

张楚廷  
◎ 著

# 数学与创造

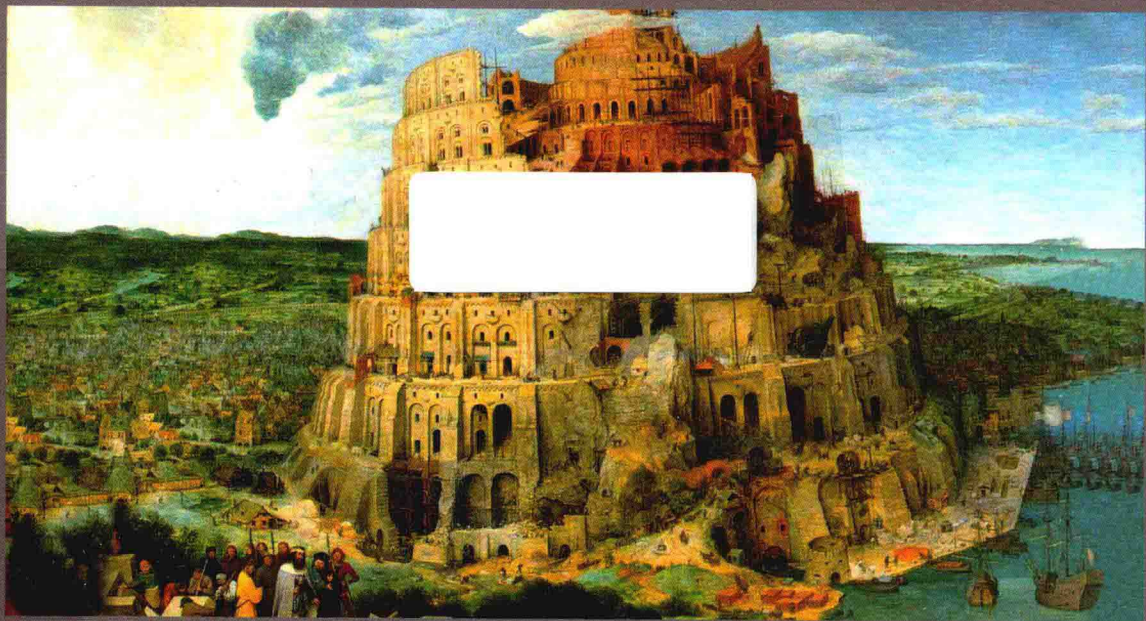


05

( 珍藏版 )

数学科学文化理念传播丛书 (第二辑)

