

严格依据管理类联考考试大纲编写

MBA、MPA、MPAcc

管理类联考

综合能力辅导教材 数学分册

**高教版
2016**

主编 袁进

适用专业:

MBA · MPA · MPAcc · 旅游管理 · 图书情报 · 工程管理 · 审计

高等教育出版社



2016 MBA、MPA、MPAcc GUANLILEI LIANKAO
ZONGHE NENGLI FUDAO JIAOCAI SHUXUE FENCE

高教版
2016

主编 袁进

MBA、MPA、MPAcc 管理类联考 综合能力辅导教材 数学分册

副主编 周洪桥 许明 孙毅 朱杰 高小兵 龚艳 龚伟 翁宇翔 余泉友

严格依据管理类联考考试大纲编写
华章培训教育集团指定用书

 高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

《2016MBA、MPA、MPAcc管理类联考综合能力辅导教材 数学分册》分为基础篇和强化篇:基础篇涉及大纲规定的基本考试内容和题型;强化篇是在详细研究、系统整理历年真题的基础上,对历年数学试题及典型例题进行了归纳分类,给出了典型例题的解题方法与实用技巧。附录是2014年和2015年管理类专业硕士联考综合能力数学试题及数学必备公式。

《2016MBA、MPA、MPAcc管理类联考综合能力辅导教材 数学分册》适用于参加管理类专业硕士联考的考生和辅导教师。

图书在版编目(CIP)数据

2016MBA、MPA、MPAcc 管理类联考综合能力辅导教材.
数学分册/袁进主编.--北京:高等教育出版社,
2015.2

ISBN 978-7-04-042097-5

I. ①2… II. ①袁… III. ①高等数学-研究生-入
学考试-自学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 023670 号

策划编辑 李晓翠	责任编辑 张耀明	封面设计 王 洋	版式设计 余 杨
插图绘制 郝 林	责任校对 胡美萍	责任印制 朱学忠	

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京鑫海金澳胶印有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 22.75
字 数 540 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landracom.com>
<http://www.landracom.cn>
版 次 2015年2月第1版
印 次 2015年2月第1次印刷
定 价 47.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 42097-00

前 言

管理类专业学位联考(MBA、MPA、MPAcc等)是专门为未来职场精英、专业硕士设计的选拔性考试,从内容和形式上都类似于国外商学院入学考试(GMAT)。考试分两张试卷,英语卷(满分100分)和综合能力卷(满分200分)。其中综合能力卷由三部分组成,数学基础(75分)、逻辑推理(60分)、写作(65分)。总分、综合能力和英语都有分数线,要想进名校深造,数学必定要拿高分。

综合能力卷中的数学基础,由算术、代数、几何、数据分析四部分组成,主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,通过问题求解和条件充分性判断两种题型进行测试。考纲中明确指出,要求考生具有运用数学基础知识、基本方法分析和解决问题的能力。该考试与考生以往遇到过的数学考试的显著差别有以下几个方面:首先,条件充分性判断是考生在以往的考试(中考、高考等)中都没有遇到过的,该题型是一种带逻辑推理的数学试题。其次,综合能力卷的三部分内容在一张试卷中,要在3小时内完成25道数学题、30道逻辑题、2篇作文的写作,对考生的能力和速度都有一定要求。纵观近几年的数学试题,考题有如下特点:

- 1) 内容特点:初等数学(小学、初中、高中),起点不高、内容不深,知识点由单一转为复合;
- 2) 题型特点:都是客观选择题,选对正确答案即可;
- 3) 要求特点:时间紧,强度大,灵活度高,技巧性强,会做不够(普适性方法),还要会“秒杀”(实用解题技巧,只要有考试就有应试方略与技巧);
- 4) 计算特点:计算量不大,但要求准确、快速。

针对数学试题的特点,我们编写了这本数学辅导书,读者可以分层次学习:本书基础篇涉及的是大纲规定的基本考试内容和题型;强化篇是在详细研究、系统整理历年真题的基础上,对历年数学试题及典型例题进行了归纳分类,给出了典型例题的解题方法与实用技巧。数学要考高分,其实也不难。因为考试题型的限定,所以知识点是有限的,如能练好基本功、再掌握一些实用的解题技巧,数学得高分不是问题!

