硕士研究生入学考试数学辅导系列

考研数学过关新干题

合肥超越辅导学校考研数学辅导核心团队 编

数学二

专家编写 紧扣大纲 内容准确 分析到位
简捷实用 通俗易懂 由浅入深 堪称经典
精心设计 研究对策 揭示规律 不可多得
绝无超纲 称心放心 节省时间 考研首选

合肥工业大学出版社
HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

考研数学过关新干题

数学二

合肥超越培训学校考研数学辅导核心团队　编

合肥工业大学出版社

内 容 提 要

本书由长期从事考研数学辅导和研究工作的老师共同编写，共有经过精心选编的数学复习训练题1000多题，并附有参考答案。借助本书，考生在复习数学过程中可起到事半功倍的效果。本书包含硕士研究生入学数学二考试的所有内容。

本书特色鲜明，选题精炼，题型丰富，试题新颖，不仅可作为考研学生的数学复习资料，还可作为高等学校数学教师的教学参考用书和在校学生的数学辅导材料。

图书在版编目(CIP)数据

考研数学过关新千题．数学二/合肥超越培训学校考研数学辅导核心团队编．—合肥：合肥工业大学出版社，2014.7

ISBN 978-7-5650-1886-2

Ⅰ.①考… Ⅱ.①合… Ⅲ.①高等数学—研究生—入学考试—习题集 Ⅳ.①013－44

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第162079号

考研数学过关新千题·数学二

合肥超越培训学校考研数学辅导核心团队　编　　　　责任编辑　汤礼广

出　版	合肥工业大学出版社	开　本	880×1230　1/16
地　址	合肥市屯溪路193号　邮编：230009	印　张	29
电　话	理工编辑部：0551－62923087	字　数	880千字
网　址	www.hfut.edu.cn/出版社	版　次	2014年7月第1版
发　行	全国新华书店	印　次	2015年7月第2次印刷
印　刷	合肥杏花印务股份有限公司		

ISBN 978-7-5650-1886-2　　　　定价：52.00元

前　　言

“高等数学”和“线性代数”是高等学校纺织、轻工、农林、食品等专业的学生在大学学习期间的重要基础课程，也是他们报考硕士研究生的核心课程。但由于其概念抽象，信息量大，题型富于变化，解题技巧性强以及计算复杂度高等诸多因素，造成广大考生不能很好地把握要点，在考试中难以达到预想的效果。为了使学生对整体内容有较全面清楚地认识，在学习和复习过程中清除各种障碍，编者特别编写本考研复习资料。

考研数学过关新千题是合肥超越培训学校教学团队根据近几年教育部颁发的《全国硕士研究生入学统一考试大纲》的指定要求，认真分析考研特点，与考生广泛交流，深入了解考生面临的问题，在原有《考研数学同步训练》和《考研数学过关 1000 题》的基础上，进行补充和深加工，重新编写而成，是一本难得的考研复习材料。本书具有以下特点：

(1) 紧扣国家考试要求。本书重点考查考生对考试大纲中考试内容的理解和掌握，将各个知识点有机地融合在训练题之中。

(2) 类型丰富，覆盖面广。本书涵盖了所有考试大纲中要求的知识点，并且题型和解题方法全面，使得考生在使用过程中称心和放心。

(3) 循序渐进，深入浅出。本书在编排过程中，从基本内容出发，逐步增加训练强度，使考生渐入佳境，适合每一位考生使用。

(4) 针对性强，难度略高。本书完全按照研究生入学考试试题的要求编写，回避了不切实际的高难度试题和低层次试题。同时整体难度略高于国家考试真实题目，但又属于正常考试范围之内，使得考生在使用之后对考试内容的理解和掌握更加深刻，复习效果又上一个台阶。

(5) 灵活多变，综合性强。本书还将不同模块的内容交叉出现，符合近几年考研的国家命题特征，能充分提高考生的综合训练能力。

(6) 题目新颖，含金量高。本书全是由合肥超越培训学校教学团队成员投入大量的心血逐题编写或改编而成，并非简单地抄用已有的成题。其中不少训练题是超越培训学校历年模拟考试试题，主创成分较高，因此让考生开阔眼界，拓宽思路，能真正达到训练考前检验的效果。为了避免重复，将已经被国家考试中出现过的题目删去，换之更新的训练题，以求更好的效果。