*Mathematics and Creation*



张楚廷  
◎ 著

# 数学与创造

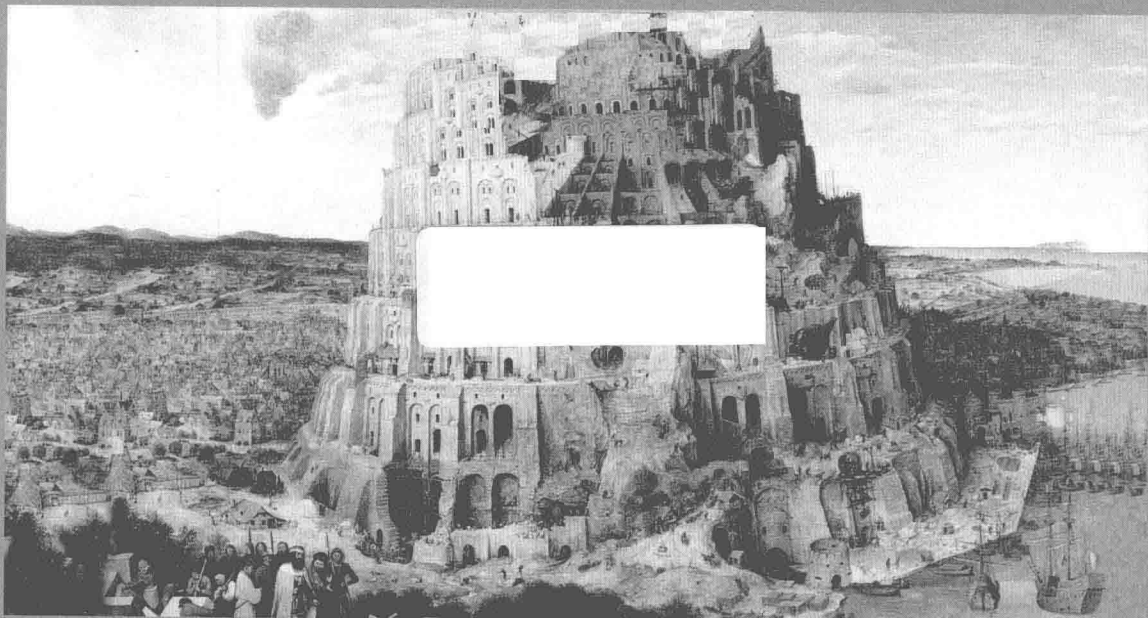


05

(珍藏版)

数学科学文化理念传播丛书 (第二辑)

*Mathematics and Creation*



大连理工大学出版社  
Dalian University of Technology Press

### 图书在版编目(CIP)数据

数学与创造：珍藏版 / 张楚廷著. — 2版. — 大连：大连理工大学出版社，2016.1  
(数学科学文化理念传播丛书)  
ISBN 978-7-5611-9820-9

I. ①数… II. ①张… III. ①数学—创造学 IV.  
①O1-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 087918 号

### 大连理工大学出版社出版

地址：大连市软件园路 80 号 邮政编码：116023

发行：0411-84708842 传真：0411-84701466 邮购：0411-84708943

E-mail: dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连住友彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

---

幅面尺寸：188mm×260mm

印张：11.25

字数：159千字

2008年7月第1版

2016年1月第2版

2016年1月第1次印刷

---

责任编辑：刘新彦 王 伟

责任校对：田中原

封面设计：冀贵收

---

ISBN 978-7-5611-9820-9

定价：39.00元



数学科学文化理念传播丛书·第二辑

## 编写委员会

丛书主编 丁石孙

委 员 (按姓氏笔画排序)

王 前 史树中 刘新彦

齐民友 张祖贵 张景中

张楚廷 汪 浩 孟实华

胡作玄 徐利治

## 写在前面\*

20世纪80年代,钱学森同志曾在一封信中提出了一个观点,他认为数学应该与自然科学和社会科学并列,他建议称之为数学科学。当然,这里问题并不在于是用“数学”还是用“数学科学”,他认为在人类整个知识系统中,数学不应该被看成是自然科学的一个分支,而应提高到与自然科学和社会科学同等重要的地位。

我基本上同意钱学森同志的这个意见。数学不仅在自然科学的各个分支中 useful,同时在社会科学的很多分支中也有用。随着科学的飞速发展,不仅数学的应用范围日益广泛,同时数学在有些学科中的作用也愈来愈深刻。事实上,数学的重要性不只在它于它与科学的各个分支有着广泛而密切的联系,而且数学自身的发展水平也在影响着人们的思维方式,影响着人文科学的进步。总之,数学作为一门科学有其特殊的重要性。为了使更多人能认识到这一点,我们决定编辑出版《数学·我们·数学》这套小丛书。与数学有联系的学科非常多,有些是传统的,即那些长期以来被人们公认与数学分不开的学科,如力学、物理学以及天文学等。化学虽然在历史上用数学不多,不过它离不开数学是大家都看到的。对这些学科,我们的丛书不打算多讲,我们选择的题目较多的是那些与数学的关系虽然密切,但又不大被大家注意的学科,或者是那些直到近些年才与数学发生较为密切关系的学科。我们这套丛书并不想写成学术性的专著,而是力图让更大范

---

\* “一”为丁石孙先生于1989年4月为《数学·我们·数学》丛书出版所写,此处略有改动;“二”为丁先生为本丛书此次出版而写。

围的读者能够读懂,并且能够从中得到新的启发.换句话说,我们希望每本书的论述是通俗的,但思想又是深刻的.这是我们的目的.

我们清楚地知道,我们追求的目标不容易达到.应该承认,我们很难做到每一本书都写得很好,更难保证书中的每个论点都是正确的.不过,我们在努力.我们恳切希望广大读者在读过我们的书后能给我们提出批评意见,甚至就某些问题展开辩论.我们相信,通过讨论与辩论,问题会变得愈来愈清楚,认识也会愈来愈明确.