如何复习?广大考生应该分阶段、有重点地进行系统安排。广大考生都是职场中的精英,平时工作都很忙,如何提高复习效率是大家最关注的问题。所以,我们建议广大考生站在华章巨人的肩膀上,选择权威的辅导机构、专业的辅导老师、优秀的教辅教材,这样可以少走很多弯路,大大节约复习时间。我们每年辅导几万名考生,其中有一些数学困难户(年龄大、离开校园时间长、工作忙、没有时间复习、原本数学就比较弱等),他们通过华章的辅导、自身的努力也考进了名校。实践证明,只要有恒心、有毅力、坚持不懈就能圆名校梦,为今后更好地在职场发展提供坚实的保障!

由于时间仓促,本书在编写过程中难免有疏漏之处,欢迎批评指正。

华章培训教育集团

2014年12月

条件充分性判断题的解题说明

定义 由条件 A 成立, 就可以推出结论 B 成立(即 $A \Rightarrow B$), 则称 A 是 B 的充分条件. 若由条件 A , 不能推出结论 B 成立(即 $A \nRightarrow B$), 则称 A 不是 B 的充分条件.

解题说明: 本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中的结论, 阅读每小题中的条件(1)和条件(2)后进行选择.

- A. 条件(1)充分, 但条件(2)不充分
- B. 条件(2)充分, 但条件(1)不充分
- C. 条件(1)和条件(2)单独都不充分, 但条件(1)和条件(2)联合起来充分
- D. 条件(1)充分, 条件(2)也充分
- E. 条件(1)和条件(2)单独都不充分, 条件(1)和条件(2)联合起来也不充分

例 1 (条件充分性判断) 方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$.

(1) $x = -1$;

(2) $x = 2$.

解 由条件(1) $x = -1$, 可知 $x^2 - 3x - 4 = (-1)^2 - 3 \times (-1) - 4 = 0$, 即由条件(1) $x = -1$ 推出 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 成立, 所以条件(1)充分.

由条件(2) $x = 2$, 得 $x^2 - 3x - 4 = 2^2 - 3 \times 2 - 4 = -6 \neq 0$, 因此条件(2)不充分. 故此题应选 A.

例 2 (条件充分性判断) 要使 $\frac{1}{a} \geqslant 1$.

(1) $a \leqslant 1$;

(2) $a \geqslant 1$.

解 由 $a \leqslant 1$, 不能推出 $\frac{1}{a} \geqslant 1$, 例如取 $a = -1$, 即条件(1)不充分. 由 $a \geqslant 1$, 则知 $\frac{1}{a} \leqslant 1$, 也不能推出 $\frac{1}{a} \geqslant 1$ 成立, 即条件(2)也不充分. 考虑将条件(1)与条件(2)联合, 若 $a \leqslant 1$ 且 $a \geqslant 1$, 则

$a = 1$, 则 $\frac{1}{1} = 1$ 成立, 即条件(1)和条件(2)单独都不充分, 但条件(1)和条件(2)联合起来充分.

故此题应选 C.

