



数学教师 教学知识发展研究

黄友初 著



科学出版社

数学教师教学知识发展研究

黄友初 著



教育部人文社会科学研究青年基金项目(批准号:14YJC880022)

温州大学出版资助项目

科学出版社

北京

内 容 简 介

教师的教学知识是教师专业化程度的重要标志,本书以数学学科为例,研究教师教育课程对职前教师教学知识的影响,以及如何在教师教育课程中更好地发展职前教师的教学知识.这对高等师范教育中教师教育课程的建设具有重要的参考意义.本书通过质性和量化两种方式,研究了教师教育中数学史课程对职前教师教学知识的影响,以及如何在课程的教学通过课程内容的组织形式和教学方式的变化,更好的促进职前教师教学知识的提升.本书的研究方法在某种意义上具有了范式的价值,它为研究教师教育课程与教师教学知识的联系开辟了一个新的途径,这对职前和职后教师教育的研究也都有重要的借鉴价值.

本书可作为高等院校的师范生、相关专业的研究生、在职教师、教师教育研究者以及从事师范教育的教师的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

数学教师教学知识发展研究/黄友初著. —北京:科学出版社,2015.9
ISBN 978-7-03-045618-2

I. ①数… II. ①黄… III. ①高等数学-教学研究-高等学校
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 212699 号

责任编辑:胡海霞 / 责任校对:邹慧卿
责任印制:徐晓晨 / 封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年9月第 一 版 开本:720×1000 B5

2015年9月第一次印刷 印张:16

字数:300 000

定价:56.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

数学教师的教学知识一直是数学教育界十分关注的研究议题.近年来,由美国学者 Ball 及其研究团队所提出、用来刻画教师教学知识的 MKT(面向教学的数学知识)理论逐渐取代了已盛行三十余年的 PCK(教学内容知识)理论,而成为新的研究热点.

HPM(数学史与数学教学之间的关系)是数学教育的研究领域之一,HPM 研究的一个重要主题是探索数学史对数学教学的价值(即通常所说的“为何”).很多 HPM 学者都指出,对于数学教师而言,数学史有助于更好地理解数学和数学活动的本质、有助于预测学生的认知障碍、有助于制订恰当的教学策略、丰富教师的知识储备和教学资源.实际上,他们不知不觉已经涉及 HPM 与 MKT 之间的关系了.因为对于数学本质的理解属于 MKT 中的“专门内容知识”(SCK),学生的认知障碍属于“内容与学生知识”(KCS),恰当的教学策略属于“内容与教学知识”(KCT),而教师的教学资源则属于“内容与课程知识”(KCC).

那么,HPM 与 MKT 之间的关系到底为何?能否得到实践的检验?数学史究竟能否促进教师 MKT 的发展呢?黄友初博士以数学史课程为载体,以职前教师为研究对象,通过量化研究和质性研究相结合的方式,试图对上述问题作出回答.本书的重要工作有:

- (1) 对职前教师的数学史课程做了精心设计;
- (2) 对初中数学若干重要知识点(概念、定理)的 MKT 进行了刻画;
- (3) 编制了 MKT 的测量工具;
- (4) 对职前教师在数学史课程学习过程中 MKT 的变化情况进行研究;
- (5) 对如何在数学史课程的教学过程中更好地发展职前教师的教学知识进行了探讨.

HPM 与教师专业发展之间的关系也是 HPM 研究的重要方向之一,本书从教学知识的角度揭示了这种关系,丰富了 HPM 的内涵,提升了 HPM 的学术性,为进一步的相关研究提供了借鉴;同时,为数学史课程的教学也提供了重要参考.

黄友初博士年轻有为,敏思好学,博采众长,成果迭出,是 HPM 领域的后起之

秀. 我相信, 本书的出版必将促进 HPM 理念的传播和普及, 并引发 HPM 领域更多高质量的研究.

为庆贺本书出版, 聊志数语, 爰以为序.