(7) 解答完整，实用性强。本书配有完整的参考解答。解题过程详细易懂，解题思路简捷明了，完全符合考生的解题习惯。同时还有大量的试题给出了一题多解，特别是选择题的解法更是丰富多彩。

(8) 高分对策分析透彻。本书对冲击高分的考生帮助非常大，从解题思路到具体细节无一不蕴含了解题的科学性和完整性。

本书由合肥超越培训学校潘杰、孙胜先、宁荣健、苏灿荣等主编，其中宁荣健负责统稿工作，潘杰负责编校工作。在此，还要感谢在本书的编写与出版过程中给予大力支持的许多朋友。

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中定有许多不足之处，敬请广大专家、同行和考生的批评指正。

编　者

目　录

第一部分　高等数学

第二部分　线性代数

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限与连续

一、选择题

1. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}+\ln(x^2-x-2)$ 的定义域是( ).

(A) $(-2,-1)$ (B) $(-1,2)$ (C) $(-2,-1)\cup(2,+\infty)$ (D) $(2,+\infty)$

2. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0,1]$，则函数 $f(\sin x)$ 的定义域是( ).

(A) $-1<x\leqslant 1$ (B) $-\pi<x\leqslant\pi$

(C) $2n\pi<x<(2n+1)\pi\ (n\in\mathbb{Z})$ (D) $(2n+1)\pi<x<2(n+1)\pi\ (n\in\mathbb{Z})$

3. 下列各组函数中不是相同函数的为( ).

(A) $f(x)=|x|,g(x)=x\operatorname{sgn}x$ (B) $f(x)=\sin(\arcsin x),g(x)=x$

(C) $f(x)=\ln(1-x)^2,g(x)=\begin{cases}2\ln(1-x), & x<1,\\ 2\ln(x-1), & x>1\end{cases}$ (D) $y=f(x),x=f(y)$

4. 函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 是( ).

(A) 奇函数 (B) 偶函数

(C) 非奇非偶函数 (D) 既是奇函数也是偶函数

5. 设 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，且 $g[f(x)]$ 有意义，则 $g[f(x)]$ 是(　　).

(A) 奇函数　　　　　(B) 偶函数

(C) 非奇非偶函数　　(D) 可能是奇函数也可能是偶函数

6. 函数 $y=\mathrm{e}^{x-1}-2$ 的反函数是(　　).

(A) $y=1+\ln(x-2)$　　(B) $y=2+\ln(x-1)$

(C) $y=1+\ln(x+2)$　　(D) $y=2+\ln(x+1)$

7. 已知 $f(x)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的恒正函数，且满足 $f(x+T)=\dfrac{1}{f(x)}$ ($x\in\mathbb{R}$，常数 $T>0$)，则 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上是(　　).

(A) 奇函数　　(B) 偶函数　　(C) 周期函数　　(D) 单调函数

8. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ 在 $\mathbb{R}$ 上是(　　).

(A) 单调函数　　(B) 有界函数　　(C) 偶函数　　(D) 周期函数

9. 函数 $f(x)=|x\sin x|\mathrm{e}^{\cos x}$ 是(　　).

(A) 有界函数　(B) 单调函数　(C) 周期函数　(D) 偶函数

10. 若数列 $\{x_n\}$ 收敛于常数 a，则无论正数 ε 多么小，在区间 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 之外的数列的点(　　).

(A) 必不存在　(B) 至多只有有限个

(C) 必有无穷个　(D) 可能有限个，也可能无穷多个

11. 数列有界是数列收敛的(　　).

(A) 必要条件　(B) 充分条件

(C) 充要条件　(D) 既非必要也非充分条件

12. 若极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，则函数值 $f(x_0)$(　　).

(A) 必存在且等于极限值　(B) 必存在但未必等于极限值

(C) 可以不存在　(D) 如果存在的话必等于极限值

13. 已知极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，则 $f(x)$ 在点 x_0 的(　　).

(A) 某个去心邻域内一定有界　(B) 某个去心邻域内一定无界

(C) 任意去心邻域内均有界　(D) 任意去心邻域内均无界

14. 若已知数列$\{x_n\}$,$\{y_n\}$均收敛,$\lim\limits_{n\to\infty}x_n>\lim\limits_{n\to\infty}y_n$,则(　　).

