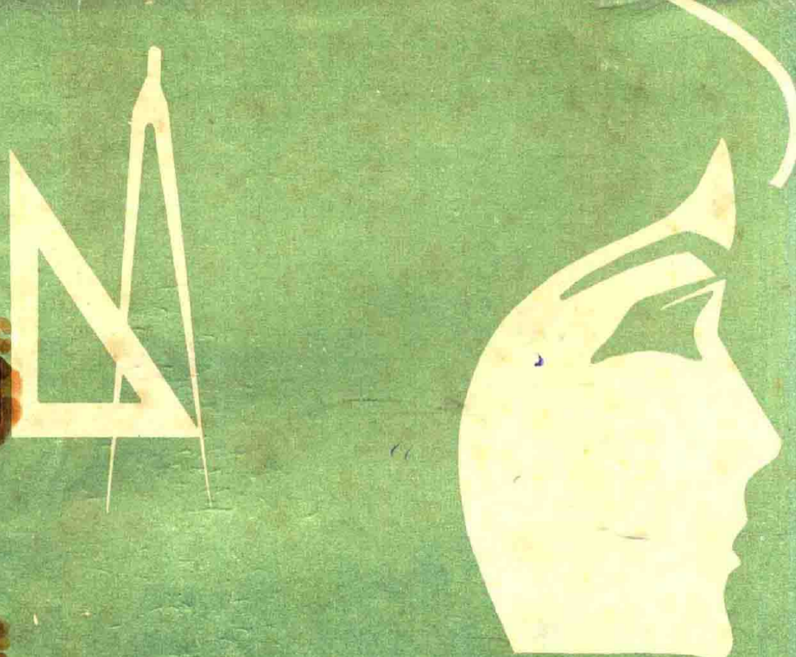


中学课外辅导丛书

初中代数第三册
单元能力训练

辽宁教育出版社

初中代数第三册单元能力训练
李国凡　金多玺　编

辽宁教育出版社出版　辽宁省新华书店发行
（沈阳市南京街6段1里2号）沈阳市第一印刷厂印刷

字数：60,000　开本：787×1092 1/32　印张：2 3/4
印数：207,401—351,800
1987年6月第1版　1988年6月第2次印刷

责任编辑：俞晓群　责任校对：理　于
封面设计：王昕为

ISBN 7—5382—0557—8／G·528　定价：0.49元

目

习 题 部 分

第九章　数的开方

一　平方根及算术平方根

1. 填空：

（1）如果一个数的平方等于a，这个数就叫做a的（　）。

（2）一个正数有（　）平方根，它们互为（　）数。

（3）负数（　）平方根，$\sqrt{a}$中的a（　）。

（4）正数a的（　）平方根，叫做的a（　）。

（5）（　）的算术平方根仍旧是零。

（6）求a的n次方根的（　）叫做把a开（　）方，a叫做（　）数，n叫做（　）数。

（7）$\sqrt[3]{-0.001}$ =（　），$-\sqrt[3]{a^3}$（$a<0$）=（　）。

（8）正数有一个（　）立方根，负数有一个（　）的立方根，$\sqrt[3]{0}$ =（　）。

2. 判断下列各题的对错，对的在（　）内打"√"，错的在（　）内打"×"。

（1）在实数集中，任何一个数都有两个平方根．（　）

（2）在实数集中，任何一个数都可以开平方．（　）

（3）若b为实数，b的算术平方根可以写成$\sqrt{b}$。（ ）

（4）$\sqrt{-a}$在$a\leqslant 0$时，表示非负数$-a$的算术平方根。（ ）

（5）$(-5)^2$的平方根是$+5$。（ ）

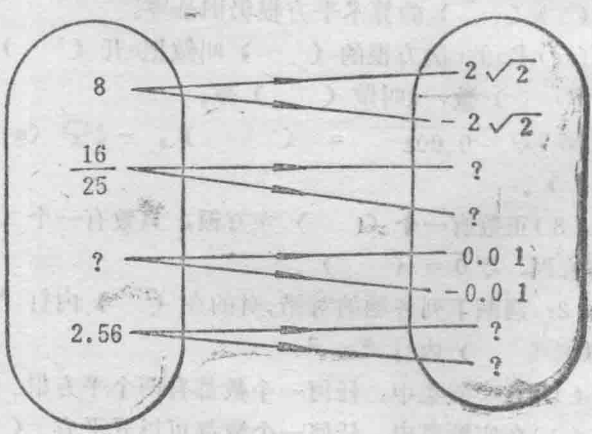
（6）$(-6)^3$的立方根是-6。（ ）

（7）$-\sqrt{289}$的值可以由查28.9的平方根表来得到。（ ）

3. 填空（算术平方根的意义及符号）：

算术平方根的专用符号是"$\sqrt{\ }$"，在中学课本中凡遇到这个符号，就意味着根号下式的值是非负数；它本身表示的值也是非负数。比如：$\sqrt{1-2x}$，x须是$\leqslant\frac{1}{2}$的实数；$\sqrt{1-2x}$的值是$\geqslant 0$。对于$-\sqrt{2x-1}$，x须是（ ）的实数，它的值须是（ ）。对于$\frac{1}{\sqrt{x-1}}$呢？

4. 把图中的"？"求出来：



5. 填表格：

a	121	144	169	2.25	0.0256		324	361	441	625	$\frac{196}{961}$	
$\sqrt{a}$	11					17						32

6. 填置不等号：