华东师范大学



2015 年 6 月

前 言

为什么不同教师的教学效果会存在差异？为什么有的教师会被一致认为上课上得好？为什么有的教师有很多年的教学经历却还成为不了一名优秀教师？好的教师都具有哪些品质？如何缩短从新手教师到专家教师的成长时间？简单来说，导致这些差异的原因在于教师专业化程度的不同，他们在教学中所需要的知识也存在差别。教师的教学知识是教师的专业化程度的重要标志，已有研究表明教师所具有的教学知识与学生的学业成绩之间有直接的联系。因此，优秀的教师都具备哪些知识？教师的有效教学都需要用到哪些知识？如何发展教师的教学知识？这些问题一直以来都是教育研究的热点。

很多研究已经表明，专家与新手之间区别的一个最明显特征就在于专家拥有大量深层次、高水平的本领域知识。专家教师拥有良好的有关教学的知识基础，他们用学科知识的深度、广度和贯通度支持了其高认知水平任务的实施，从而能合理地组织教学过程，恰当地处理教学突发事件，使教学效果更为有效。那么，该如何获得专家教师所具有的那种教学知识？一般来说，主要有两种途径，一是通过教师的教学实践；二是通过教师教育。但是，这两种途径目前都存在一些问题。在教师的教学实践中，缺乏对教师教学知识提高方面的有效引导，更多的是取决于教师的观察、比较、自我反思，具有一定的盲目性；在教师教育中，课程的设置多基于经验，缺少实证检验，因此所开设的课程对教师的教学知识影响到底有多少？对于如何在课程的教学中更好地发展教师的教学知识等都缺乏关注。

本书以数学学科为例，就教师教学知识进行研究，研究问题主要分为两个方面：一是教师教育课程与教师教学知识之间存在怎样的联系；二是如何在课程的教学过程中更好地发展教师的教学知识。在研究方法上，以质性研究为主，量化研究为辅。在质性研究中，以10位职前教师作为研究对象，观察他们在教师教育课程前后对某些知识点进行教学的变化情况，并通过访谈了解他们发生这些变化的原因，以此来判断教师教育课程对教师教学知识的影响。在课程的教学过程中，通过不同的教学内容呈现形式和教学组织方式来观察何种课程教学最能促进教师教学知识的发展。在量化研究中，依据教学知识框架体系，编制测试问卷，在课程前后对实验班和控制班的教师进行调查，主要了解课程对教师教学知识的影响情况。

知识是一个复杂的体系，教师的教学知识虽然是间接影响课堂的教学，但却是影响教师教学的核心因素。它不仅涉及教师对所教学知识点在学科知识上的理解，也涵盖了教师对知识点在如何教学方面的认识，包括对学生的了解、对教学方式的

选择,对知识点的前后联系,以及对难易程度的把握等.本书采用MKT理论中的教学知识框架结构,从“教什么”和“怎么教”入手,将教师有效教学所需要的知识分为学科内容知识和教学内容知识两个部分,进而再分为一般内容知识、专门内容知识、水平内容知识、内容与教学知识、内容与学生知识,以及内容与课程知识六个部分.在研究过程中,我们主要关注教师在课程学习过程中这几个教学知识类别的变化情况.

本书主要探索数学教师教学知识的发展,从教学知识的视角促进教师的专业发展.本研究对教师教育以及在教学实践中教师教学知识的提升都有参考价值.本书适合中小学教师、教育专业的本科生、硕士和博士生以及教育研究者阅读.

本书在撰写过程中得到了很多老师和同学的帮忙,在此对他们表示最真挚的谢意!本书的出版过程中还得到了教育部人文社会科学研究项目、温州大学学术著作出版基金和温州大学重点专业建设经费的资助,在此一并表示感谢!最后,感谢科学出版社胡海霞编辑辛勤的工作!

由于水平有限,本书还存在诸多不足,敬请读者批评指正.

