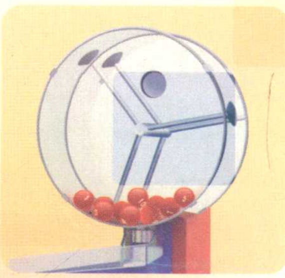
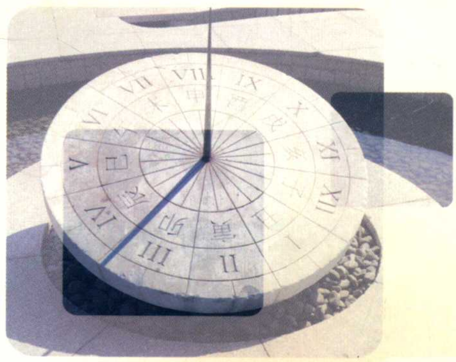
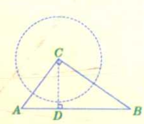
义务教育教科书

数学

九年级 下册





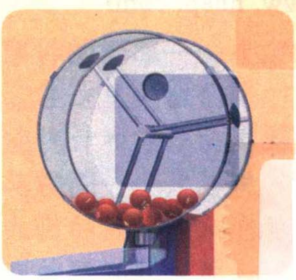


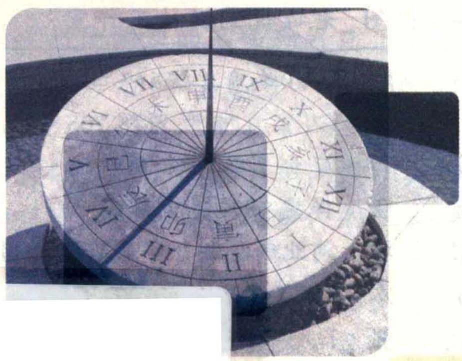
河北教育出版社

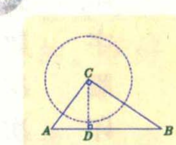
义务教育教科

数学

九年级　下册







河北教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学. 九年级. 下册/杨俊英编著. —石家庄:河北教育出版社,2012.7

义务教育教科书

ISBN 978-7-5434-9538-8

Ⅰ.①数… Ⅱ.①杨… Ⅲ.①中学数学课—初中—教材 Ⅳ.①G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 168434 号

主　　编 杨俊英

副 主 编 王洁敏　缴志清　程海奎

编　　者 (按姓氏笔画排序)
王　佐　李会芳　苏桂海　徐建乐　简　友

书　　名 义务教育教科书
数学　九年级　下册

责任编辑 曹　智　田素雯

责任印制 王淑英

装帧设计 呼玉迈

内文插图 老迈视觉设计工作室

出　　版 河北教育出版社
(石家庄市联盟路705号 http: //www. hbep. com)

发　　行 河北省新华书店

制　　版 保定市佳美制版中心

印　　刷 河北新华联合印刷有限公司

开　　本 787X1092　1/16

印　　张 7.5

字　　数 127 千字

版　　次 2014年10月第1版

印　　次 2014年10月第1次印刷

印　　数 1 -200 000

书　　号 ISBN 978-7-5434-9538-8

定　　价 7.25元

版权所有 · 请勿擅用本书制作各类出版物 · 违者必究

如有印刷质量问题，请与本社出版部联系调换。

服务热线：18603114066　销售热线：0311-88643600

收获在数学世界中

亲爱的同学们：

你们好！本学期是你们在初中的最后阶段，希望你们加倍珍惜，再接再厉，为初中学习生活画上圆满的句号。

当你们拿到这本九年级下册教科书时，以下这些栏目已陪伴了你们近三年的时光。

观察与思考：期待你们通过观察、感悟和思考，获得正确的数学认知。

一起探究：和大家一起探究并认识数学知识、思想和方法，这会使你们有更大的收获。

试着做做、做一做：动手试做，再做一做，这是学习数学不可缺少的。

大家谈谈：和同学们分享自己的学习成果，大家共同进步。

回顾与反思：把握整体内容，梳理知识脉络，总结思想方法，明确注意事项，这是不可或缺的学习环节。

在内容上，这本书共有四个篇章。

直线与圆的位置关系——探究图形与图形之间的位置关系是学习几何的主要任务之一。在这里，我们将探究点与圆、直线与圆的位置关系，从中会发现很多重要的性质和定理，学到很多重要的数学思想方法。