(1) $\sqrt{2}$ (　　) 1.414。

(2) $\sqrt{3.1}$ (　　) $\sqrt{3}$。

(3) $\sqrt{0.8101}$ (　　) $\sqrt{0.81}$。

(4) $-\sqrt{3}$ (　　) $\sqrt[3]{-8}$。

(5) 查表比较 $\sqrt{2}$ (　　) $\sqrt[3]{2}$，$\sqrt{3}$ (　　) $\sqrt[3]{3}$。

(6) $a>1$时 $\sqrt{a}$ (　　) 1，$0\leqslant a\leqslant 1$时 $\sqrt{a}$ (　　) 1，对于立方根呢？

7. 计算：

(1) $\sqrt{\frac{313}{625}-\left(\frac{12}{25}\right)^2}$.

(2) $-\sqrt[3]{\frac{19}{27}-1}$.

(3) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$.

(4) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

(5) $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$.

(6) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$.

(7) 当$0\leqslant a<1$时，$\sqrt{a+1-2\sqrt{a}}$.

8. 填括号：

(1) $(\pm 70)^2=4900$.

(2) (　　)$^3=0.001$.

(3)(　　)$^2=0.0001$.

(4)(　　)$^2=2400$.

(5)(　　)$^2=96$.

9. 应用题：

(1)若$a^2+b^2=c^2$，其中$b=12$，$c=13$。求实数a。

解：$\because a^2=c^2-$（　）=（　）$-12^2=$（　）·1，

$\therefore a=$（　）。

(2)何数的平方加上4便得$10-4\sqrt{2}$？求这个数。

解：设这个数是(x)，依题意得$\boxed{\quad\quad}=10-4\sqrt{2}$，

$x^2=6-4\sqrt{2}=$（　）$-2\cdot2\cdot\sqrt{2}+$（　）=（　）^{2}，$\therefore x=$（　）。

二　立　方　根

1. 填空：

一般地，如果一个数的立方等于a，这个数就叫做a的（　　），也叫做三次方根。如果$x^3=a$，那么（　　）叫做（　　）的立方根。

求一个数的立方根的运算，叫做（　　），开立方与立方互为（　　）。

如果a＞0，那么$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$。所以，求负数的立方根，只要先求出（　　）的立方根，然后再取它的（　）。