## 二

大连理工大学出版社的同志看了《数学·我们·数学》这套丛书,认为本套丛书的立意与该社目前正在策划的《数学科学文化理念传播丛书》的主旨非常吻合,因此出版社在征得每位作者的同意之后,表示打算重新出版这套书.作者经过慎重考虑,决定除去原版中个别的部分在出版前要做文字上的修饰,并对诸如文中提到的相关人物的生卒年月等信息做必要的更新之外,其他基本保持不动.

在我们正准备重新出版的时候,我们悲痛地发现我们的合作者之一史树中同志因病于上月离开了我们.为了纪念史树中同志,我们建议在丛书中仍然保留他所做的工作.

最后,请允许我代表丛书的全体作者向大连理工大学出版社表示由衷的感谢!

丁石孙

2008年6月

# 目 录

- 一 数学创造是什么 /1
  - 1.1 令人神往的字眼 /1
  - 1.2 数学创造的步幅在加大 /3
  - 1.3 数学创造的方方面面 /4
  - 1.4 发现还是发明 /8
  - 1.5 数学创造的天地有多宽 /10
  - 1.6 数学是什么 /14
- 二 数学创造的智力因素 /17
  - 2.1 创造从发现问题开始——创造的智力因素之一:观察力 /17
  - 2.2 创造的原材料储备——创造的智力因素之二:记忆力 /26
  - 2.3 通向创造的必经之路——创造的智力因素之三:思维力 /34
  - 2.4 让思维插上翅膀——创造的智力因素之四:想象力 /37
  - 2.5 数学创造的基本能力之一:运算能力 /44
  - 2.6 不要低估了你的智力 /49
  - 2.7 数学是中国人擅长的学科 /53
- 三 数学创造的非智力因素 /56
  - 3.1 数学家怎样看待自己的成就 /56
  - 3.2 不畏惧错误 /58
  - 3.3 语不惊人死不休 /60
  - 3.4 数学创造需要勇气 /63
  - 3.5 也需要兴趣、需要情感吗 /68
  - 3.6 毅力和意志太重要了 /74
  - 3.7 保持和培育你的好奇心 /76

- 3.8 社会心理因素与数学创造 /77
- 3.9 科学合作与友谊 /79
- 四 数学创造动机与应用 /85**
  - 4.1 数学创造的不同动机 /85
  - 4.2 未曾预料到应用有如此之广 /86
  - 4.3 并非出于应用动机的数学创造 /88
  - 4.4 数学创造的超前性问题 /93
  - 4.5 数学创造的美学动机 /95
  - 4.6 应用毕竟是数学创造的主要推动力 /99
- 五 数学为其他学科领域的创造提供什么 /101**
  - 5.1 狄拉克在量子力学上的创造与数学 /101
  - 5.2 爱因斯坦在相对论上的创造与数学 /103
  - 5.3 麦克斯韦的电磁波与数学 /105
  - 5.4 薛定谔的波动力学与数学 /106
  - 5.5 牛顿的伟大成就与数学 /108
  - 5.6 DNA 与数学 /109
- 六 数学创造与直觉 /111**
  - 6.1 科学直觉指的是什么 /111
  - 6.2 数学直觉数例 /112
  - 6.3 数学家论直觉 /116
  - 6.4 直觉的产生 /119
  - 6.5 直觉与逻辑的互补 /123
- 七 数学创造的方法论问题 /126**
  - 7.1 善于自学 /127
  - 7.2 善于推理 /129
  - 7.3 善于猜想 /134
  - 7.4 善于退步 /140
  - 7.5 善于拐弯 /144
  - 7.6 善于提炼模型 /146
  - 7.7 善于抽象 /148
  - 7.8 谚语的启迪 /151



八	数学教学与创造	/154
8.1	数学教育的特殊意义	/154
8.2	数学教育面临的问题	/156
8.3	发现式教学	/158
8.4	数学教学与教师	/161
8.5	数学是年轻人的科学	/164
	人名中外文对照表	/167

# 一 数学创造是什么



## 1.1 令人神往的字眼

直接或间接需要数学的人们,已愈来愈看重数学思想的价值,日益注重跨越数学各分支的思想、精神和方法的研究.数学有一部传奇史,它最重要的特色是充满了诱人的创造活动.