黄友初

2015年6月

目 录

序

前言

第 1 章 引论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的和意义	12
1.3 本书的框架结构	16
第 2 章 教学知识的内涵与发展研究	18
2.1 教师教学知识内涵的研究	18
2.2 教师教学知识的测量与发展研究	38
2.3 MKT 的内涵及其发展研究	46
第 3 章 数学史与教师教育研究	59
3.1 数学史对教师教育的价值	59
3.2 数学史与教师教学知识	62
3.3 职前教师教育中的数学史课程	65
3.4 小结	71
第 4 章 研究的设计与过程	73
4.1 研究方法	73
4.2 研究工具	79
4.3 研究对象	93
4.4 研究过程	94
第 5 章 研究结果与分析(一)	108
5.1 课程前职前教师的教学知识	108
5.2 课程后职前教师的教学知识	115
5.3 课程前后职前教师教学知识的比较	124
5.4 研究(一)的总结	129
第 6 章 研究结果与分析(二)	132
6.1 参与质性研究职前教师的基本状况	132
6.2 职前教师在实数教学中教学知识的变化	139
6.3 职前教师在有理数乘法教学中教学知识的变化	154
6.4 职前教师在勾股定理教学中教学知识的变化	169

6.5	职前教师在一元二次方程解法教学中教学知识的变化	180
6.6	职前教师在相似三角形的性质及其应用教学中教学知识的变化 ...	191
6.7	研究(二)的总结	202
第7章	研究结论与建议	213
7.1	研究结论	213
7.2	研究启示	219
7.3	研究局限	224
7.4	研究展望	225
参考文献		227

第1章 引 论

为什么优秀教师知道在课堂上该教些什么以及该怎么教?从本质上讲,这些都可以归结为有关教学的知识.优秀教师具备了丰富的教学知识,使得他(她)们能正确处理教学内容、恰当地组织教学方式.因此,提高教师的教学知识,对实现教师的专业化具有重要意义.近年来,社会上所盛行的“择校热”,根本原因就在于教师资源的不均衡,这也说明了一些教师的教学知识还存在不足.笔者所经历过的一件事情就说明了这一点.

几年前的一天,一位还在读小学的亲威问我一道数学作业题,题目要求在式子的中间填上“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”符号.其中有一道题的空格两边的式子分别是 $10 \div 3$ 和 $13 \div 4$,我告诉他应该填“ $>$ ”.但是,第二天,他告诉我做错了,他们老师的正确答案是“ $=$ ”.我觉得很奇怪,问他老师是怎么解释的.小孩回答,因为两边式子的商都是3,余数都是1,在商和余数都相等的时候,两边式子的大小是相等的.惊讶之余我问他,“三个人吃一个西瓜和四个人吃一个西瓜,吃到的西瓜一样多吗?”小孩虽然觉得我说的有道理,但是他更相信自己的老师.于是,我把我的疑问和解释写在了一张纸条上,让他带给数学老师.第二天,小孩交给我他老师的回信,上面写着:参考书的标准答案是“ $=$ ”.当时,我就呆住了!

多年来,这件事情一直刻在我的记忆里,它让我意识到在我们的教师队伍中,一些教师的教学知识亟待提高.影响教师教学的因素有很多,从本质上说这些因素都可以归结为教学知识的范畴,因此教学知识也被看成是衡量教师专业水平的重要因素,是教师专业化程度的重要标志.一直以来,我国的教育发展中都面临着如何在教师教育体系中有效地提高教师教学知识、发展教师专业水平的这一重要问题.本书将以数学学科为例,聚焦如何发展教师的教学知识.本章主要就研究背景、研究目的、研究问题、研究意义和本书的框架结构作简单论述.

1.1 研究背景

1.1.1 教师教育的重要性与困境

教师在教育体系中占有极其重要的地位,教师质量是决定教育质量的核心因素(唐一鹏,胡咏梅,2013),提升教师的质量主要有两个途径:一是教师教育;二是教师在教学实践中的自我提高.相比较后者的随意性和时间上的紧迫性,在教师教育中提升教师的质量具有更重要的价值和意义.一直以来,我国各级政府对教师教