二次函数——它是又一类函数模型。二次函数的图像和性质可以用来解决许多现实问题，尤其是将它与一元二次方程结合起来，应用更加丰富广泛。

随机事件的概率——生活中几乎每时每刻都会遇到概率问题，具体事例不胜枚举。在这里，我们将初步学习和探究一些简单随机事件的概率，体会和掌握一些统计和概率的思想方法。

投影与视图——严格说来，这部分内容属于工程设计的范畴，因此也可以说它是几何的应用。从它自身的内容来说，也许知识并不太多，但重要的是它所体现的研究几何的一些基本思想方法，是其他内容不能代替的。学好它，对于我们全面理解和把握几何是十分有帮助的。

在初中阶段的最后一个学期，祝愿你们在数学上能有更大的进步，为今后的数学学习奠定坚实的基础。

你们的编者朋友

2014 年 9 月

目　录

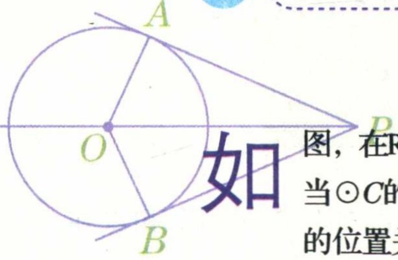
试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第二十九章

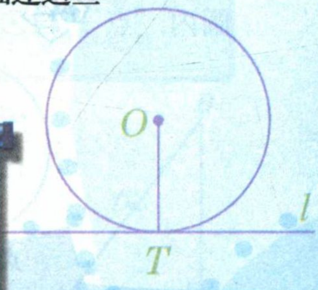
直线与圆的位置关系

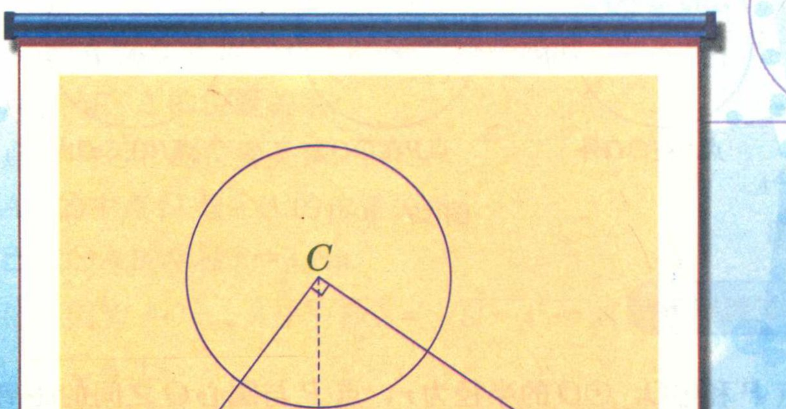
在本章中，我们将学习

- 点与圆的位置关系
- 直线与圆的位置关系
- 切线的性质和判定
- 正多边形与圆



如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=3$ cm，$BC=4$ cm. 当⊙C的半径变化时，⊙C与AB所在的直线有几种不同的位置关系？能用⊙C的半径与CD的数量关系描述这些位置关系吗？