“创造”是一个十分令人神往的字眼,人们都盼望自己能进行创造,能加入创造者的行列,都盼望自己有很强的创造力,并获得创造性成果.

“创造”一词,在心理学家那里,有着许多不同的解释:有从心理的角度,也有从心理与生理结合的角度加以阐述的;有从创造过程,也有从创造过程与创造成果的结合上阐述的.说法之一是:创造就是利用大脑皮层区域已经形成的旧联系来形成新联系.

常人谈到创造,无不联想到一个“新”字,因为,没有新的东西就谈不上创造.

这些新的东西,包括新观点,新理论,新方法,新技术,新工艺,新产品,等等.

标新立异,这确实是创造性劳动的重要特征.然而,并不是凡得到新产物都称得上创造.某个观点似乎很新,但它并不正确,不符合客观实际,或者不合乎逻辑,当然不能叫作创造.某项技术看来很新,却不能应用;某项工艺也未曾见过,但比现有的工艺还要落后,自然也都谈不上创造.

所以,创造活动是指人在实践中产生新的,具有一定社会意义和科学价值的产物的过程.这个过程应具有新颖性、独创性、再现性和一

定的难度。

创造过程往往不是很清晰的,有时姗姗来迟,有时突如其来,但大体也可划分为几个阶段。

美国人克雷奇等把创造过程划分为四个阶段:准备阶段,孕育阶段,明朗阶段和验证阶段。

在准备阶段,探索者认识了问题的特点,并试图用一些现成的或新撰的术语来表述;孕育阶段出现在准备阶段与明朗阶段之间,这个阶段在其性质和持续的时间上差别很大,它可能是几分钟,也可能是几天,几个星期,几个月,甚至几年;明朗阶段有时以顿悟的方式完成,有时问题被搁置了,没有在它上面做什么有意识的工作,但尔后对问题重新予以注意时,却迅速解决了问题,或至少在以前进展的基础上猛进了一步;验证乃是最后完成创造所必经的阶段。

意大利人塞利尔更细致地把科学创造划分为与人类生殖相类似的七个阶段:

(1)恋爱.这是科学创造的首要条件,是对知识的极大的兴趣、热情、欲望和对真理强烈追求的体现。

(2)受胎.这是指要学习具体知识,获得观察成果,否则,人的智慧就没有“生殖力”(即创造力)。

(3)怀孕.这是指创造者在孕育着某个新思想,有时他自己也不一定意识到自己正在孕育着,新的东西正在自己脑中萌动着。

(4)痛苦的产前阵痛.当一种新思想慢慢发育成熟时,创造者常有一种不舒适的“答案临近感”,这只有创造者本人才体验得到。

(5)分娩.这是新思想诞生出来的时候,它使人“疼痛”,又令人欢乐,愉快。

(6)察看与检查.指像检查新生婴儿是否畸形、是否健康一样,人们用逻辑的或实验的方法来检查新诞生的思想。

(7)生活.在新思想受到考验,证明有生命力之后,它就独立生存了,也有可能被看重、被广泛采用了。

克雷奇等人的划分法与塞利尔的划分法有异曲同工之处,实际上,塞利尔所述的第(1)、(2)段相当于克雷奇的准备阶段,第(3)、(4)段属于孕育阶段,第(5)段对应于明朗阶段,第(6)、(7)段即验证阶段。

塞利尔的划分法比较细致,同时他通过类比给人以深刻的印象,但克雷奇等人的划分法简明扼要.如果再概括一点叙述,也可将克雷奇的第一、二阶段统称为预备阶段,那么,创造过程就大致分为三个阶段:预备,明朗,验证.实际的过程则是具体的、多样的.

爱因斯坦曾说:“由没有个人独创性和个人志愿的统一规格的人所组成的社会,将是一个没有发展可能的不幸的社会.”我们中国人从自己的历史、从正反两方面的教训中当能懂得爱因斯坦这段话的道理.可以说,整个人类社会的发展是与人类社会不断的创造性活动联系在一起,这是人类文明史的主要线索.