育都十分重视,1985年5月,中共中央召开改革开放后第一次全国教育工作会议,颁布了引领中国教育发展的纲领性文件《中共中央关于教育体制改革的决定》,明确提出“把发展师范教育和培训在职教师作为发展教育事业的战略措施……从幼儿师范到高等师范的各级师范教育,都必须大力发展和加强”。此后,在有关教育发展的各次会议以及颁发的有关文件中,对教师教育都给予了充分的重视。2009年1月,国务院总理温家宝在国家科技领导小组会议上提出了“百年大计教育为本,教育大计教师为本”的方针。2009年9月,国务委员刘延东在庆祝教师节暨全国教育系统先进集体和先进个人表彰大会上也发表了“国家发展希望在教育,办好教育希望在教师”的讲话(刘延东,2009)。这些都充分说明了教师在教育中的重要性,也凸显了对教师教育研究的价值。

一般来说,可以根据教师的入职与否,将教师教育分为职前教师教育和职后教师教育两个部分,其中职前教师教育主要指师范教育,因此师范生也通常称为职前教师。在顾明远先生主编的《教育大辞典》中,将师范教育界定义为“培养师资的专业教育,包括职前培养、初任考核试用和在职培训”(张元龙,2011)。师范教育有4年(或3年)的时间,是教师教育的重要阶段,与职后教师教育相比,职前的教师教育更具系统化和规范化,职前教师也有相对充裕的学习时间。因此,如何在4年的大学学习期间更好地促进职前教师的专业化成长,是教师教育研究中的一个重要课题。我国的教育部门对职前教师教育十分重视,国务院的《国家中长期教育改革和发展纲要(2010—2020年)》中提出“加强教师教育,构建以师范院校为主体、综合大学参与、开放灵活的教师教育体系。深化教师教育改革,创新培养模式,增强实习实践环节,强化师德修养和教学能力训练,提高教师培养质量”。师范教育可以为职前教师将来的教学打下坚实的理论知识和实践能力基础,是培养合格教师的一个不可或缺的环节。因此,研究职前教师教育具有重要的意义。

经过多年的发展,目前我国的师范教育已逐步从“旧三级”(中专、专科、本科),走向了“新三级”(专科、本科、研究生);从20世纪增加教师数量为主的教师教育,逐步过渡到如今提升教师质量为主的教师教育。但是,长期以来,师范教育在高等院校中的地位并没有得到足够的重视,特别是在如今一些高等院校向综合性大学迈进的时候,师范教育更有被弱化的趋势。之所以会出现这种现象,主要有以下三个方面的原因。

首先,各高等院校在向综合性大学迈进的过程中,为了突出本校可见的“业绩”,与社会经济发展紧密相关的专业,以及容易产生“高级别”科研成果的专业获得了优先的发展,而教师教育由于“见效”慢,受到的重视程度相对较低,这使得教师教育在各高等院校领导的决策中处于“弱势”地位。

其次,部分群体对师范教育的重要性认识不足,认为师范教育很难在根本上提升教师的教学水平。这种认识主要可以分为以下三种类型:

(1) 认为个体只要掌握了学科的知识,就可以当教师,无需再接受师范教育(郭良菁,1996;Clabaugh, Rozycki,1996),这种观点在早期十分流行;

(2) 认为一个人是否适合当教师是由个人的先天条件决定的,师范教育对其影响不大(Murray,1996);

(3) 认为学生在长期受教育的过程中,通过观察教师的行为已经积累了丰富的教学知识,并形成了牢固的教学信念,这种内隐性很难通过师范教育进行改变(Calderhead,1988;Kagan,1992).

在这种认识下,一些院校对师范教育抱着应付的思想,缺乏明确而长远的发展目标,各方面的投入也不足,这些都制约了师范教育的发展.

再次,师范教育自身存在的问题.近年来,虽然有一些研究(范良火,2003;朱晓民,2010)表明,职前教师教育对教师的帮助不大,但是这其中一个重要原因就是师范教育本身存在着不少问题.而最突出的问题,莫过于目前的师范教育存在着理论与实践相脱节的现象.例如,有研究表明师范教师中教育理论课程的效用比不上教学实践或现场教学经验,大学教师的作用不如临床指导教师(Calderhead, Shorrock,1997).也有学者指出,目前我国的师范教育课程培养目标不明,各师范院校各行其是,存在因人设课的现象;课程内容“旧、窄、杂、空”,理论脱离实际;课程结构不合理,学科专业类课程比例过大,教育专业类课程比例过小等现象(廖哲勋,2001;郭朝红,2001).