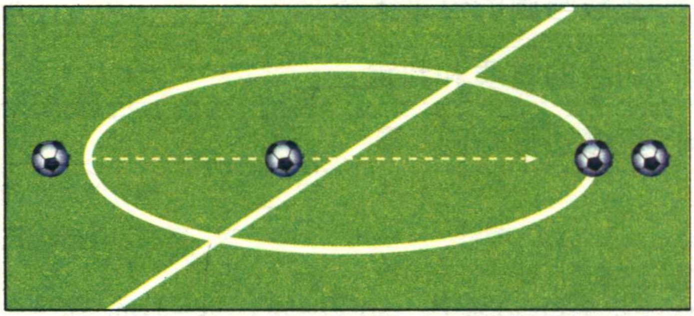


29.1 点与圆的位置关系

在平面上，点与直线有两种位置关系：点在直线上和点在直线外．点与圆有怎样的位置关系呢？这就是本节所要探究的内容．

观察与思考

足球运动员踢出的足球在球场上滚动，在足球穿越中圈区（中间圆形区域）的过程中，可将足球看成一个点，这个点与圆具有怎样的位置关系？



在同一个平面内，点与圆有三种位置关系：点在圆外、点在圆上和点在圆内．点 P 与⊙O 的位置关系如图 29－1－1 所示．

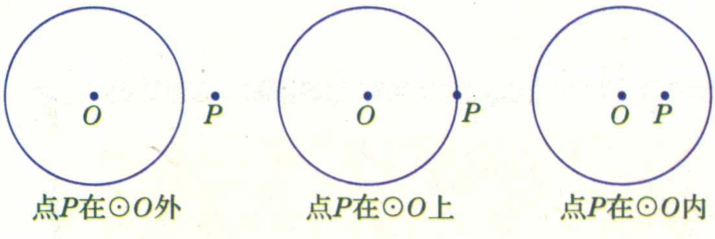
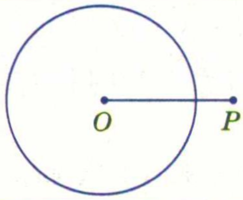
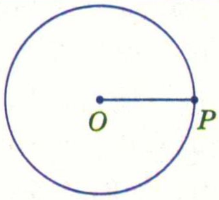
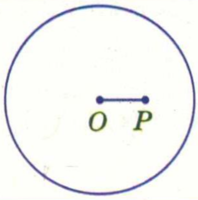


图 29－1－1

试着做做

已知点 P 和⊙O，⊙O 的半径为 r，点 P 与圆心 O 之间的距离为 d．

1. 请根据下列图形中点 P 与⊙O 的位置，在表格中填写 r 与 d 之间的数量关系．

语言描述	图形表示	r 与 d 之间的数量关系
点 P 在⊙O 外		
点 P 在⊙O 上		
点 P 在⊙O 内		

2. 当 d 与 r 分别满足条件 $d>r$，$d=r$，$d<r$ 时，请你指出点 P 与⊙O 的位置关系.

不难发现：

(1) 点 P 在⊙O 外$\Leftrightarrow d>r$.

(2) 点 P 在⊙O 上$\Leftrightarrow d=r$.

(3) 点 P 在⊙O 内$\Leftrightarrow d<r$.

> 符号“$\Leftrightarrow$”读作“等价于”，它表示从左端可以推出右端，从右端也可以推出左端.

例 如图 29－1－2，在△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=5$ cm，$BC=4$ cm，以点 A 为圆心、3 cm 为半径画圆，并判断：

(1) 点 C 与⊙A 的位置关系.

(2) 点 B 与⊙A 的位置关系.

(3) AB 的中点 D 与⊙A 的位置关系.

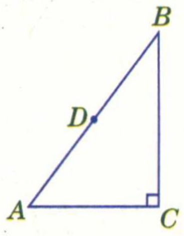


图 29－1－2

解：已知⊙A 的半径 $r=3$ cm.

(1) 因为 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})=r$，所以点 C 在⊙A 上.

(2) 因为 $AB=5\text{ cm}>3\text{ cm}=r$，所以点 B 在⊙A 外.

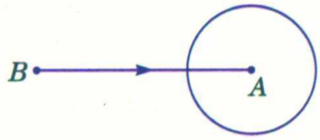
(3) 因为 $DA=\frac{1}{2}AB=2.5\text{ cm}<3\text{ cm}=r$，所以点 D 在⊙A 内.

练习

1. 在直角坐标系中，以原点为圆心的⊙O的半径为 5. 判断以下各点与⊙O的位置关系：

$$A(4,2),\ B(-3,4),\ C(4,-4),\ D(1,5).$$

2. 如图，某海域以点 A 为圆心、3 km 为半径的圆形区域为多暗礁的危险区，但渔业资源丰富. 渔船要从点 B 处前往点 A 处进行捕鱼，B，A 两点之间的距离是10 km. 如果渔船始终保持10 km/h的航速行驶，那么在什么时段内，渔船是安全的？渔船何时进入危险区域？

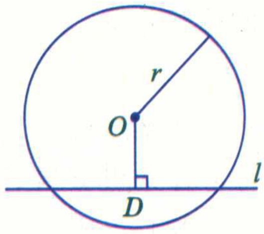


（第 2 题）

习题

A 组

1. 如图，⊙O的半径 $r=5$，圆心 O 到直线 l 的距离 $OD=3$. 在直线 l 上有 P，Q，R 三点，并且 $PD=4$，$QD>4$，$RD<4$. 点 P，Q，R 与圆的位置关系分别是怎样的？



（第 1 题）

2. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=4$. 现以点 A 为圆心画圆，使 B，C，D 三点至少有一点在圆内，且至少有一点在圆外. 试确定⊙A的半径 r 的取值范围.