当今,世界各国的竞争是多方面的,经济的竞争越来越重要,而这首先是智力的竞争,是教育与科技力量的竞争,是人们创造性劳动的竞争.一个人,乃至一个民族,其创造力越强,也就愈加引人注目.“创造”这个字眼,岂止令人神往,它甚至与一个民族的命运联系着.

## 1.2 数学创造的步幅在加大

今天,人类的创造对于人类的发展起着日益显著的作用.如果我们把1750年人类的知识总量算做是1的话,那么,1900年便是2,1950年就变成了4,1960年已达到8.这就表明,如果说18世纪中叶的知识量翻一番需要150年的话,那么到20世纪中叶翻一番就只需要10年了.这种计算未必是精确的,也很难是精确的,但是,人类今天的创造速率是大大提高了,这是确切无疑的,每年都有成千上万项新技术涌现,每年都有成千上万篇论文发表,这是不争的事实.

数学科学的情况怎样呢?

数学作为一门科学已有数千年的历史,她在人类文明史上起着巨大的作用;作为自然科学,她乃是历史最悠久的学科门类,以学科的成熟度为标志则更是如此.

数学的历史是一部充满了创造性活动的历史.公元前,大量的几何定律被发现,欧几里得(Euclid)是集大成者,建立了宏伟的欧氏几何大厦(体系),开辟了演绎科学的新纪元,其影响延绵两千多年,波及各个自然科学领域.此间,算术、代数也在发展着.16、17世纪,代数日益成熟,并且出现了代数与几何紧密结合的成熟时期;17世纪牛顿

(Newton)、莱布尼兹(Leibniz)发明了微积分,此乃数学创造史上又一鼎盛时期.经过18世纪的蓬勃发展之后,却有人预言:数学科学新的创造将会枯竭,“认为数学的思想差不多快穷尽了”(克莱因(Kline),《古今数学思想》,第二卷,上海科技出版社,1979年,第384页).1754年,狄德罗写道:“我敢说,不出一个世纪,欧洲就将剩下不到三个大几何学家(数学家)了.这门科学很快就将停滞不前,停留在贝努利(Bernoulli)们……达朗贝尔(D'Alembert)们和拉格朗日(Lagrange)们把它发展到的那个地方.”

然而,19世纪、20世纪的历史事实做出了回答,数学领域的创造活动不仅没有停滞,反而日趋繁荣,经过两个世纪的变化,数学科学又取得了惊人的进展,获得了丰硕的开拓性成果.继19世纪非欧几何、群论、集合论等方面的重大突破后,代数、几何、分析等经典数学都取得了崭新的成就,统计数学、模糊数学等也相继崛起.现在,全世界用数以百计的语言创办的数以千计的数学杂志,每年刊登数以万计的数学论文,不断充实着数学宝库.由于数学创造成果日益繁多,数学自身也分成了许许多多的部门,数学分支已在百门以上.克莱因概括地说:“从1600年以来,数学创造的步幅一直在加大……”

### 1.3 数学创造的方方面面

创造学将创造划分为艺术创造与科学创造,虽然两者之间也有一些奇妙的联系,但是分属不同的两类.数学创造属于科学创造之列,尽管有许多数学家乐于寻找其与艺术创造的相似之处.

数学中有一类是属于理论方面的创造,另一类则是利用已有的理论于实践或其他科学、技术的创造,各自创造的产物分别归于理论数学(或纯数学)与应用数学.

数学创造又可分为以开拓性为主要特征的创造和以继承性为主要特征的创造,前者的产物是开辟一个崭新的方向或领域,后者是在前人开辟的领域继续做一些添砖加瓦的工作.

20世纪60年代,鲁宾逊(Robinson)创立了非标准实数,这是一项开拓性创造.随后,人们又运用这一成果建立了非标准微积分、非标准泛函分析等,甚至运用到其他科学,如建立非标准力学.相对于非标

准实数的开拓性创造来说,非标准泛函、非标准力学等创造就具有继承性.

20世纪60年代,美国数学家查德(Zadeh)创立模糊集合论,这是一项开拓性创造.随后又有人建立起模糊测度、模糊拓扑等等.两相比较,前者的开拓性特征和后者的继承性特征都是明显的.

当然,所谓开拓性创造并不是说没有任何意义上的继承.从某种意义上说,非标准实数是对标准实数的继承,模糊集合论是对经典集合论的继承.