目 录

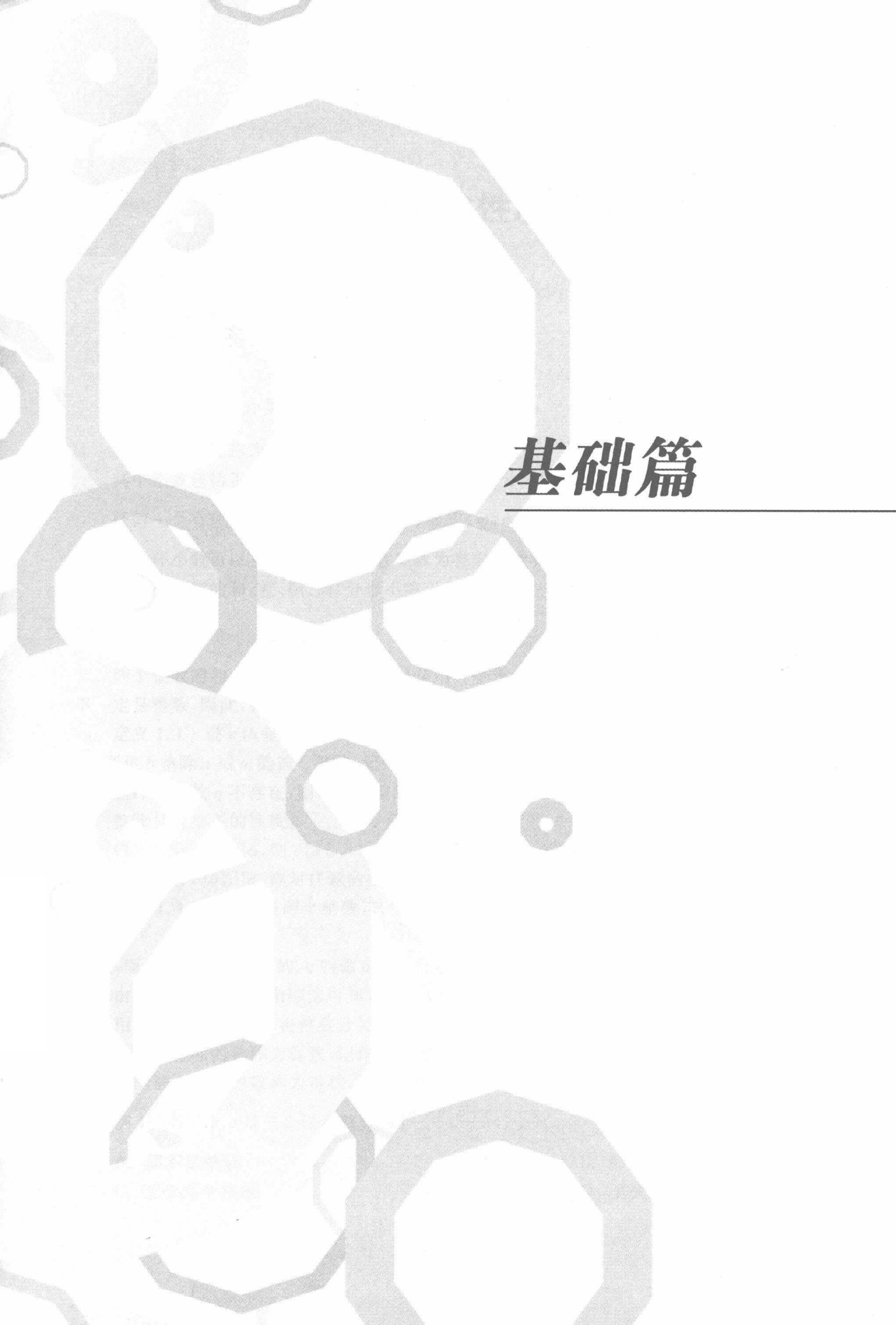
基 础 篇

第一章 实数的性质及其运算..... 3	第一节 平均值 65
第一节 有理数..... 3	第二节 比和比例 67
第二节 实数..... 8	第三节 行程问题 70
第三节 练习 10	第四节 工程问题 72
第二章 绝对值和平均值 14	第五节 练习 74
第一节 绝对值 14	第八章 平面几何与立体几何 77
第二节 平均值 17	第一节 基本概念 77
第三节 练习 19	第二节 基础题型 82
第三章 整式与分式 22	第三节 练习 91
第一节 整式 22	第九章 解析几何 96
第二节 分式 26	第一节 平面解析几何基本
第三节 练习 29	公式 96
第四章 函数 32	第二节 直线方程与直线的
第一节 集合 32	位置关系..... 100
第二节 函数 34	第三节 圆..... 107
第三节 练习 39	第四节 练习..... 112
第五章 方程与不等式 44	第十章 排列与组合..... 116
第一节 方程与方程组 44	第一节 基本概念..... 116
第二节 不等式与不等式组 48	第二节 五类典型问题..... 119
第三节 练习 52	第三节 练习..... 122
第六章 数列 55	第十一章 概率初步..... 125
第一节 基本概念 55	第一节 概率初步..... 125
第二节 等差数列 57	第二节 练习..... 132
第三节 等比数列 59	第十二章 数据描述..... 136
第四节 练习 62	第一节 方差与标准差..... 136
第七章 应用题 65	第二节 数据的图表表示..... 137