B 组

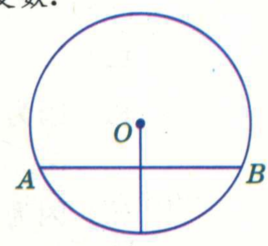
1. 已知 D 为线段 BC 的中点，以 BC 为直径画⊙D，再以 BC 为底边画等腰三角形 ABC.

   (1) 当点 A 在⊙D上时，求等腰三角形 ABC 顶角的度数.

   (2) 当点 A 在⊙D内时，求等腰三角形 ABC 顶角的取值范围.

   (3) 当点 A 在⊙D外时，求等腰三角形 ABC 顶角的取值范围.

2. 如图，⊙O的半径为 5，圆心 O 到弦 AB 的距离为 2. ⊙O上到弦 AB 所在直线的距离为 2 的点有几个？



（第 2 题）

29.2 直线与圆的位置关系

直线与圆有怎样的位置关系？如何用数量关系来描述直线与圆的位置关系呢？

清晨，一轮红日从东方冉冉升起，太阳的轮廓就像一个运动的圆，从地平线下渐渐升到空中. 在此过程中，太阳轮廓与地平线有几种不同的位置关系呢？

一条直线与一个圆的位置关系，根据它们公共点的个数可分为三种情况：两个公共点、一个公共点、没有公共点.

当直线与圆有两个公共点时，我们称直线与圆**相交**；当直线与圆有唯一一个公共点时，称直线与圆**相切**，此时这个公共点叫做**切点**，这条直线叫做圆的**切线**；当直线与圆没有公共点时，称直线与圆**相离**.

直线 l 与⊙O 相交、相切和相离的三种位置关系，如图 29－2－1 所示.

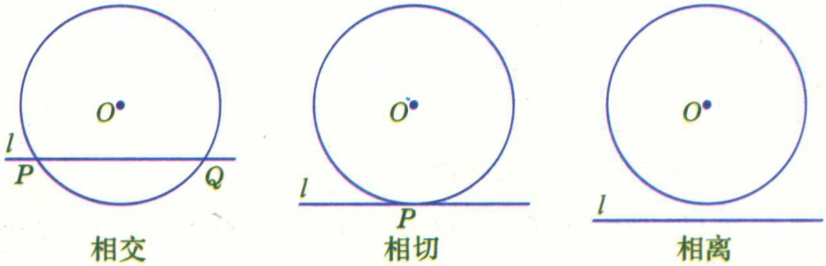


图 29－2－1

直线与圆的位置关系也可以用有关数量之间的关系来刻画.

观察与思考

如图 29－2－2，⊙O 的半径为 r，圆心 O 到直线 l 的距离为 d.

(1) 当 l 与⊙O 相交、相切或相离时，r 与 d 分别具有怎样的数量关系？

(2) 当 $d<r$，$d=r$ 或 $d>r$ 时，l 与⊙O 分别具有怎样的位置关系？

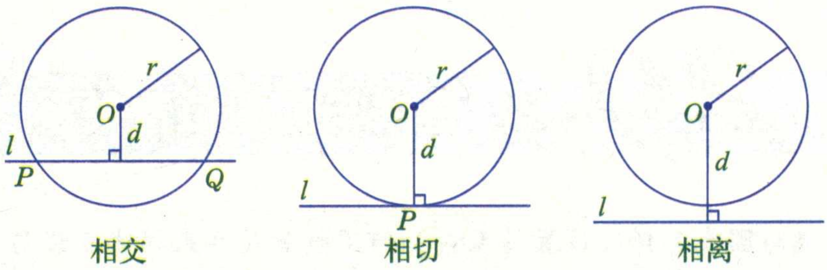


图 29-2-2

经观察，可得：

(1) 直线 l 与 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d<r$.

(2) 直线 l 与 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d=r$.

(3) 直线 l 与 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d>r$.