一般地，正数的奇次方根是一个（　　）；负数的奇次方根是一个（　　）。当n是奇数时，a的n次方根用符号（$\sqrt[n]{a}$）表示。

负数没有（　　）方根；零的n次方根是零。

正数a的正的n次方根叫做a的n次（　　）。

2. 填立方根表（见下页）：

3. 如果长方体的各棱长是0.072、1、3米，求和它体积

相等的正方体的棱长是多少？

a	216	343	729	-512	$\frac{64}{125}$	$-\frac{27}{1331}$	2^{12}
$\sqrt[3]{a}$							

三　实　数

1．填空：

有限小数或循环小数称为（　　）；无限不循环小数称为（　　）．有理数和无理数统称（　　）．实数和数轴上的点是（　　）的．

正数的绝对值是它本身；负数的绝对值是它的（　）；零的绝对值是零．

有理数的运算律和运算性质对于实数仍然成立．在实数集合中（　　）不能开偶次方．（　　）不能作分母．

几个非负数的和等于零，则每个非负数都等于零．这是非负数的一个重要性质．

2．选择题：把下列各数填入有理数集合或无理数集合中，$\sqrt{5}$，π，3.1416，0.6，$-3\frac{1}{3}$，$\frac{1}{\sqrt{2}}$，$(2\sqrt{3})^2$，$(2\sqrt{3})^3$，$\sqrt[3]{25}$，$3.14-\pi$，$\sqrt{3}-\sqrt{2}$，0.23131，$e=2.71828$……．

3．填空：

自然数集中有最（　　）的数是（　　）．有理数集中没有最小的数也没有最大的数．无理数集、实数集也是这样．不过绝对值最小的有理数是存在的，它是（　　），它也是绝对值最小的实数．负整数集中最大的数是（　　）．正偶

数集中最小的数是（　　）．－1是负奇数集中的（　）。

0属于偶数集，也属于整数集，不是正数也不是负数，它是有理数，是实数。

四　训　练　题

1．化简（去掉双重根号）：

例：$\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}-1)=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$。

$\sqrt{3-\sqrt{5}}=$

$\sqrt{4-\sqrt{15}}=$

2．若实数a, b满足$\sqrt{1-3a}+|b+1|=0$，求a, b.

3．若$\sqrt{2a+1}+|3b-1|+(2c-1)^2=0$，求实数a、b、c。

4．若$\sqrt{x-1}=|xy-2|=0$，求实数x、y。

5．把$\sqrt{3}$用三角形中的线段表示出来．$\sqrt{2}$、$\sqrt{5}$呢？

第十章　二　次　根　式

一　二　次　根　式

1．填空：

（1）式子$\sqrt{a}$（$a\geqslant0$）叫做（　　），它是一个（　　）即$\sqrt{a}\geqslant0$。

课本规定，本章里如没有特别说明，所有字母都表示正数．为今后学习的方便，这里不遵循这个规定，只遵循二次根式的值是非负数，二次根号下式子的值也是非负数，这样比较科学、严密．

(2)把非负数写成一个数的平方的形式：

例：$20=(\sqrt{20})^2=(2\sqrt{5})^2$.

$12a=(\sqrt{\quad\quad})^2=(\quad\quad)^2$.

$3-2\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}+1=(\sqrt{2}-1)^2$.

$\frac{3}{4}$，$-b$，$4+2\sqrt{3}$.

(3)把算术根化成绝对值：

例：$\sqrt{(a-2)^2}=|a-2|=\begin{cases}a-2 & (a\geqslant 2),\\ 2-a & (a<2).\end{cases}$

$\sqrt{a^2-2ab+b^2}=\left|\quad\quad\quad\right|=\begin{cases} & (a\geqslant b\text{时}),\\ & (a<b\text{时}).\end{cases}$

2．脱去下列算术根的绝对值：

$\sqrt{1-4x+4x^2}=|\quad\quad\quad|=$

$\sqrt{2-2\sqrt{2}x+x^2}=|\quad\quad\quad|=$

$\sqrt{[a-(\sqrt{2}+1)]^2}=|\quad\quad\quad|=$

3．填空：

例：$(\sqrt{a-b})^2=(a-b)\quad(a>b)$.

$\sqrt{a^{2(n+1)}}=\boxed{\quad\quad}$，n是自然数。

$\sqrt{(x+y)^4(x-y)^4}=\boxed{\quad\quad}$.