同样,所谓继承性创造也不是说没有任何意义上的开拓.事实上,凡创造都具有一定程度的开拓性,只是相对前期开拓性成果而言它具有较明显的继承性罢了.

还有一类工作,仅是将现有的定理或公式加以改进,或者是在同样的条件下得出更强的结果,或者在更弱的条件下得出同样的结果,或者是将定理的证明或计算的程式大大简化了.这些也是一种创造,虽然比起那些开创性成果来,这是低一层次的创造.但这种创造同样是不可轻视的.一方面是因为这种创造也是有意义的;从另一个角度来说,一个人在取得重大成果之前,往往也经历这种低一层次的创造(一些大数学家亦有此种经历).

鲁宾逊的非标准实数理论是严密的,但由于它用到现代数理逻辑的一些艰深知识,致使其他领域的许多数学家不愿问津.后来,经过1970年美日学者的进一步改进,建立了非标准实数的另一种方法,变得跟康托(Cantor)在有理数集基础上建立(标准)实数理论的方法相近了,这样,非标准实数也就变得易于为人们所接受了.

这种具有改进性质的创造的意义还在于,那些关键的理论、定理、定律、公式被反复推敲,反复改进后,变得越来越简明,越来越清晰,人们对它们的认识也越来越深刻,知识的可传授性也大大增强.这类创造是数学创造的有机组成部分.许多大数学家也并不忽视这类工作.

代数基本定理,应当说是由高斯(Gauss)首先严格证明的.那么,发现和论证之后,创造性工作似乎至此就完结了,但高斯本人没有忽视进一步的“敲打”工作,他先后给出了代数基本定理的五种不同证明方法.高斯又首先严格证明了数论中的二次互反律,并且随后还给出

了四种证明方法. 这两个定理, 除高斯外, 还有众多的人参与研究, 尤其是二次互反律, 人们给出的各种不同证明方法总共五十多种.

理论上的创造与方法上的创造, 当然也是不同的, 但两者又有密切的联系. 理论上的突破往往伴随着方法上的重大发现, 方法上的突破往往给理论的发展和延拓带来深刻的影响. 因此, 方法上的创造是不容忽视的.

康托曾以为实数集会像有理数集一样是可数的, 但他很快就转向实数集的不可数性的研究, 并且跨出了建立超穷数理论的关键的一步: 证明了实数集的不可数性. 这里, 既有理论上的创造, 又有方法上的创造, 二者相伴而生. 康托在此首创了对角线方法. 这种方法上的创造, 现在看来似乎也不算复杂, 但其意义却是重大的, 这种方法在许多方面被运用、借鉴. 在数学基础研究及逻辑史上具有划时代意义的哥德尔(Gödel)不完备性定理就曾借鉴这一方法.

在理论创造方面, 有主要通过归纳而产生基础理论(如公理系统)的重大创造, 也有主要通过演绎而在已有理论体系下做出新发现的创造.

谈到数学创造, 我们自然想到其成果就是有关数学的新体系、新理论、新方法、新概念、新定理、新技巧、新公式等等, 还有新的应用. 但有一个方面的创造不易为常人所注意, 那就是数学符号本身的创造. 不错, 符号的创造不会脱离理论和方法等去孤立地进行, 但符号本身的创造也应引起我们的关注.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 这十个阿拉伯数字, 今天我们看来是很平常的, 很不起眼的几个符号. 然而, 实际上, 这几个符号的创造具有重大的意义, 其产生亦并非易事, 尤其是“0”这个符号的产生.

罗马数字也是十个: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X. 但这十个号码中还没有零. 这一套符号就远不如阿拉伯数字优越. 让我们看一个例子.

235 与 4 相乘, 使用阿拉伯数字演算, 是一个很简单的式子:

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 4 \\ \hline 940 \end{array}$$

如果使用罗马数字, 首先, 表示 235 的是 CCXXXV, 表示 4 的

是IV, 235 乘 4 的演算式子就是:

$$\begin{array}{r} \text{CCX XX V} \\ \times) \\ \hline \text{CCCCCCCX XXX XXX XXX XXX VVV V} \end{array}$$

先将上述结果改写为

$$\text{DCCC CXX XX}$$

然后再将这一结果缩写为 CMXL.