例 如图 29-2-3，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=3$ cm，$BC=4$ cm. 以点 C 为圆心，2 cm，2.4 cm，3 cm 分别为半径画 $\odot C$，斜边 AB 分别与 $\odot C$ 有怎样的位置关系？为什么？

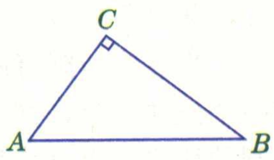


图 29-2-3

解：如图 29-2-4，过点 C 作 $CD\perp AB$，垂足为 D. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

$$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm}).$$

由三角形的面积公式，并整理，得

$$AC\cdot BC=AB\cdot CD.$$

从而

$$CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{3\times 4}{5}=2.4(\text{cm}).$$

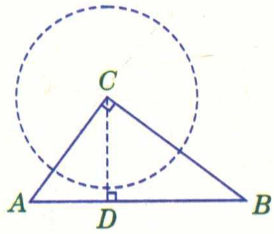


图 29-2-4

即圆心 C 到斜边 AB 的距离 $d=2.4$ cm.

当 $r=2$ cm 时，$d>r$，斜边 AB 与 $\odot C$ 相离.

当 $r=2.4$ cm 时，$d=r$，斜边 AB 与 $\odot C$ 相切.

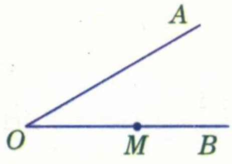
当 $r=3$ cm 时，$d<r$，斜边 AB 与 $\odot C$ 相交.

练 习

1. 已知一个圆的直径为 10. 如果这个圆的圆心到一条直线的距离分别等于 3，5，6，那么这条直线与这个圆的位置关系分别是怎样的？

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

2. 如图，$\angle AOB=30°$，M 为 OB 上一点，且 $OM=6$ cm. 以点 M 为圆心画圆，当其半径 r 分别等于 2 cm，3 cm，4 cm 时，直线 OA 与 $\odot M$ 分别有怎样的位置关系？为什么？

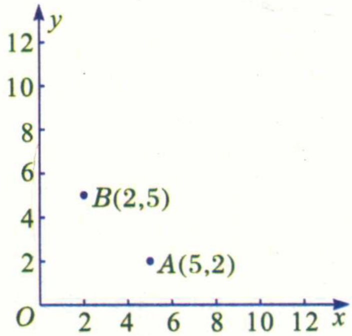


（第 2 题）

习题

A 组

1. 已知 $\odot O$ 的半径为 r，圆心 O 到直线 l 的距离为 d. 如果直线 l 与 $\odot O$ 有公共点，那么 d 与 r 的数量关系是怎样的？
2. 如图，在直角坐标系中有 $A(5, 2)$ 和 $B(2, 5)$ 两点. 以点 A 为圆心、AB 的长为半径画圆. 试确定 x 轴和 y 轴分别与 $\odot A$ 的位置关系.



（第 2 题）

B 组

1. 在等腰三角形 ABC 中，$\angle BAC=120°$，$AB=AC=4$. 试确定以点 A 为圆心、2 为半径的圆与 BC 的位置关系.
2. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，O 为 AB 上一点，$OA=m$，$\odot O$ 的半径 $r=\frac{1}{2}$. 在下列条件下，分别求 m 的取值范围.

(1) AC 与 $\odot O$ 相离.

(2) AC 与 $\odot O$ 相切.

(3) AC 与 $\odot O$ 相交.

29.3 切线的性质和判定

我们知道，当直线与圆相切时，圆心到切线的距离等于圆的半径. 圆的切线还有哪些性质？如何判定一条直线是圆的切线呢？

在我们的生活中，经常会遇到直线与圆相切的情形. 如沿直线行驶的自行车车轮与车印，可以看成直线与圆相切的具体实例.

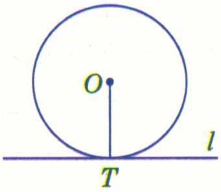


图 29－3－1

直线与圆相切时，还有哪些性质呢？

一起探究

如图 29－3－1，直线 l 为⊙O 的一条切线，切点为 T，OT 为半径. 在直线 l 上任取一点 P，连接 OP. 观察 OT 和 OP 的数量关系，猜想 OT 与切线 l 具有怎样的位置关系.

事实上，$OT\perp l$.