$\sqrt{a^2-4a+4}=\boxed{\quad\quad}$，$a<2$.

$\sqrt{a-4\sqrt{5}}=\boxed{\quad\quad}$.

$\sqrt{11-6\sqrt{2}}=\boxed{\quad\quad}$.

4．选择恒等式：

(A) $|a-b|^2$；$(b-a)^2$.　(B) $\sqrt{(a-b)^2}$；$a-b$.

(C) $|2-x|$；$|x-2|$.　(D) $(a-b)^3$；$(b-a)^3$.

(E) $\sqrt[3]{(1-x)^3}$；$1-x$.　(F) $\sqrt{(1-x)^2}$；$1-x$.

(G) $\sqrt{(a-b)^2}$；$|b-a|$.　(H) $\sqrt{(\pi-1)^2}$；$\pi-1$.

5．化简：

(1)设$2m+7<0$，化简$\sqrt{m^2+6m+9}-\sqrt{m^2-4m+4}$.

(2)$\sqrt{(x-y)^2}+|y-x|+\sqrt{x^2+y^2+2xy}$，其中x，y满足：$x<y<0$.

(3)已知$-1<x<3$，化简$2\sqrt{x^2-6x+9}+|2x+3|$。

(4)已知$2<a<5$，化简$\sqrt{(a+1)^2-4a}+\sqrt{(a-7)^2}$。

(5)已知$1<a<5$，化简$\sqrt{(a+b)^2-24a}+\dfrac{|1-a|+a-1}{2}$.

(6)若$a>0$，$b>0$，化简$\sqrt{(a+b)^2-(a-b)^2}$。

二　二次根式的性质

1．填空：

(1)$\sqrt{a^2b}=(\quad)\sqrt{b}$。

(2)$\sqrt{(-2)^2a^2b^3}=(\quad)\sqrt{b}$。

(3)$\sqrt{\dfrac{x}{y}}=(\quad)\sqrt{xy}$.

(4)当$x>0$时，$x\sqrt{\dfrac{y}{x^2}}=(\sqrt{\quad})$；

当$x<0$时，$x\sqrt{\dfrac{y}{x^2}}=(\quad)$。

(5)当$x<0$时，$\dfrac{1}{x}\sqrt{x^2y}=(\quad)$。

(6)$\sqrt{\dfrac{a^3b^3}{c^2}}=\left(\dfrac{\quad}{|c|}\sqrt{ab}\right)$。

(7)$\sqrt{\dfrac{a^4b^3}{c^2}}=(\quad)$。

(8) $\sqrt{\dfrac{a^4b^3}{c}}=(\quad)$.

(9) $\sqrt{\dfrac{a^3b^3}{c^3}}=\left|\dfrac{ab}{c}\right|\sqrt{\dfrac{ab}{c}}=(\quad)\sqrt{abc}$.

(10) $-2a\sqrt{bc}=(\quad)$, $a\leqslant 0$.

(11) $-2a\sqrt{bc}=(-\sqrt{\quad})$, $a<0$,

(12) $\sqrt{-\dfrac{a^2b^3}{c^2}}=(\quad)\sqrt{-b}$.

2. 下列各式在什么条件下成立？（把等式成立的条件填在（　）中）

(1) $\sqrt{4a^2b^3}=2ab\sqrt{b}$ $(b\geqslant 0, a\geqslant 0)$.

(2) $4b\sqrt{bc}=\sqrt{16b^3c}$ (　　　).

(3) $\sqrt{4a^3b}=-2a\sqrt{ab}$ (　　　).

(4) $\sqrt{9a^4b}=3a^2\sqrt{b}$ (　　　).

(5) $x\sqrt{a}=\begin{cases}\sqrt{x^2a} & (\qquad).\\ -\sqrt{x^2a} & (\qquad).\end{cases}$

(6) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{1}{|b|}\sqrt{ab}$ (　　　).

(7) $\sqrt{\dfrac{4x}{3y}}=\dfrac{2}{-3y}\sqrt{3xy}$ (　　　).