事实上,师范教育中理论与实践存在脱离的现象,是一直存在的问题,其原因有内在的,也有外部的.内部原因在于教育理论的特质具有抽象性,有其自身的普适性与系统性,并且是以学科的方式存在的;而教育实践则是具体的,具有个体性与情境性的特点,它打破了学科的界限,是理论的综合运用,因此教师教育的理论与实践相脱离有其必然性.其外部原因在于一些教师教育过程中,将教师作为“技术人员”看待,进行“强制性”的灌输,而不是将教师看成具有反思能力和创新能力的“专业人员”,这种培养方式也导致了教师教育的理论与实践的二元对立.

为了弥补师范教育中理论与实践相脱离的局面,很多学者从不同视角提出了解决方案.例如,有学者提出了案例教学(Mclean,1992;王少非,2000;郑金洲,2002)、以问题为中心的教师教育(Iglesias,2002)、发展职前教师的反思能力(Bain et al.,2002)及建立院校合作模式、强化实践环节(王建军,黄显华,2001)等.这些研究都是有益的尝试,但是除了教学方式的变革,也需要对目前师范院校所设置的课程进行研究,如课程的设置是基于何种目的、这种设置是否合理、能否很好地促进教师的专业发展、在课程内容和教学方式上有没有值得改进的地方等.而这方面的研究,尤其是在实证方面的研究,目前还是比较欠缺的.

1.1.2 数学素养与数学教师教学知识

从20世纪末开始,欧美发达国家相继进行了数学课程改革,我国也从2001年开始,出台了《全日制义务教育数学课程标准》和《普通高中数学课程标准》。尽管各国的文化不同、教育背景差异也较大,但是在数学改革中都有一个共同特点,即十分注重学生数学素养的培养。

数学素养,在我国也被称为数学素质,在欧美常用 Numeracy, Mathematical Literacy, Mathematical Proficiency 以及 Matheracy 等词语来表示。自20世纪末,数学素养成为我国数学教育研究的热点之一,但欧美国家对数学素养的关注却由来已久。

1957年11月,苏联人造卫星升空,此举在西方发达国家中引起了震动。在对本国的教育体制进行反思之后,欧美各国决定大力发展科学技术教育(刘喆,高凌飙,2011)。1959年,英国发表题为“15—18岁青少年的教育”的《克劳瑟报告》(Crowther Report),在该报告中,提出了 Numeracy 一词,意为 Numerate 和 Literacy 的综合,表示数学的读写能力,这被认为是最初数学素养的涵义。此后,欧美学者逐渐重视数学素养的研究,出现了一些具有重要影响的研究成果,这也进一步促进了数学素养在教育实践中的发展。但是,由于文化的差别,欧美不同的地区对数学素养的用词略有区别。例如,英国及受英国文化影响较大的地区(如爱尔兰、澳大利亚和新西兰等国家)多用 Numeracy 来表示数学素养。在丹麦,则用 Numeralitet 表示数学素养(Lindenskov, Wedege, 2001)。而在美国,则出现了用 Quantitative Literacy, Mathematical Literacy 或 Mathematical Proficiency 等词语来表示数学素养。巴西学者 D'Ambrosio(1999)提出可以用 Matheracy 表示数学素养,意为 Mathematics 与 Literacy 的综合。国际学生评价项目(Programme for International Student Assessment, PISA)(De Lange, 2006)则认为,从教育的视角来说,用 Mathematical Literacy 表示数学素养更为恰当。