如图 29－3－2，假设 OT 与 l 不垂直. 过点 O 作 $OP\perp l$，垂足为 P. 因为 OP 是垂线段，所以 $OP<OT$（垂线段最短），即圆心 O 到直线 l 的距离小于圆的半径. 由此得到直线 l 与⊙O 相交. 这和直线 l 与⊙O 相切矛盾，所以 $OT\perp l$.

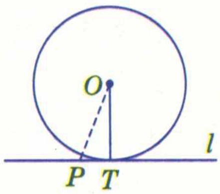


图 29－3－2

圆的切线垂直于过切点的半径.

观察与思考

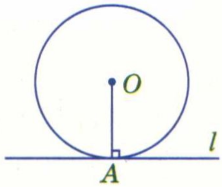


图 29－3－3

如图 29－3－3，OA 为$\odot O$ 的半径，直线 l 过点 A，且 $l\perp OA$.

（1）如果用 r 表示$\odot O$ 半径的长，d 表示圆心 O 到直线 l 的距离，那么 r 与 d 具有怎样的数量关系呢？

（2）直线 l 是$\odot O$ 的切线吗？

因为 $l\perp OA$，垂足为 A，所以 $d=r$，因此 l 与$\odot O$ 相切.

经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

做一做

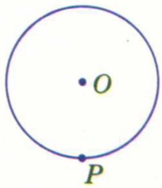


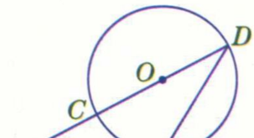
图 29－3－4

如图 29－3－4，P 为$\odot O$ 上的一点，请你用三角尺画出这个圆过点 P 的切线.

练　习

1. 如图，PA 为$\odot O$ 的切线，切点为 A，$OP=2$，$\angle APO=30°$. 求$\odot O$ 的半径.

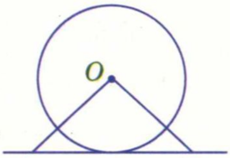
（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，CD 为$\odot O$ 的直径，点 A 在 DC 的延长线上，直线 AE 与$\odot O$ 相切于点 B，$\angle A=28°$. 求$\angle DBE$ 的度数.

3. 如图，直线 AB 经过$\odot O$ 上一点 C，并且 $OA=OB$，$CA=CB$. 直线 AB 与$\odot O$ 具有怎样的位置关系？请说明理由.

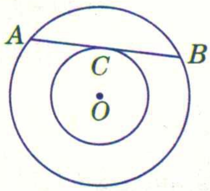


（第 3 题）

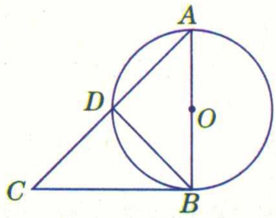
习 题

A 组

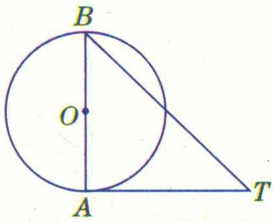
1. 如图，两个圆是以点 O 为圆心的同心圆，大圆的弦 AB 是小圆的切线，C 为切点. C 是 AB 的中点吗？为什么？



（第 1 题）



（第 2 题）

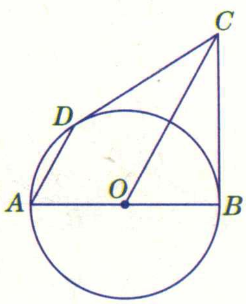


（第 3 题）

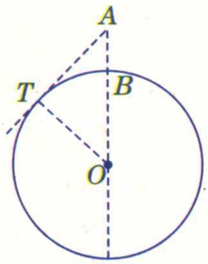
2. 如图，在⊙O 中，AB 为直径，AD 为弦，过点 B 的切线与 AD 的延长线交于点 C，且 $AD=DC$. 求$\angle ABD$ 的度数.
3. 已知：如图，AB 为⊙O 的直径，$\angle ABT=45°$，$AT=AB$. 求证：AT 与⊙O 相切.

