平衡条件的基础。

### 公理 3 加减平衡力系公理

在刚体上增加或减去一个平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效应，这称为加减平衡力系公理。

这个公理的正确性是显而易见的，因平衡力系中各力对刚体作用的总效应等于零。加减平衡力系公理是研究力系等效变换的重要依据。

根据以上公理可推出以下推论。

#### 推论 1 力的可传性

作用于刚体上的力，可以沿其作用线滑移至该刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用效应。

证明：设力  $F$  作用于刚体的  $A$  点，如图 2-5(a)。在力  $F$  的作用线上任取  $B$  点，并且在  $B$  点加一对沿  $AB$  的平衡力系  $F_1$  和  $F_2$ ，且使  $F_1 = -F_2 = F$ ，如图 2-5(b)。由加减平衡力系公理知， $F$ 、 $F_1$  和  $F_2$  三力组成的力系与原力  $F$  等效。再从该力系中减去由  $F$  和  $F_2$  组成的平衡力系，则剩下的力  $F_1$  与原力  $F$  等效，如图 2-5(c)。即把原来作用在  $A$  点的力  $F$  沿作用线移到了任取的  $B$  点。由此可见，作用于刚体上的力是滑动矢量。

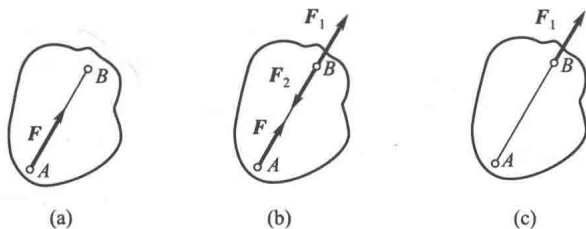


图 2-5

#### 推论 2 三力平衡汇交定理

设刚体在不平行的三个力作用下平衡，若其中两个力的作用线交于一点，则第三个力的作用线必定过这一汇交点，且三力的作用线共面。

证明：设有相互平衡的三个力  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$  分别作用于刚体的  $A_1$ 、 $A_2$  和  $A_3$  三点

(图 2-6), 已知力  $F_1$  和  $F_2$  的作用线交于  $B$ 。由力的可传性, 可将力  $F_1$  和  $F_2$  移至交点  $B$ , 并用公理 1 求得合力  $F$ 。根据平衡条件, 则合力  $F$  应与力  $F_3$  平衡, 由公理 2 可知, 力  $F_3$  与合力  $F$  作用于同一直线, 即  $F_3$  的作用线亦在力  $F_1$  和  $F_2$  所构成的平行四边形平面内, 且通过交点  $B$ 。

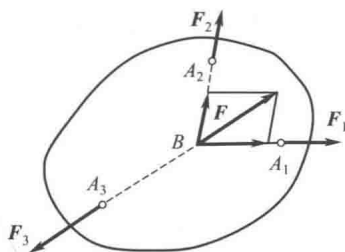


图 2-6

三力平衡汇交定理只说明了不平行三力平衡的必要条件, 而不是充分条件。它常用来确定刚体在不平行三力作用下平衡时, 其中某一未知力的作用线方位。

**思考:** 如果刚体在三个力的作用下处于平衡, 那么这三个力的作用线是否一定共面?

#### 公理 4 作用与反作用定律

两物体间的相互作用力, 总是大小相等, 指向相反, 沿同一直线分别作用于这两个物体上。这称为作用与反作用定律。或叙述为: 对应每个作用力, 必有一个与其大小相等、方向相反且在同一直线上的反作用力。

这个定律概括了任何两个物体间相互作用的关系, 表明一切力总是成对出现的。它是分析物体受力时必须遵循的原则, 为研究由一个物体过渡到多个物体组成的物体系统问题提供了基础。

#### 公理 5 刚化公理

变形体在某一力系作用下处于平衡, 如将此变形体刚化为刚体, 其平衡状态不变, 这称为刚化公理。

这个公理指出, 刚体的平衡条件, 也同样是变形体平衡的必要条件, 但非充分条件。对于变形体的平衡来说, 除了满足刚体平衡条件之外, 还应满足与变形体的物理性质相关的附加条件。

**思考:** 物体在某个平衡力系作用下处于平衡状态, 如果在该物体上再增加一个平衡力系, 则该物体是否仍处于平衡状态?

## 第三节 力系的简化

### 一、力的投影

#### 1. 力在轴上的投影

力  $F$  在  $x$  轴上的投影可进行如下定义, 力  $F$  的始点  $A$  和终点  $B$  分别向  $x$  轴作垂线, 两垂足间线段冠以适当的正负号, 称为力  $F$  在  $x$  轴上的投影, 用  $F_x$  表示。如图 2-7, 符号可由两垂足位置来确定, 当终点垂足坐标大于起点垂足坐标时  $F_x$  为正, 反之为负。若力  $F$  和  $x$  轴正向之间的夹角为  $\alpha$ , 则有

$$F_x = F \cos \alpha \quad (2-1)$$

即力在  $x$  轴上的投影等于力的大小乘以该力与  $x$  轴正向夹角的余弦。显然, 力在轴上的投影是一个代数量。在实际运算时, 也可取力与轴之间的锐角计算投影的大小, 而正负号按规定通过观察直接判断。

#### 2. 力在平面上的投影

力  $F$  在  $Oxy$  平面内投影定义如下, 从力  $F$  的终点和始点分别向  $Oxy$  平面作垂线, 由起点垂足指向终点垂足的矢量称为力  $F$  在  $Oxy$  平面上的投影, 记作  $F_{xy}$ , 如图 2-8 所示。若