

教与学 · 教与学 · 教与学 · 教与学 · 教与学

平面几何

第二册



天津科学技术出版社

教 与 学

平 面 几 何

第 二 册

丛书顾问 崔孟明

编 者 李坚毅 韩本如

天津科学技术出版社

教 与 学
平 面 几 何
第 二 册

丛书顾问 崔孟明

编 者 李坚毅 韩本如

*

天津科学技术出版社出版

天津市赤峰道130号

河北遵化人民印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本787×1092毫米 1/32 印张4.75 字数98 000

1988年5月第1版

1988年5月第1次印刷

印数：1—80 900

ISBN 7-5308-0359-X/G·89 定价：0.97元

前 言

教学过程是师生双边活动统一的过程。但应强调指出：教学活动的中心是学生，教和学都是为使學生尽多尽快地增长知识和才干；教学活动的主体也是学生，不论多么高明的教师用怎样巧妙的方法去教，学生都必须经过自己的实践和思维，才能最后牢固地掌握知识和增长能力。因此，教师的主导作用，首先是激发学生学习的积极性、主动性，同时要及时地满足学生对知识的需要，恰当地帮助学生克服学习中的困难。在整个教学活动中教师都要注意，不要伤害学生的主动性和积极性，不要破坏学生思维的连续和完整。要做到这一点，教师就必须充分了解学生的学习过程和心理活动。因此，当今国内外，都把对学习方法的研究作为教法研究的一项重要内容，以使教学活动更好地适应学生需要，进一步提高教学效率。

《教与学》丛书就是基于上述思想和多年实践经验编写而成的，旨在从教和学两方面启发学生主动探求，积极思维，尽多尽快地增长知识和自主学习的能力。

本丛书包括数学、物理、化学、生物、语文和英语六个学科，每科与课本对应分册，每册均按章或单元设有若干栏目。因这些栏目是根据学科内容需要设置的，因此，有共同的，也有专设的。

“知识结构”是用图表或简短文字说明相关范围内各项

知识间的推演、包含等内在联系，从中可找到学习的途径、知识的重点和把握知识的关键。它既是学习入门的向导，也是掌握知识的纲领。

“知识反馈”是一组检查课堂学习效果的练习题。它的编写，既考虑了覆盖面，也考虑了重点、难点和能力、方法的训练。因此，通过这套练习题，不仅能了解课堂效果，而且能使所学知识得到及时的巩固和进一步的理解，并可提高对知识的运用能力。

“课堂以外”是一在较大知识范围设立的比较活跃的栏目，可满足多方面的需要。其内容既与教材紧密衔接，又属课堂以外，有动脑的也有动手的。希望通过它能启迪智力、训练能力、开阔视野、疏通思路。

“教材提示”和“学法指导”，一方面是给学生以具体的知识，一方面是通过具体的学习过程教给学生一些富有成效的学习方法。

本书丛由景山学校校长，特级教师崔孟明同志任学术指导，由李勃梁、高柏林、宋志唐、邢永庆等同志分任各科主编，由京津部分有多年教学经验的教师编写。

本书的编写，虽几经讨论修改，但由于是经验性材料，难免有不足之处，欢迎读者批评指正。

目 录

第六章 相似形	(1)
第一单元 比例线段	(1)
知识结构	(1)
教材提示	(3)
知识反馈	(6)
学法指导	(10)
课堂以外	(16)
第二单元 相似三角形	(21)
知识结构	(21)
教材提示	(22)
知识反馈	(32)
学法指导	(39)
课堂以外	(43)
第七章 圆	(47)
第一单元 圆的有关性质	(48)
教材提示	(48)
知识反馈	(60)
学法指导	(65)
课堂以外	(71)
第二单元 直线和圆的位置关系	(73)
教材提示	(73)

目 录

知识反馈	(84)
学法指导	(91)
课堂以外	(95)

第三单元 圆和圆的位置关系 (97)

教材提示	(97)
知识反馈	(104)
学法指导	(109)
课堂以外	(114)

第四单元 正多边形和圆 (118)

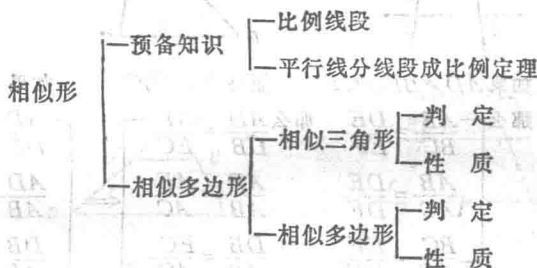
教材提示	(118)
知识反馈	(123)
学法指导	(127)
课堂以外	(128)

第五单元 点的轨迹 (131)

知识结构	(131)
教材提示	(132)
知识反馈	(135)
学法指导	(138)
课堂以外	(139)

第六章 相似形

已经学过了三角形和四边形的一些知识,讨论了线段的相等和三角形的全等.本章将研究相似形和相似形的有关概念.