两相对照,罗马数字之累赘和阿拉伯数字之简捷,十分明显.

阿拉伯数字创造的意义由上例还不足以看出. 法国著名数学家、天文学家拉普拉斯(Laplace)曾盛赞阿拉伯数字:“用不多的记号来表示全部的数的思想,赋予它的除了形式上的意义外,还有位置上的意义,它之所以如此绝妙,正是由于这种令人难以置信简易性(带来的方便). 以伟大的希腊天才学者——阿基米德(Archimedes)和阿波罗尼(Apollonius)——未能发现这种思想为例,我们可以明显看出其引进是多么不易.”在古代数学家中,高斯最敬佩阿基米德,可是高斯也对阿基米德未能发明十进位制及其表示法感到遗憾,高斯说:“令人不解的是,他怎么会没有看出这一点,假如阿基米德能做出这个发现的话,那么现在的科学该处在多么高的水平上呀!”高斯讲的是一件具体的事,却实际上从侧面阐明了符号的巨大作用. 今天,由于阿拉伯数字的有效性、先进性,它已被全人类所采用.

牛顿和莱布尼兹分别独立地创造了微积分,同时,他们也分别独立地创造了不同的微积分符号. 牛顿用点表示微分,莱布尼兹用 d 表示微分,后来分别被称为“点派”,“d 派”. 后来的历史做出了判定:莱布尼兹的符号促进了数学的发展,牛顿的符号却阻碍了发展(例如曾一度影响英国数学的发展),“d 派”源远流长,“点派”早已结束.

16 世纪到 17 世纪,代数中的文字系数正式被创造出来. 当没有这种文字系数时,关于一元二次方程的根的一般性讨论要写上两百页纸,而在创造了这种文字系数之后只要一页纸就够了. 我们甚至可以说,没有这种创造就不会有后来的群论,不会有近世代数.

人们非常重视符号的创造,因而也给那些在符号创造上有功绩的数学家授以殊荣,莱布尼兹、欧拉(Euler)就被誉为“符号大师”,他们也当之无愧.



## 1.4 发现还是发明

数学的内容是丰富多彩的,这正是古往今来人类丰富多彩的创造的结果.数学创造的类型,可以根据这些结果体现出来的不同水平、不同层次来划分;可以根据性质的不同、范围的不同来划分;可以根据方法的差异、创造途径的差异来划分……然而,关于数学的创造究竟是发现的还是发明的,要划分清楚却颇不容易,数学界长期存在不同的看法.

蒸汽是被发现的还是被发明的?发现的,因为客观世界本存在着蒸汽,人们只是去发现它,并非发明它.蒸汽机是被发现的还是被发明的?发明的,因为蒸汽机出现之前,客观世界中并没有一部现存的蒸汽机摆在那里.

电是被发现的,然而,电动机、电灯、电话、电报……却是发明的.

原子是被发现的还是被发明的?原子弹是被发现的还是被发明的?对这两个问题的回答也容易明确地做出.

客观世界的实际事物,在人们认识它之前业已存在,后来被认识了,如电子、原子、细胞、氢、氧……它们被人发现了,这种发现当然也是创造,在一定条件下也是了不起的创造,但这不是发明.客观世界中本无对应的实际事物或现象,却被人们依据一定的规律、依靠一定的手段创造出来了,这是发明.

“0”这个符号是发现还是发明?这个问题恐怕不是那么容易回答的.

也许有人会说“0”当然是被发现的,而且是很容易发现的.且慢,让我们作一番考察后再说.

在回答“0”是否是被发现的之前,我们应当首先指出它的出现就是不容易的.实际上,零被认识得特别晚,比一、二、三、四……要晚得多.至于符号“0”的出现则更晚,它产生于公元9世纪(有一说是在6世纪).“0”出现之前,在我国曾用空格、□或○,在欧洲曾用·.中国创造思想和记号都是很先进的,但在记号上未出现“0”.事情可不简单,罗马教皇还曾宣布:“数是上帝创造的,不允许这个邪物‘0’玷污神圣的数.”如前所述,罗马数字中确实还没有“0”.

客观世界中本就存在着“0”的对应事物或现象吗?让我们看一个