强 化 篇

第一章 整数、有理数、实数..... 143	第二节 考点分析..... 144
第一节 考点概述..... 143	第三节 过关测试..... 148

第二章 整式与分式.....	152	第三节 过关测试.....	249
第一节 考点概述.....	152	第七章 平面几何图形与立体几何	
第二节 考点分析.....	153	图形.....	253
第三节 过关测试.....	156	第一节 考点概述.....	253
第三章 平均值与绝对值.....	160	第二节 考点分析.....	255
第一节 考点概述.....	160	第三节 过关测试.....	265
第二节 考点分析.....	161	第八章 解析几何.....	270
第三节 过关测试.....	175	第一节 考点概述.....	270
第四章 方程与不等式.....	179	第二节 考点分析.....	276
第一节 考点概述.....	179	第三节 过关测试.....	297
第二节 考点分析.....	180	第九章 排列组合.....	300
第三节 过关测试.....	194	第一节 考点概述.....	300
第五章 数列.....	198	第二节 考点分析.....	300
第一节 考点概述.....	198	第三节 过关测试.....	312
第二节 考点分析.....	199	第十章 概率初步.....	316
第三节 过关测试.....	213	第一节 考点概述.....	316
第六章 应用题.....	217	第二节 考点分析.....	318
第一节 考点概述.....	217	第三节 过关测试.....	328
第二节 考点分析.....	222		
附录 A	333		
2014 年全国硕士研究生招生考试管理类专			
业硕士学位联考综合能力			
数学试题.....	333		
答案与解析.....	336		
2015 年全国硕士研究生招生考试管理类专			
业硕士学位联考综合能力			
数学试题.....	340		
答案与解析.....	343		
附录 B 数学必备公式	347		

The background of the page is a light gray pattern of interlocking octagons, some of which are solid and others are hollow, creating a geometric, tessellated effect.

基础篇



第一章 实数的性质及其运算

第一节 有理数

一、有理数的分类及基本概念

整数和分数统称为有理数.

其中整数包括正整数、负整数和零;分数包括正分数和负分数.

任何一个有理数都可以写成分数 $\frac{m}{n}$ 的形式(m, n 均为整数, $n \neq 0$). 因为分数与有限小数和无限循环小数可以互化, 所以又称有理数为有限小数和无限循环小数.

两个有理数的和、差、积、商(分母不等于 0)仍然是一个有理数.

二、整数

两个整数的和、差、积仍然是整数, 但是用一个不等于零的整数去除另一个整数所得的商不一定是整数, 因此, 我们有以下整除的概念:

定义 1.1 设 a, b 是任意两个整数, 其中 $b \neq 0$, 如果存在一个整数 q , 使得等式 $a = bq$ 成立, 则称 b 整除 a 或 a 能被 b 整除, 记作 $b|a$, 此时我们把 b 叫做 a 的因数, 把 a 叫做 b 的倍数. 如果这样的整数 q 不存在, 则称 b 不整除 a . 记作 $b \nmid a$.

整除具有如下的性质:

(1) 如果 $c|b, b|a$, 则 $c|a$;

(2) 如果 $c|b, c|a$, 则对任意的整数 m, n , 有 $c|ma + nb$.

定理 1.1 设 a, b 是两个整数, 其中 $b > 0$, 则存在整数 q, r 使得

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

成立, 而且 q, r 都是唯一的. q 叫做 a 被 b 除所得的不完全商, r 叫做 a 被 b 除所得的余数.

由整除的定义及带余除法可知, 若 $b > 0$, 则 $b|a$ 的充要条件是带余除法中余数 $r = 0$.

用带余除法, 我们可将整数分类:

能被 2 整除的数称为偶数, 记作 $2n (n \in \mathbb{Z})$;

不能被 2 整除的数称为奇数, 记作 $2n \pm 1 (n \in \mathbb{Z})$.

例 1 若 a, b, c 是三个任意整数, 则 $\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}$ ().

A. 都不是整数

B. 都是整数

C. 至少两个整数

D. 至少一个整数

E. 正好一个是整数

【答案】 D

【解析】 三个整数中至少有两个数同为奇数或同为偶数,即 $a+b, b+c, c+a$ 中至少有一个为偶数,因此 $\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}$ 中至少有一个是整数.

答案是 D.

例 2 当整数 n 被 7 除时,其余数为 4,则当 $2n+1$ 被 7 除时,其余数为().

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

【答案】 B

【解析】 由已知 $n=7q+4$ (q 为整数),从而 $2n+1=2(7q+4)+1=7(2q+1)+1+1=7(2q+1)+2$.

答案是 B.

例 3 若 m 和 n 是整数,则 $mn+1$ 能被 3 整除.

(1) m 被 3 除时,其余数为 1;

(2) n 被 9 除时,其余数为 8.