(A) $x_n>y_n,n=1,2,3,\cdots$　　(B) $x_n\neq y_n,n=1,2,3,\cdots$

(C) 存在正整数n_0,使得当$n>n_0$时,$x_n>y_n$　　(D) x_n与y_n大小关系不能确定

15. 如果$\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=a\ (a\neq 0)$,则下列结论中不正确的是(　　).

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}|x_{2n}|=\lim\limits_{n\to\infty}|x_{2n+1}|$　　(B) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n^2=a^2$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}(-1)^n(x_n^2-a^2)=0$　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$

16. 已知$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$都存在,则(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$必存在　　(B) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$未必存在

(C) $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)\neq\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$

17. 若极限$\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)]$存在,则$\lim\limits_{x\to a}f(x)$,$\lim\limits_{x\to a}g(x)$(　　).

(A) 都存在　　(B) 都不存在　　(C) 不都存在　　(D) 都存在或都不存在

18. 若极限$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$存在,且$\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$,则$\lim\limits_{x\to a}f(x)$(　　).

(A) 必存在但未必为零　　(B) 未必存在

(C) 必存在且为零　　(D) 存在且非零

19. 若 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 与 $\lim\limits_{n\to\infty} y_n$ 都不存在，则（　　）.

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n + y_n)$ 一定不存在

(B) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n - y_n)$ 一定不存在

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n^2 - y_n^2)$ 可能存在

(D) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n - y_n)$ 与 $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n + y_n)$ 中只要有一个存在，另一个也一定存在

20. 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$，则（　　）.

(A) 当 $g(x)$ 为任意函数时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

(B) 当 $g(x)$ 为有界函数时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

(C) 仅当 $g(x)$ 为常数时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

(D) 仅当 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0$ 时，有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = 0$

21. 下列说法正确的是（　　）.

(A) 无穷大与无穷小的乘积一定是无穷大

(B) 无穷大与无穷大的乘积一定是无穷大

(C) 无穷大与有界函数的乘积一定是无穷大

(D) 无穷大与常数的乘积一定是无穷大

22. 已知 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \infty$，且在点 x_0 的某邻域内 $|g(x)| \geqslant K$（K 为正的常数），$F(x) = f(x)g(x)$，则（　　）.

(A) $F(x)$ 是无穷大（$x \to x_0$）

(B) $F(x)$ 是无穷小（$x \to x_0$）

(C) $\lim\limits_{x\to x_0} F(x)$ 一定存在

(D) $\lim\limits_{x\to x_0} F(x)$ 不存在，但 $F(x)$ 也不是无穷大（$x \to x_0$）

23. 设 $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n y_n)=0$，则下列结论正确的是(　　).

(A) 若 x_n 发散，则 y_n 必发散　　(B) 若 x_n 无界，则 y_n 必有界

(C) 若 x_n 有界，则 y_n 必为无穷小　　(D) 若 $\dfrac{1}{x_n}$ 为无穷小，则 y_n 必为无穷小

24. 函数 $f(x)=x\sin x$ (　　).

(A) 是 $x\to\infty$ 时的无穷大　　(B) 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的有界函数

(C) 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的无界函数　　(D) 当 $x\to\infty$ 时极限存在

25. 曲线 $y=x\sin\dfrac{1}{x}$ (　　).

(A) 只有水平渐近线　　(B) 既有水平渐近线也有垂直渐近线

(C) 只有垂直渐近线　　(D) 既无水平渐近线也无垂直渐近线

26. 曲线 $y=\dfrac{1}{x}+\ln(1+e^x)$ 的渐近线有(　　).

(A) 1 条　　(B) 2 条　　(C) 3 条　　(D) 4 条

27. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+d(1-e^{-x^2})}=2$，其中 a,b,c,d 均为常数，且 $a^2+c^2\neq 0$，则必有(　　).

(A) $b=4d$　(B) $b=-4d$　(C) $a=4c$　(D) $a=-4c$

28. 设函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$，则极限 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ (　　).

(A) 为 2　(B) 为 0　(C) 为 ∞　(D) 不存在但不为 ∞

29. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{e^{\frac{x}{x-1}}-1}$，则(　　).