两条线段的比为1:1时,则两条线段相等,线段相等是线段比的特殊情况;两相似三角形相似比为1时,则三角形全等,是三角形相似的特殊情况.

第一单元 比例线段

【知识结构】

比例的性质

比例的基本性质 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$

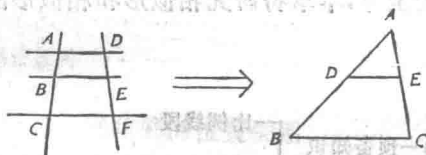
合比定理 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

等比定理 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots\dots\dots = \frac{m}{n}$

$\Rightarrow \frac{a+c+\dots\dots+m}{b+d+\dots\dots+n} = \frac{a}{b} \quad (b+d+\dots\dots+n \neq 0)$

比例线段

平行线分线段成比例定理



如果 $AD \parallel BE \parallel CF$

那么 $\left[\begin{array}{l} \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} \\ \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} \\ \frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF} \end{array} \right]$

如果 $DE \parallel BC$

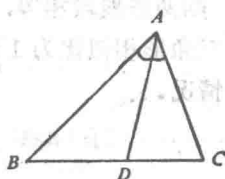
那么 $\left[\begin{array}{l} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \\ \frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC} \end{array} \right]$

如果

$\left[\begin{array}{l} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \\ \frac{AD}{AB} \text{ 或 } \frac{AE}{AC} \\ \frac{DB}{AB} \text{ 或 } \frac{EC}{AC} \end{array} \right]$

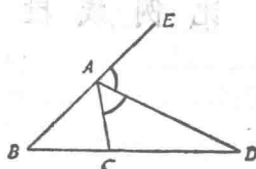
那么 $DE \parallel BC$

三角形角平分线性质



如果 AD 平分 $\angle BAC$

那么 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$



如果 AD 平分 $\angle EAC$

那么 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

从平行线等分线段定理到平行线分线段成比例定理、推论和推论的逆定理，是学习相似形的基础，是比例式变换的重要依据。

比例的性质是研究平行线分线段成比例定理的工具。平行线分线段成比例定理是本单元的中心内容，三角形内(外)角平分线的性质定理的证明，是平行线分线段成比例定理的应用。

图6-1是平行线分线段成比例定理的特殊情况，图6-2是一般情况。

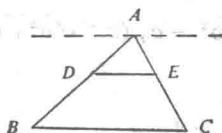


图 6-1



图 6-2

【教材提示】

一、关于比例性质

通过对小学知识的复习，讲清比例的知识，弄清比例的内项、外项、第四比例项和比例中项的概念。

比例性质中，重点是比例的基本性质。即 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc$ 。由 $ad = bc$ 可以推出八个比例式。

1. 这八个比例式应由学生自己导出；

2. 让学生观察比例式的变化规律。

即两个比的前项和后项交换位置，得到的式子仍是比例

式；比例式的内项（外项）交换，所得的式子仍是比例式。

讲述合比定理与等比定理，先让学生考虑怎样证明，然后教师小结，最大限度地让学生理解它的证明方法。

二、关于黄金分割

课本第8页例题2，选用了黄金分割做例题，一则“黄金分割”是一个比较有用的概念；二则在这里可以做为用比例性质解决问题的例子。但是由于学生没有学过代数法作图，因而在这里讲述起来，有一定困难，例题的前半部分还容易理解，后半部分用几何作图，准确地找到黄金分割点，就困难了。为此可先作铺垫，若 a 、 b 、 c 为已知线段，

1. 求作一条线段 $x_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ ；

2. 求作一条线段 $x_2 = \sqrt{a^2 + b^2} - c$, ($c < \sqrt{a^2 + b^2}$)。

然后借用课本第9页将

$$x = \frac{-L + \sqrt{L^2 + 4L^2}}{2} \text{ 化为}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + L^2} - \frac{L}{2}$$

最后作图。

三、平行线分线段成比例定理

平行线分线段成比例定理是这一单元的重点，是推证后面命题的基础和依据。但是由于这个定理的证明学生接受起来比较困难，可不作严格证明，只要求学生承认就可以了。所以在讲述时，可由平行线等分线段定理引出。如图6-3。