【答案】 C

【解析】 取 $m=1, n=1$ 或 $m=2, n=8$, 即知条件(1)和条件(2)单独都不充分,联合条件(1)和条件(2), $m=3k_1+1, n=9k_2+8$.

$$\begin{aligned} mn+1 &= (3k_1+1)(9k_2+8)+1=27k_1k_2+9k_2+24k_1+9 \\ &= 3(9k_1k_2+3k_2+8k_1+3). \end{aligned}$$

因此 $mn+1$ 是 3 的倍数.

答案是 C.

例 4 【2012 年 1 月真题】 知 m, n 是正整数,则 m 是偶数.

(1) $3m+2n$ 是偶数;

(2) $3m^2+2n^2$ 是偶数.

【答案】 D

【解析】 由条件(1),因为 $3m+2n$ 是偶数,所以 $3m$ 是偶数,从而 m 一定是偶数. 即条件(1)充分.

由条件(2),因为 $3m^2+2n^2$ 是偶数,所以 $3m^2$ 是偶数,从而 m 一定是偶数. 即条件(2)也充分.

三、质数与合数

1. 定义

在正整数中,1 的正因数只有它本身,因此在整数中 1 的地位是很特殊的. 任何一个大于 1 的整数,都至少有两个正因数,即 1 和这个整数本身. 将大于 1 的整数,按照它们含有正因数的个数分类,可以将正整数分为质数和合数.

定义 1.2 一个大于 1 的整数,如果它的正因数只有 1 和它本身,则称这个整数是质数(素数);一个大于 1 的整数,如果除了 1 和它本身,还有其他正因数,则称这个整数是合数.

若 $(a, b) = 1$, 则称 a, b 互质.

定义 1.4 设 a, b 是两个整数, 若整数 d 满足 $a|d$ 且 $b|d$, 则称 d 是 a, b 的一个公倍数, a, b 的所有公倍数中最小的正整数叫做 a, b 的最小公倍数, 记为 $[a, b]$.

定理 1.3 设 a, b 是任意两个正整数, 则有

(1) a, b 的所有公倍数就是 $[a, b]$ 的所有倍数, 即若 $a|d$ 且 $b|d$, 则 $[a, b]|d$;

(2) $[a, b] = \frac{ab}{(a, b)}$, 特别当 $(a, b) = 1$, 则 $[a, b] = ab$.

例 9 $[10, 14] - (10, 14) = (\quad)$.

A. 70

B. 68

C. 65

D. 63

E. 60

【答案】 B

【解析】 $10 = 2 \cdot 5, 14 = 2 \cdot 7$, 从而 $(10, 14) = 2, [10, 14] = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$, 则 $[10, 14] - (10, 14) = 70 - 2 = 68$.

答案是 B.

例 10 若 n 是整数, 则 $\frac{n}{15}$ 也是整数.

(1) $\frac{3n}{15}$ 是一个整数;

(2) $\frac{8n}{15}$ 是一个整数.

【答案】 B

【解析】 $\frac{a}{b}$ 是一个整数的充分必要条件是 b 整除 a , 由条件(1), 15 整除 $3n$, 取 $n=5$, 则知

$\frac{n}{15} = \frac{5}{15}$ 不是一个整数, 即条件(1)不充分.

由条件(2), 15 整除 $8n$, 由于 $(15, 8) = 1$, 则必有 15 整除 n , 从而 $\frac{n}{15}$ 是一个整数, 从而条件(2)是充分的.

答案是 B.

五、分数

1. 定义

将单位“1”平均分成若干份, 表示这样的一份或几份的数叫做分数. 表示其中一份的数是这个分数的单位. 分数有真分数、假分数、带分数等. 把“1”平均分成多少份的数, 称为分数的分母; 表示取了多少份的数, 称为分数的分子.

2. 分数的性质

(1) 若 m 与 n 的最大公约数为 1, 则称 $\frac{m}{n}$ 为既约分数;

(2) 分数的分子和分母同时乘或除以一个非零的数, 分数值不变. 即

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{\frac{a}{m}}{\frac{b}{m}} \quad (b \neq 0, m \neq 0).$$

3. 分数的运算

- (1) 同分母分数相加减,分子相加减,分母不变;
 (2) 异分母分数相加减,先通分,然后按照同分母分数的加减法法则进行运算;
 (3) 分数乘整数,用分子和整数相乘作积的分子,分母不变.即

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b};$$

- (4) 分数乘分数,用分子相乘的积作为分子,分母相乘的积作为分母.即

$$\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c};$$

- (5) 一个数除以另一个数(零除外),等于一个数乘另一个数的倒数.