(A) $x=0$，$x=1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点

(B) $x=0$，$x=1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点

(C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点

(D) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点，$x=1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点

30. 下列结论正确的是(　　).

(A) 若 $f(x)$ 在点 x_0 处连续,则 $|f(x)|$ 未必在点 x_0 处连续

(B) 若 $|f(x)|$ 在点 x_0 处连续,则 $f^2(x)$ 必在点 x_0 处连续

(C) 若 $f^2(x)$ 在点 x_0 处连续,则 $f(x)$ 必在点 x_0 处连续

(D) 若 $|f(x)|$ 在点 x_0 处连续,则 $f(x)$ 必在点 x_0 处连续

31. 若 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{1+x}-ax-b\right)=0$, 则(　　).

(A) $a=1,b=1$　　(B) $a=-1,b=1$　　(C) $a=1,b=-1$　　(D) $a=-1,b=-1$

32. 当 $x\to 0$ 时, $x-\sin x$ 是 x^3 的(　　).

(A) 高阶无穷小　　(B) 低阶无穷小

(C) 等价无穷小　　(D) 同阶但非等价无穷小

33. 若当 $x\to 0$ 时, $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin t^2 dt$ 是 $g(x)=x^3+x^4$ 的(　　).

(A) 等价无穷小　　(B) 高阶无穷小

(C) 低阶无穷小　　(D) 同阶但非等价无穷小

34. 已知当 $x \to a$ 时，α, β, γ 均为无穷小，且 $\alpha = o(\beta)$，$\beta \sim \gamma$，则极限 $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{\alpha + \beta}{\gamma}$（　　）.

(A) 等于 0　　(B) 等于 1　　(C) 为 ∞　　(D) 不存在但不为 ∞

35. 若函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处连续，当自变量 x 在 x_0 处取得增量 Δx 时，相应的函数增量为 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$，则当 $\Delta x \to 0$ 时（　　）.

(A) Δy 必是 Δx 的高阶无穷小　　(B) Δy 与 Δx 是同阶无穷小

(C) Δy 必是 Δx 的低阶无穷小　　(D) Δy 与 Δx 相比无法确定

36. 函数 $y = \arccos \sqrt{\ln(x^2 - 1)}$ 的连续区间为（　　）.

(A) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$　　(B) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

(C) $[-\sqrt{e+1}, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{e+1}]$　　(D) $(-\sqrt{e+1}, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \sqrt{e+1})$

37. 若函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ a + x, & x \geqslant 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续，则 $a =$（　　）.

(A) -1　　(B) 0　　(C) 1　　(D) 2

38. 方程 $x^4-x-1=0$ 至少有一个根的区间是(　　).

(A) $(-1,0)$　　(B) $(0,1)$　　(C) $(1,2)$　　(D) $(2,3)$

39. 点 $x=1$ 是函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$ 的(　　).

(A) 连续点　　(B) 跳跃间断点　　(C) 可去间断点　　(D) 无穷间断点

40. 下列函数中在定义域上连续的函数是(　　).

(A) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$　　(B) $f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$　　(D) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-1}{x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$

二、填空题

41. 设函数 $f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}$,则函数 $g(x)=f(\frac{x}{2})+f(\frac{1}{x})$ 的定义域为____________.

42. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1,\\ 0, & |x|>1,\end{cases}$ 则 $f[f(x)]=$ ____________.

43. 设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x<2,\\ 0, & x=2,\\ x-1, & x>2,\end{cases}$ $g(x)=e^x+1$,则 $f[g(x)]=$ ____________.

44. 若 $f(x)=e^x$, $f[g(x)]=1-x^2$,则 $g(x)=$ ____________.

45. 若 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数,且曲线 $y=f(x)$ 关于 $x=2$ 对称,则 $f(x)$ 是周期函数,其周期 $T=$ ________.

46. $\lim\limits_{N\to\infty}\sum\limits_{n=1}^{N}\frac{1}{1+2+3+\cdots+n}=$ ______.

47. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\overbrace{\sin\ \sin\cdots\sin}^{n}x}{\underbrace{\tan\ \tan\cdots\tan}_{m}x}=$ ______，其中 n,m 均为正整数.

48. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x\sin x^2}=$ ______.

49. 若 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^x=2$，则 $a=$ ______.