(8) $\sqrt{\dfrac{n^2}{3m^2}}=\dfrac{1}{3}\dfrac{n}{m}\sqrt{3}$ (　　　).

(9) $x^2\sqrt{\dfrac{y}{x}}=x\sqrt{xy}$ (　　　).

3. x在什么范围下列等式成立？

$\sqrt{x^2-1}=\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+1}$; $\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$.

4. a、b、c在什么条件下，等式$\sqrt{\dfrac{ab^4}{c^2}}=-\dfrac{b^2}{c}\sqrt{a}$成立？

三 最简二次根式和同类二次根式

1. 选择题：（从下列根式中选出最简二次根式）

(1) $\sqrt{a^2+1}$. (2) $\sqrt{4a}$. (3) $\dfrac{1}{3}\sqrt{x}$.

(4) $\dfrac{1}{2}\sqrt{xy^2}$. (5) $a\sqrt{(c+1)^2}$. (6) $\sqrt{a^2-b^2}$.

(7) $\sqrt{\dfrac{a^2}{b}}$. (8) $\dfrac{1}{b}\sqrt{a}$. (9) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

(10) $\sqrt{\dfrac{x}{2}}$. (11) $\dfrac{1}{4}\sqrt{y}$. (12) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{mn}$.

(13) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x}$.

2. 选出与$\sqrt{3}$同类的二次根式：

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, $\dfrac{1}{2}\sqrt{27}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $(3\sqrt{3})^3$, $\sqrt{45}$,

$\sqrt{50}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{54}$, $\dfrac{1}{2}\sqrt{18}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{96}$,

$\sqrt{576}$, $\sqrt{192}$.

3. 选择同类二次根式分别填入含$\sqrt{x}$，$2\sqrt{x}$的集合中：

(1) $\sqrt{\dfrac{1}{x}}$. (2) $\sqrt{x^5}$. (3) $\sqrt{\dfrac{x^3}{2}}$.

(4) $x\sqrt{\dfrac{36}{49x}}$. (5) $\sqrt{x^2}$. (6) $\dfrac{2}{3}\sqrt{8x}$.

(7) $6x\sqrt{\frac{1}{2x}}$.　(8) $-\sqrt{\frac{1}{9x}}$.　(9) $\sqrt{\frac{1-x}{x}+1}$.

(10) $\sqrt{x}$.　(11) $\sqrt{2x}$.

4. 求证下列各式是同类根式：

(1) $\sqrt{\frac{a^4}{b^4}-\frac{a^2}{b^2}}$；　$\sqrt{\frac{ac^2+bc^2}{a-b}}$.

(2) $\sqrt{\frac{1}{m}-n}$；　$\sqrt{\frac{n^6-mn^7}{mn^2}}$；　$\sqrt{m^3-m^4n}$.

5. (1) 如果最简根式 $\sqrt[2a-2]{2a+b}$、$\sqrt[4b-a]{3a-b}$ 是同类根式，求a、b的值。

(2) 如果最简根式 $\sqrt[3a+2]{4a+3b}$，$\sqrt[b+4]{2a-b+6}$ 是同类根式，求a、b的值。

6. 合并下列各式中的同类根式：

(1) $\sqrt{0.5}-2\sqrt{8}-\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{32}-\frac{2}{3}\sqrt{3}-2\sqrt{\frac{1}{3}}$.

(2) $\sqrt{18}-\frac{1}{\sqrt{2}}-2\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{12}-\frac{1}{\sqrt{8}}$.

(3) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{9}}-\sqrt{3}+\sqrt{\frac{3}{16}}+\sqrt{12}+\sqrt{32}-\sqrt{27}$.

(4) $\sqrt{ab}-\sqrt{a^3b}+\sqrt{a^2b^3}+\sqrt{a^5b^3}$.

四　二次根式的加减

1. 计算　$5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{45}-\frac{17}{10}\sqrt{5}$.