一般来说,各词语所指的数学素养,有着各自的侧重点。

Numeracy

《克劳瑟报告》中的 Numeracy,主要是基于培养精英所需要的科学知识,侧重数学的读与写的能力。而到了《考克罗夫特报告》,则认为具备 Numeracy 的个体应是能了解使用数学作为沟通的方式,并且着眼于个体日常生活所需的技能。这种论述,明确了数学素养是个体在社会生活中所需要的数学,更为贴近普通大众而不是精英所需要的数学。此后的文献中, Numeracy 的内涵越来越贴近实际生活。1997年,在澳大利亚 Perth 举办了数学素养教育策略发展研讨会,在会后所发布的报告中(Australian Association of Mathematics Teachers, AAMT),指出 Numeracy 的

内涵应是指个体在面对家庭、工作以及参与社区和公民日常生活的时候,能有效地使用数学.报告还认为,学校教育中的 Numeracy 是指学生在数学课程中进行学习、体验、讨论和批判后所具备的一项基本能力,包括基本数学概念和技能、数学思维和策略、一般思维技能和有根据的欣赏情境,也包括在情境中使用数学的意向.在爱尔兰, Numeracy 也被认为不再局限于应用数字进行加减乘除运算,而是包含运用数学思维和数学技能来解决问题,以及满足在复杂的社会环境中日常生活需求的能力(Department of Education and Skills, 2011).这需要个体具备思考和沟通数量的能力、对数据敏感的能力、认识空间的能力、了解模式和序列的能力以及分辨在什么情况下能进行数学推理来解决问题的能力.

因此, Numeracy 的内涵虽然依然强调数量关系以及数的运算,但是已经发展为个体在社会生活和进一步学习中所需要的数学,并强调应用数学能力的培养和个体使用能力的意愿.

Mathematical Literacy

1986年,美国数学教师协会(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)在拟定学校数学课程改革任务的时候提出了数学素养这个概念,并用 Mathematical Literacy 来表示.但在当时, Mathematical Literacy 更多的是强调数学的价值(power),认为具备数学素养的个体懂得数学的价值,能有效地使用数学方法去解决问题(NCTM, 1989).由于 NCTM《学校数学课程和评价标准》的影响力以及社会对数学素养的认同感,很多学者开始研究并发展 Mathematical Literacy 的内涵.其中,比较有影响力的是 Pugalee(1999)所提出的 Mathematical Literacy 内涵模型.该模型由内外两个圆环构成,外部圆环表示数学素养的过程,包括表述、运算、推理和问题解决四个部分;内部圆环表示数学素养的推动者,包括交流、技术和价值观三个部分.该模型也表明了 Mathematical Literacy 是个体适应未来科技与社会生活的基础条件.

在国际学生评估项目(Program for International Student Assessment, PISA)中,数学素养是评估的三个主要内容之一,从1999年到2009年PISA的四次数学素养测评中,都将 Mathematical Literacy 解释为个体认识并理解数学在社会中所起的作用,面对问题能作出有根据的数学判断,能够有效地运用数学,以及作为一个有创新精神、关心他人和有思维能力的公民,能应用数学来满足当前及未来生活中的能力(Organization for Economic Co-operation and Development, OECD, 2004, 2007, 2010).而在2012年的PISA测试中, Mathematical Literacy 内涵的表述变成:个体能在各种情况下形成(formulate)、使用(employ)和解释(interpret)数学的能力,包括数学推理,使用数学的概念、过程、事实和工具来描述、解释以及预测现象;它能帮助作为一个创新、积极和善于反思的公民认识数学在世界中所扮

演的角色,并能作出良好的判断和决定(OECD, 2013)。

由此可知,Mathematical Literacy 的内涵是基于个体终身学习的视角,是以人在社会中的生活和进一步学习所需要的数学为出发点,重视个体在社会生活中所需要的数学思维、基本沟通和演算技能。由于 PISA 的影响力,其对 Mathematical Literacy 所阐述的内涵,对各国数学素养的研究都有着较大的影响。