例 11 $\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{99^2}\right) = (\quad).$

- A. $\frac{50}{99}$ B. $\frac{47}{99}$ C. $\frac{50}{97}$ D. $\frac{47}{97}$ E. $\frac{47}{98}$

【答案】 A

【解析】 原式 $= \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{99}\right)\left(1 + \frac{1}{99}\right)$
 $= \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{99}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{99}\right)$
 $= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdots \frac{97}{98} \cdot \frac{98}{99}\right)\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdots \frac{99}{98} \cdot \frac{100}{99}\right) = \frac{1}{99} \cdot \frac{100}{2} = \frac{50}{99}.$

答案是 A.

例 12 $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{2 \times 5} + \cdots + \frac{1}{10 \times 13} = (\quad).$

- A. $\frac{905}{1\,714}$ B. $\frac{903}{1\,714}$ C. $\frac{827}{1\,714}$ D. $\frac{905}{1\,716}$ E. $\frac{903}{1\,716}$

【答案】 D

【解析】 原式 $= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right)$
 $= \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right)$
 $= \frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{11} - \frac{1}{12} - \frac{1}{13}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{11}{6} - \frac{431}{1\,716}\right) = \frac{905}{1\,716}.$

答案是 D.

六、比和比例

1. 比的定义

定义 1.5 两个数 a 和 b 相除又可称作这两个数 a 与 b 的比,记作 $a:b$,即 $a:b = \frac{a}{b}$,其中, a 叫做比的前项, b 叫做比的后项,若 a 除以 b 的商为 k ,则称 k 为 $a:b$ 的比值.

2. 比的基本性质

$$(1) a : b = k \Leftrightarrow a = kb;$$

$$(2) a : b = ma : mb (m \neq 0).$$

3. 比例的定义

定义 1.6 如果两个比 $a : b$ 和 $c : d$ 的比值相等, 就称 a, b, c, d 成比例, 记作 $a : b = c : d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. 其中, a 和 d 叫做比例外项, b 和 c 叫做比例内项.

当 $a : b = b : c$ 时, 称 b 为 a 和 c 的比例中项, 显然当 a, b, c 均为正数时, b 是 a 和 c 的几何平均值.

4. 比例的基本性质

$$(1) a : b = c : d \Leftrightarrow ad = bc \text{ (外项积 = 内项积)};$$

$$(2) a : b = c : d \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ 或 } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (互换外项和内项)}.$$

5. 正反比例

定义 1.7 若 $y = kx$ ($k \neq 0, k$ 为常数), 则称 y 与 x 成正比, k 为比例系数.

若 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0, k$ 为常数), 则称 y 与 x 成反比例, k 为比例系数.

第二节 实数

一、实数的基本概念

有理数和无理数统称为实数.

无理数是无限不循环小数, 有理数能表示成 $\frac{m}{n}$ 的形式, 而无理数不能 (m, n 均为整数, $n \neq 0$).

二、实数的基本性质

在水平直线上取一点表示原点 O , 选取某一长度作为单位长度, 规定直线上向右的方向为正方向, 就得到如图 1-1 所示的数轴.

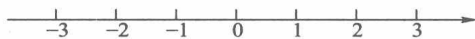


图 1-1

(1) 实数与数轴上的点一一对应. 即对于数轴上的每一个点都可以找到唯一的实数与它对应; 反过来, 对于每一个实数都可以在数轴上找到一个确定的点与它对应;

(2) 若 a, b 是任意两个实数, 则在 $a < b, a = b, a > b$ 中有且只有一个关系成立;

(3) 若 a 是任意实数, 则 $a^2 \geq 0$ 成立.

三、实数的运算

1. 任意两个实数的和、差、积、商(除数不等于零)仍然是实数.

2. 实数的加、减、乘、除四则运算符合加法和乘法运算的交换律、结合律和分配律.

(1) 加法交换律: $a+b=b+a$;

(2) 加法结合律: $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$;

(3) 乘法交换律: $a \times b=b \times a$;

(4) 乘法结合律: $a \times b \times c=(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$;

(5) 乘法分配律: $a \times (b+c)=a \times b+a \times c$; $(a-b) \times c=a \times c-b \times c$.