应该注意，平行线分线段成比例定理在一般情况下没有逆定理。

平行线分线段成比例定理的推论，是这个定理在三角形

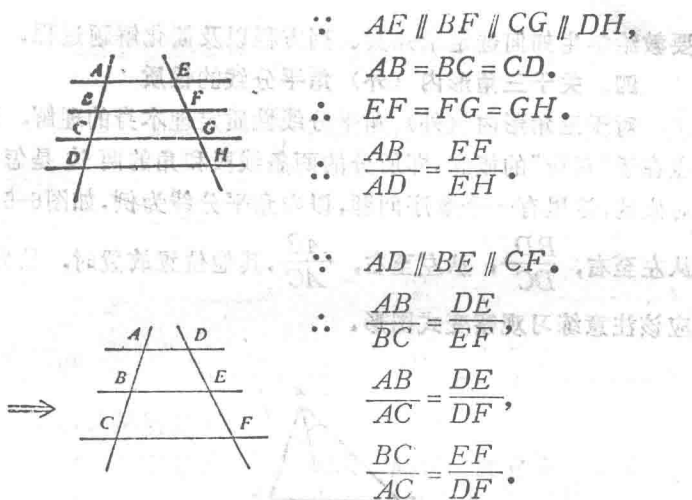


图 6-3

中的应用.这个推论和这个推论的逆定理都很重要,应该在教师的引导下证明.证明方法可不要求学生掌握,但要特别强调定理中所叙述的“对应”的意义,及时用图表明,如图6-4.

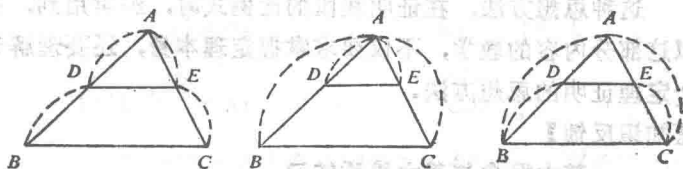


图 6-4

在使用平行线分线段成比例定理及其推论解计算题时,

要教给学生如何选定未知数、列方程以及简化解题过程。

四、关于三角形内（外）角平分线的性质

对于三角形内（外）角平分线性质的理解，难点在于“对应”的概念。即所分的两条线段和角的两边是怎样对应的，这里有一个顺序问题，以内角平分线为例。如图6-5，从左至右， $\frac{BD}{DC}$ ，从左至右， $\frac{AB}{AC}$ 。其他位置放置时，仿此。应该注意练习观察变式图形。

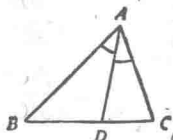


图 6-5

另一个难点是疏通证明思路，即怎样添加辅助线。这里根本思想是造平行线，构成新的三角形，利用平行线分线段成比例定理得到比例式。只要辅助线作出来，证明结论就不难了。

这种思想方法，在证明线段的比例式时，经常用到，所以这部分内容的教学，不仅要求掌握定理本身，还要理解这个定理证明的思想方法。

【知识反馈】

一、基本概念与基本性质练习

1. 填空题

(1) 如果 $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}$ ，那么 $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

(2) 如果 $x = \frac{mn}{p}$, 那么写成比例式是_____;

(3) 如果 $x = \frac{mn}{p}$, 那么使 x 成为第四比例项的比例式是_____;

(4) 如果 $2x - 5y = 0$, 则

① $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$;

② $\frac{x+y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$;

③ $\frac{x-y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$;

④ $\frac{x+y}{x-y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 选择填空

(1) 下列各组四条线段, 能成比例的是 ().

(A) 3cm, 5cm, 7cm, 9cm;

(B) 2cm, 5cm, 6cm, 8cm;

(C) 3cm, 6cm, 9cm, 18cm;

(D) 1cm, 3cm, 4cm, 7cm.

(2) 已知线段 $a = \frac{1}{2}$, $b = 0.25$, $c = \sqrt{2}$ (单位 cm), 那么 a 、 b 、 c 的第四比例项是 ().

(A) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ cm; (B) $2\sqrt{2}$ cm;

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm; (D) $\frac{1}{8}$ cm.

(3) 已知两条线段分别长 3cm 和 8cm, 那么它们的比例中项是 ().

(A) 24cm;

(B) 5.5cm;

(C) $2\sqrt{6}$ cm;

(D) 6cm.