Mathematical Proficiency

对 Mathematical Proficiency 内涵的阐述比较有代表性的当属美国国家研究委员会(National Research Council, NRC)下属的数学学习研究委员会(Mathematics Learning Study Committee, MLSC)在 2001 年所发布的《加入进来:帮助儿童学习数学》的报告。报告认为具备 Mathematical Proficiency 是个体成功学习数学的标志,它包括概念性的理解、过程的流畅性、策略性的能力、合适的推理和积极的倾向这五个方面的能力(Kilpatrick, 2001)。这五种能力紧密相连,如绳索般交织(intertwined strands)在一起。由于 MLSC 的这个报告是基于学校数学教育提出的,因此,其对 Mathematical Proficiency 内涵的阐述,在美国及其他国家的数学教育领域有广泛的应用。例如,新加坡所制订的数学教育目标中,也将框架分为概念、技能、元认知、过程(或推理)和态度等五个组成部分(Stacey, 2002)。

由此可看出,Mathematical Proficiency 所指的数学素养强调知识、技能与信念,与数学教学联系较为紧密,可认为是个体的社会生活与学校的数学教育的一个结合体,对如何在数学教学中培养学生的数学素养具有重要的指导性。

Matheracy

随着信息时代的来临,传统数学教育中所强调的读、写、算,已经不能很好地满足社会生活对个体数学的需求,D'Ambrosio(1999)提出了用 Matheracy 来表示数学素养,认为 Matheracy 是 Mathematics 和 Literacy 这两个部分的综合体,其内涵包括进行推断、提出假设和下结论的能力。此外,D'Ambrosio 还认为 Matheracy 是一种对人类与社会的深度反思的结果,不应仅被限制在教育体制下的精英才能具有,也不应局限于数字的操作与运算。因此,在教育系统中,教育应该务实化,重视社会文化经验,强化学生概念的、创造性的、批判性的,以及非常规性的表现。Skovsmose(陆昱任,2004)也认为,培养个体 Matheracy 的重要途径是反思(reflection),具体包括以数学为目的的反思、以模型为目的的反思、以情境为目的的反思和以生活世界为目的的反思四种类型。

综上所述,尽管各国表示数学素养的术语不同,提出数学素养的背景也有区别,但是这些数学素养的内涵都已经从特定的范畴逐步过渡到个体现实生活的领域,认为数学素养是个体、数学以及社会生活三者相结合的综合体(黄友初,

2014a). 我国的数学素养研究虽然起步较晚,但研究存在自发性,对数学素养内涵的认同也逐渐趋于一致,随着数学素养在数学教育中的日渐重视,对教师的数学教学也提出了新的要求,我们必须从数学素养视角审视教师的数学教学.

在如今的信息时代,用培养数学家的方式对学生进行数学教学是不恰当的,个体的发展离不开数学素养,在数学教育中培养学生的数学素养已是大势所趋. 目前世界各国的数学课程都沿着培养学生的数学素养方向进行改革,包括内容情境化、学生主体化、教学形式多样化、学业测评多元化等. 而这对数学教师提出了新的挑战,要求教师无论在教学内容还是在教学方式上都要做出改变. 在教学内容上,要少一些公式,多一些直觉;少一些抽象,多一些脉络;少一些符号,多一些具体. 在教学方式上,要少一些主讲,多一些讨论;少一些做题,多一些探索;少一些规定,多一些引导. 而要做到这些,需要教师具备较高的教学知识. 因此,随着时代的发展,对数学教师的教学知识提出了新的挑战,需要教师在教师教育和教学实践中不断地提升教学所需要的知识. 这既说明了发展教师教学知识的重要性和紧迫性,也是本研究的目的和意义所在.

1.1.3 教师教学知识的研究趋势

教师是一种专业性职业,与从事其他工作的人最大的区别就在于教师具有本专业特有的教学知识,既包括理论知识,又包括实践知识;既包括静态知识,又包括动态知识. 因此,要更好地提升教师的专业化水平,就必须对教师教学知识有深入的研究. 那么教师的教学知识都包含哪些内容? 如何在教师教育中发展教师的教学知识? 这些问题也就成为教育研究者最关心的主题之一.