2. 计算 $\left(\sqrt{45}-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)-\left(\sqrt{18}+2\sqrt{20}-\sqrt{7-\sqrt{40}}\right)$.

3. 计算$\frac{1}{3}\sqrt{45}+\frac{24}{\sqrt{8}}-\sqrt{500}-(18\sqrt{\frac{1}{2}}-4\sqrt{1.25})$。

4. 计算 $\frac{2}{3}\sqrt{27x^3}+6x\sqrt{\frac{x}{3}}-(x^2\sqrt{\frac{3}{x}}+2x\sqrt{27x})$。

5. 设$x>y>0$，化简：

$$(x+y)\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}-(x-y)\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}+$$

$$\sqrt{(x^2-y^2)(x+y)^2}-\sqrt{(x-y)^3(x+y)}.$$

6. 化简：

$$3a\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}-3x\sqrt{\frac{(a-x)^2}{a^2-x^2}}-2a\sqrt{\frac{(a+x)(a-x)}{(a+x)^3}}$$

$$+\frac{12x}{a+x}\sqrt{\frac{a^2-x^2}{4}}+\frac{2a}{a+x}\sqrt{a-x}.$$

7. 二次根式与乘法公式填空：

(1)例：$6+2\sqrt{5}=(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}+1=(\sqrt{5}+1)^2$；

$5-2\sqrt{6}=(\sqrt{3}\qquad\qquad)^2$；

$9-4\sqrt{2}=(2\sqrt{2}\qquad\qquad)^2$.

(2)$(\sqrt{b})^3+3(\sqrt{b})^2+3\sqrt{b}+1=(\qquad)^3$.

(3)$b\sqrt{b}+3b\cdot2+3\sqrt{b}\cdot2+1=(\qquad)^3$.

(4)$(\sqrt{a})^3-3(\sqrt{a})^2+3\sqrt{a}-1=(\sqrt{a}\qquad)^3$.

(5)$3\sqrt{3}-3\cdot3\cdot\sqrt{2}+3\cdot\sqrt{3}(\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^3=(\qquad)$.

(6)$5\sqrt{2}-7=(\sqrt{2})^3-3\cdot(\sqrt{2})^2\cdot1+3\sqrt{2}\cdot1-1=$
$(\qquad)^3$.

8. 解方程：

(1)$3\sqrt{2x}+7\sqrt{18x}-5\sqrt{8x}-28=0$.

(2)$\sqrt{x-5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}+\sqrt{4x-20}-4=0$.

(3) $3\sqrt{2x+1}+\frac{1}{2}\sqrt{8x+4}-\sqrt{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}=7$.

五　二次根式的乘法

1. 计算 $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(7\sqrt{2}+5\sqrt{3})-(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2$.

2. 计算 $(\sqrt{60}-3\sqrt{8})(\sqrt{10}+2\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6})$.

3. 计算 $(\sqrt{75}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{48})(\sqrt{45}-\frac{3}{\sqrt{5}-2}+6)+(3\sqrt{2}+3)\cdot\sqrt{\left(\sqrt{\frac{1}{9}}-\sqrt{\frac{2}{9}}\right)^2}$.

4. 乘法公式的填空：

例：$\left(\frac{1}{3}\sqrt{xy}-2\sqrt{ab}\right)\left(\frac{1}{3}\sqrt{xy}+2\sqrt{ab}\right)=\left(\frac{1}{9}xy-4ab\right)$.

(1) $\left(\sqrt{\frac{x}{2}}-\sqrt{12a}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{2x}+\frac{1}{a}\sqrt{3a^3}\right)=(\quad)(\quad)$

$=\boxed{\quad\quad}$.

(2) 计算 $(\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}})^2$

$=(\quad\quad)$ (其中$a>b$).

(3) 计算 $(\sqrt{a^2+b}-\sqrt{a^2-b})^2+(\sqrt{a^2-b}+\sqrt{a^2+b})^2=\boxed{\quad\quad}$.

5. 求证：$\left(\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-4b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-4b}}{2}}\right)^2=a+2\sqrt{b}$，其中$a^2>4b$.