B 组

1. 已知：如图，AB 为⊙O 的直径，CB 为⊙O 的切线，切点为 B，弦 AD 平行于 OC. 求证：CD 是⊙O 的切线.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 上海东方明珠广播电视塔坐落于上海浦东新区陆家嘴，以其 468 m 的高度成为世界著名的高塔. 如图，⊙O 表示过地球球心 O 的截面轮廓，点 A 表示该塔的顶端，AT 是信号覆盖半径. 请计算一下信号覆盖半径可以达到多少千米.（地球半径约为 6 370 km，结果精确到 0.1 km）

29.4 切线长定理*

过圆内一点的直线与圆不相切，过圆上一点只有一条圆的切线，过圆外一点有两条圆的切线．那么圆外的点到切点的两条线段之间具有怎样的数量关系呢？

一起探究

如图 29－4－1，已知⊙O 及圆外一点 P．如何过点 P 作出⊙O 的切线呢？

小亮是按下列步骤画图的：

①如图 29－4－2，连接 OP，以 OP 为直径作圆，交⊙O 于 A，B 两点．

图 29－4－1

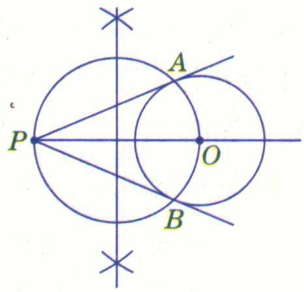


图 29－4－2

②连接 PA，PB．

小亮认为 PA，PB 就是⊙O 的切线．

(1) 你认为 PA，PB 是⊙O 的切线吗？若是，请说明理由．

(2) 猜想线段 PA，PB 具有怎样的数量关系．

事实上，PA，PB 都是⊙O 的切线，且 $PA=PB$．

下面我们证明：过圆外一点向圆所引的两条切线的长相等．

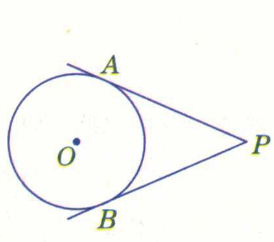


图 29－4－3

已知：如图 29－4－3，P 是⊙O 外一点，PA，PB 分别与⊙O 相切于点 A，B．

求证：$PA=PB$.

证明：如图 29-4-4，连接 OA，OB，OP.

在$\mathrm{Rt}\triangle OAP$和 $\mathrm{Rt}\triangle OBP$ 中，

$\because$ PA，PB 分别与$\odot O$ 相切于点 A，B，

$\therefore$ $PA\perp OA$，$PB\perp OB$.

$\therefore$ $\angle OAP=\angle OBP=90°$.

又$\because$ $OA=OB$，$OP=OP$，

$\therefore$ $\mathrm{Rt}\triangle OAP\cong\mathrm{Rt}\triangle OBP$.

$\therefore$ $PA=PB$.

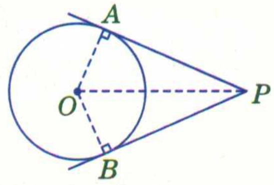


图 29-4-4

我们把线段 PA，PB 的长叫做点 P 到$\odot O$ 的切线长.

切线长定理

过圆外一点所画的圆的两条切线的切线长相等.

在上面的探究过程中，还容易得到$\angle APO=\angle BPO$，即圆外一点与圆心的连线平分过这点的两条切线所形成的夹角.

例 1 已知：如图 29-4-5，过点 P 的两条直线分别与$\odot O$ 相切于点 A，B，Q 为劣弧$\overset{\frown}{AB}$上异于点 A，B 的任意一点，过点 Q 的切线分别与切线 PA，PB 相交于点 C，D.

求证：$\triangle PCD$ 的周长等于 $2PA$.

证明：$\because$ PA，PB，CD 都是$\odot O$ 的切线，

$\therefore$ $PA=PB$，$CQ=CA$，$DQ=DB$.

$\therefore$ $\triangle PCD$ 的周长

$=PC+PD+CD$

$=PC+PD+CQ+DQ$

$=PC+PD+CA+DB$

$=PA+PB=2PA$.

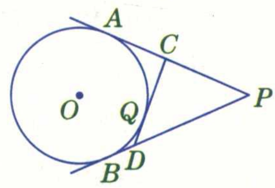


图 29-4-5

例 2 用尺规作圆，使其与已知三角形的三边都相切.

已知：如图 29-4-6，$\triangle ABC$.

求作：$\odot I$，使它与$\triangle ABC$ 的三边都相切.

分析：要求作的圆与$\triangle ABC$ 的三边都相切，则这个圆的圆心到

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com