但是,在很长的一段时间里,人们都认为只要具备了学科的专业知识,教师就能够很好地教授该学科,将教师的学科知识等价于教师知识. 随着教育重要性的日益突出,人们开始对教师知识进行深入研究. 20 世纪 60 年代中后期,受行为主义和认知心理学理论的影响,学者主要采用“过程—结果”的研究模式,关注教师行为与学生学业表现之间的变量关系,把复杂的教学与学习简化为单一的线性关系,以获取教师所需要的教学知识(Fenstermacher, 1994; Carter, 1990; 林一钢, 2009; 杨翠蓉等, 2005; 王艳玲, 2007). 这种所谓“科学化”的研究方法,忽视了教育的多维性、即时性和不可预测性等特征,将教师的学科知识等同于教师的教学知识,这使得研究的有效性受到了普遍的质疑,也导致了教育理论与教育实践相脱离.

鉴于研究方法受到较多的批判,教育研究者开始重视教师教学知识的研究方法,逐渐从关注教学行为转向关注教师的决策与思维,知识的个体性、主观性、情境性引起了教育研究者的注意(Hiebert et al., 2002). 1982 年,Smith 在美国教育学院协会(American Association of Colleges for Teacher Education, AACTE)年会上提出了教师的核心知识基础的概念,教师的专业知识开始引起更多学者的关注

(杨鸿, 2010), 学者开始注意教师教学知识的特殊性, 而如何认清教师专业的这种特殊知识也引起了学者的广泛兴趣. 此后不久, 美国学者 Shulman(1986, 1987) 提出了教学内容知识(pedagogical content knowledge, PCK)的概念, 并用 PCK 来描述教师在教学活动中应该具备的知识结构. 由于 PCK 概念的新颖性和合理性, 此概念很快被教师教育者所接受, 并进一步推动了教师教学知识的研究.

此后, 教师教学知识的研究主要集中在以下三个方面.

一是教师教学知识的重要性(Holmes Group, 1986, 1990, 1995; Fennema, Franke, 1992), 这类研究在早期比较多, 而随着这种重要性得到教育研究者的广泛认可, 如今对教师教学知识价值性的研究已不多见.

二是教师教学知识的类型(Carter, 1990; Tamir, 1991; Grossman, 1994), 这类研究自 20 世纪 80 年代以来一直吸引很多学者的目光, 也取得了较多的成果, 特别是在具体学科的教学知识方面有了较为成熟的研究成果, 如在数学学科方面, 美国密歇根大学的 Ball 及其研究团队, 经过多年的探索提出了教学需要的数学知识(mathematical knowledge for teaching, MKT)理论(Ball et al., 2008), 该理论认为数学教师的教学知识可以由六个方面的知识组成, 这成为当前数学教师教育研究中颇具活力的观点.

三是教师教学知识的发展(Calderhead, 1988; Bromme, Tillema, 1995), 这类研究和教师教学知识类型的研究成果密切相关, 因为只有对教师教学知识的内涵有较为清晰的了解, 才能对如何提升教师教学知识进行深入研究. 由于逻辑上的这种层次关系, 所以目前对如何发展教师教学知识的研究文献还不多. 但是关于如何发展教师教学知识的研究具有重要的现实意义, 它不仅可以深入探析具体的教师教育工作是否有效, 而且对规范和提升教师教育体系也是十分必要的. 如今, 随着对教师教学知识类型的研究有了相对成熟的理论, 如何发展教师教学知识的研究将会成为今后教师教育研究的重点之一.

综上所述, 可以看出教师教学知识的研究经历了从“为什么要研究教师教学知识”到“教师教学知识都有什么”, 又到了如今的“怎么获得教师教学知识”. 研究教师教学知识不仅可以深入了解教师发展过程中的内蕴性问题, 创设更适合教师教学知识发展的教师教育课程, 还能为在教学实践中发展教学知识提供更多的参考, 从而更好地促进教师的专业发展.

1.1.4 教师教育中的数学史

1. 数学史的教育价值

数学史对数学教育的重要作用早在 19 世纪就已经被一些西方数学家所认识(汪晓勤, 张小明, 2006). 一直以来, 许多著名的数学家、数学史家和数学教育家都提倡在数学教学中直接或间接地利用数学史. Fauvel(1991)曾总结出 15 条数学史