(4) 下列语句不正确的是 ()

- (A) 若 $a:b=c:d$, 则 d 是第四比例项;
- (B) 若 $a:b=c:d$, 则 b 、 c 是比例的内项;
- (C) 若 $a:b=c:d$, 则 a 是比例的前项;
- (D) 若 $a:b=b:c$, 则 b 是 a 、 c 的比例中项.

(5) 已知 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 交 AB 于 D , 交 AC 于 E , 那么下列各式中不正确的是 ().

- (A) $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$;
- (B) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$;
- (C) $\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$;
- (D) $\frac{AB}{EC} = \frac{AC}{DB}$.

(6) 已知 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 交 AB 于 D , 交 AC 于 E , 那么下列各式中不正确的是 ().

- (A) $\frac{AD}{AE} = \frac{DB}{EC}$;
- (B) $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$;
- (C) $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{EC}$;
- (D) $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{EC}$.

(7) 已知 $\triangle ABC$ 中, 直线 DE 交 AB 于 D , 交 AC 于 E . 若 $DE \parallel BC$, 则下列条件正确的是 ().

- (A) $AD = 3\text{cm}$, $BD = 4\text{cm}$, $AE = 1.8\text{cm}$,
 $CE = 2.4\text{cm}$;
- (B) $AB = 11\text{cm}$, $BD = 6\text{cm}$, $AE = 2.1\text{cm}$,
 $AC = 4.4\text{cm}$;
- (C) $AB = 12\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$, $AE = 1.6\text{cm}$,
 $CE = 4.5\text{cm}$;
- (D) $AB = 12\text{cm}$, $BD = 4\text{cm}$, $AE = 4\text{cm}$,

$$AC = 10\text{cm}.$$

(8) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB:AC = 3:2$, $BC = 12$. 如果 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, 则 DC 的长是 (); 如果 AE 是 $\angle BAC$ 的外角平分线, 则 AE 的长是 ().

- (A) $DC = 8$, $AE = 8$; (B) $DC = 6$, $AE = 12$;
(C) $DC = 4$, $AE = 12$; (D) $DC = 2$, $AE = 36$.

二、解题方法练习

1. 已知 $\frac{x}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{13}$, 求 $\frac{x+y+z}{y}$ 的值.

2. 已知线段 $AB = 10\text{cm}$, 在 AB 上有一点 C , 且 $AC:CB = 3:2$. 求点 A 到点 C 的距离.

3. 已知 $\triangle ABC$ 中, 直线 DE 交 AB 于 D , 交 AC 于 E , 且 $DE \parallel BC$, 又 $AD = 5$, $AE = 6$, $EC = 4$. 求 AB 的长;

4. 已知 $\triangle ABC$ 中, 直线 $DE \parallel BC$, 且交 AB 于 D , 交 AC 于 E , $AB = 7.2$, $AE = 5$, $AD = EC$. 求 EC 的长;

5. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线分别交 AC 、 AB 于 E 和 D , 求证 $DE \parallel BC$.

答案与提示

一、

$$1. (1) \frac{5}{6}; (2) \frac{m}{p} = \frac{x}{n}, \frac{m}{x} = \frac{p}{n}, \frac{n}{p} = \frac{x}{m}, \frac{n}{x} = \frac{p}{m};$$

$$(3) \frac{p}{m} = \frac{n}{x}, \frac{p}{n} = \frac{m}{x}; (4) \textcircled{1} \frac{5}{2}, \textcircled{2} \frac{7}{2}, \textcircled{3} \frac{3}{2}, \textcircled{4} \frac{7}{3}.$$

$$2. (1) C; (2) C; (3) C; (4) C; (5) D;$$

$$(6) D; (7) A; (8) C.$$

二、

1. $\frac{7}{2}$;

2. 6cm;

3. $8\frac{1}{3}$;

4. 4;

5. 利用三角形内角平分线的性质和平行线分线段成比例定理的推论的逆定理可以证得。

【学法指导】

一、掌握重点，弄清概念。

本单元重点讲述的是平行线分线段成比例定理，为了学好它必须有比例性质定理作基础。因而要熟悉比例性质定理。

如果 a 、 b 、 c 、 d 四个数成比例，

$$\begin{array}{c} \text{比例内项} \\ a:b = c:d \\ \text{比例外项} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{比的后项} \\ a:b = c:d \\ \text{比的前项} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} a:b = b:c \\ \text{比例中项} \Rightarrow b^2 = ac \end{array}$$

$$\begin{array}{c} a:b = c:d \\ \text{第四比例项} \end{array}$$

如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那么 $ad = bc$ 。

如果 $ad = bc$ ，那么 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，……（共八个比例式）。

在学习合比定理与等比定理时要掌握其证明方法。