3. 乘方运算

(1) 当实数 $a \neq 0$ 时, $a^0=1$, $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$;

(2) 负实数的奇数次幂为负数, 负实数的偶数次幂为正数.

4. 开方运算

(1) 在实数范围内, 负实数无偶次方根, 0 的偶次方根是 0, 正实数的偶次方根有两个, 它们互为相反数, 其中正的偶次方根称为算术根. 如: $a > 0$ 时, a 的平方根是 $\pm\sqrt{a}$, 其中 $\sqrt{a}$ 是正实数 a 的算术平方根;

(2) 在运算有意义的前提下, $a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$.

四、实数 x 的整数部分 $[x]$ 和小数部分 $\{x\}$

定义 1.8 对于任意实数 x , 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 令 $\{x\}=x-[x]$, 称 $[x]$ 是 x 的整数部分, $\{x\}$ 是 x 的小数部分.

如: $[\pi]=3$, $[e]=2$, $[-\pi]=-4$, $[\frac{2}{3}]=0$,

$\{\pi\}=0.141\,592\cdots$, $\{\sqrt{2}\}=0.414\cdots$, $\{-2.5\}=0.5$, $\{3.7\}=0.7$.

由定义可得下列性质:

(1) $x=[x]+\{x\}$;

(2) $0 \leq \{x\} < 1$.

例 1 设 a, b 为实数, 则下列结论正确的是().

- A. 若 a, b 是有理数, 则 $a+b$ 也是有理数
- B. 若 a, b 是无理数, 则 $a+b$ 也是无理数
- C. 若 a, b 是无理数, 则 ab 也是无理数
- D. 若 a 是有理数, b 是无理数, 则 ab 是无理数
- E. 以上结论均不正确

【答案】 A

【解析】 若 a, b 为有理数, 则 $a+b, a-b, ab, \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) 都是有理数; 若 a, b 为无理数, 则 $a+b, a-b, ab, \frac{a}{b}$ 可能为无理数, 也可能为有理数; 若 a 为有理数, b 为无理数, 则 $a+b, a-b$ —

定是无理数,其中 $a=0$, 则 $ab, \frac{a}{b}$ 为有理数, $a \neq 0$, 则 $ab, \frac{a}{b}$ 是无理数.

答案为 A.

例 2 若 $a=\sqrt{5}$, a 的小数部分为 b , 则 $a-\frac{1}{b}=(\quad)$.

A. 2 B. 1 C. 0 D. -1 E. -2

【答案】 E

【解析】 $[a]=[\sqrt{5}]=2$, 因此 $b=\sqrt{5}-2$, 从而

$$a-\frac{1}{b}=\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=-2.$$

答案是 E.

例 3 $a^2b-ab^2=4\sqrt{2}$.

(1) $a=3+2\sqrt{2}$;

(2) $b=3-2\sqrt{2}$.

【答案】 C

【解析】 此题答案必为 C 或 E. 联合条件(1)和条件(2),

$$a^2b-ab^2=ab(a-b)=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2})=4\sqrt{2}.$$

答案为 C.

第三节 练习

一、问题求解: 本大题共 15 小题, 每小题 3 分, 共 45 分. 下列每题给出的五个选项中, 只有一项是符合试题要求的.

1. 若 n 为任意自然数, 则 n^2+n 一定().

- A. 为偶数 B. 为奇数
C. 与 n 的奇偶性相同 D. 与 n 的奇偶性不同
E. 无法判断

2. 若自然数 $p, p+10, p+14$ 都是质数, 则 $(p-4)^{2009}+(2-p)^{2010}$ 的值是().

- A. -1 B. 1 C. 0 D. -2 E. 2

3. $\frac{2^3-4^3+6^3-8^3+10^3-12^3}{3^3-6^3+9^3-12^3+15^3-18^3}=(\quad)$.

- A. $\frac{8}{27}$ B. $\frac{27}{8}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{9}{4}$ E. $\frac{2}{3}$

4. 若 $5m+3n(m, n$ 是任意自然数) 是 11 的倍数, 则 $9m+n$ ().

- A. 是 3 的倍数 B. 不是 3 的倍数
C. 对某些 m, n 的值是 11 的倍数 D. 不是 11 的倍数
E. 是 11 的倍数

5. $\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\frac{1}{108}+\cdots+\frac{1}{990}=(\quad)$.