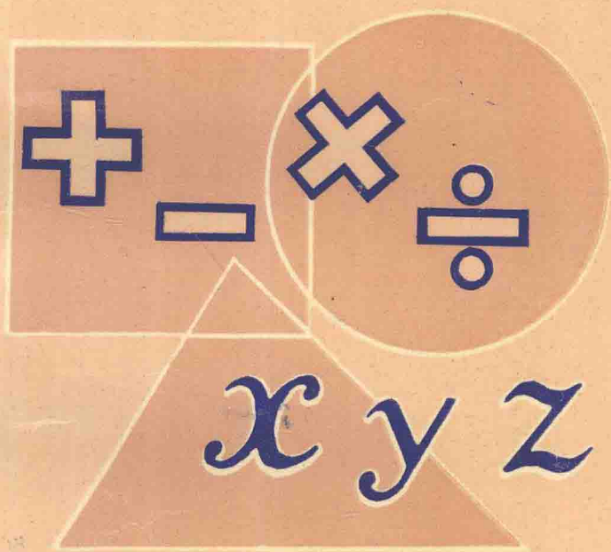
初中生日常训练与应试技巧丛书

# 数学

初中 3




中国物价出版社

初中生日常训练与应试技巧丛书

# 初三数学

冯清海　尹濬森　李树平　成　瑛　编

中国物价出版社

(京)新登字第 098 号

初中生日常训练与应试技巧丛书
初 三 数 学
冯清海 尹濬淼 李树平 成 瑛 编
*
中国物价出版社出版发行
新华书店北京发行所经销
北京南华印刷厂印刷
开本:787×1092 1/32 印张:8.375 字数:183千
1993年8月第1版 1993年8月第1次印刷
印数:0,001—8,500册
ISBN 7—80070—237—5/G·27 定价:5.15元

# 编 者 的 话

为配合国家教委落实九年义务教育，深化教育改革，提高教学质量和应试能力，我们组织了北京市极富教学经验的高级教师和特级教师编写了这套《初中生日常训练与应试技巧丛书》。

本丛书是以国家教委颁发的教学大纲为依据，按照课文内容编写的，其中初一各科则是按照1993年新教材内容编写的。丛书通过对教材系列化的设计和内容的分析、处理，通过对知识点难点的重新组织，不仅加深和拓宽了学生的知识面，而且注重方法的指导，能力的培养，兴趣的激发，心理的咨询，以提高学生的应试能力。

丛书每册内容主要包括：(一)知识要点和要求，有针对性地指出本科的重点和难点，便于学生掌握。(二)试题训练，所选题型多样，覆盖面广，重点突出，综合性强。(三)解题技巧及参考答案，除就不同题型的解答作辅导外，还注重解决学生日常学习和考试中遇到的困难与问题。

本丛书具有内容最新，重点突出，辅导性强和有利于提高应试能力等特点，是初中生、自学青年的理想用书，亦是广大教师应备的参考书。

限于水平，疏漏不妥之处在所难免，欢迎广大读者指正。

丛书编委会

1993年5月

# 目 录

## 代数第四册



## 几何第二册

# 代数第四册

## 第五章 对 数

本章的主要内容是对数，常用对数的概念和运算性质，以及利用对数进行运算，它的作用在于简化计算。本章是中学代数中在实数范围内初等运算的最后一部分内容，对于把初等代数运算知识完整化、系统化、对于在高中一年级学习指数函数、对数函数 以及解决生产实际中的一些计算问题都有重要作用。

透彻理解对数概念是学好本章知识的关键，对一些初学者来说，掌握运用对数符号也是难点。要根据对数定义，透彻理解指数式与对数式的关系，明确 $\log_a N=b$ 中 a、b、N 的关系以及它们的取值范围并熟练运用，通过对数的学习，提高运用数学符号的意识与能力，这将有助于抽象思维能力的发展。

对数运算是本章的中心内容，要在掌握定义的基础上掌握积商幂方根的对数的运算性质，做到对公式能够直接使用、逆向使用及变换使用，培养思维的灵活性。底数大于 1 时，真数越大则对数也越大这一性质是归纳得出的。要在此基础上，掌握常用对数的首数、尾数的概念（其中含负首数的对数运算是难点），迅速准确地确定一个数的对数的首数、查表求对数的尾数，以及学会根据一个数的对数求这个数。

用对数进行计算是对全章知识的综合应用，在解题时要养成注意理论依据的习惯，防止，纠正盲目推演的毛病，这种习惯的养成对于今后继续提高运算能力是至关重要，因此必须培养

书写工整，规范的良好习惯。

## 第一节　对数的定义

### [知识要点]

本节是全章的关键，也是难点，务必学好。应明确“log”表示运算，明确在 $\log_a N=b$ 中 a、b、N 的关系，熟练地使用对数符号. 指数式 $a^b=N$ 与对数式 $\log_N=b$ 的关系可见下面的对照表。

| 式　　子 | 名称 | | | 意　　义 |
|---|---|---|---|---|
| | $a\left(\begin{array}{l}a>0\\a\neq1\end{array}\right)$ | b | N | |
| 指数式 $a^b=N$ | 底数 | 指数 | 幂 | a 的 b 次幂等于 N |
| 对数式 $\log_a N=b$ | 底数 | 对数 | 真数 | 以 a 为底 N 的对数等于 b |

### [例题分析]

例 1、把下列指数式写成对数式

(1)$3^{-6}=\frac{1}{729}$　(2)$4^{\frac{11}{4}}=32\sqrt{2}$

解：(1)$\log_3\frac{1}{729}=-6$

(2)$\log_4 32\sqrt{2}=\frac{11}{4}$

例 2、把下列对数式写成指数式

(1)$\log_7 343=3$　(2)$\log_2 4\sqrt[3]{2}=\frac{7}{3}$

解：(1)$7^3=343$

(2)$2^{\frac{7}{3}}=4\sqrt[3]{2}$

例 3、求使下列各式有意义的 x 的取值范围

(1)$\log_2(2x+1)$　(2)$\log_3|x-2|$

(3)$\log_{\frac{1}{x}}2x$　(4)$\log_3\frac{x-2}{1-2x}$

分析根据底数大于零且不等于 1，真数大于零，把问题转化为不等式

解：(1)$\because 2x+1>0, \therefore x>-\frac{1}{2}$

(2)$\because |x-2|>0, \therefore x\neq 2$

(3)$\because \begin{cases} \frac{1}{x}>0 \\ \frac{1}{x}\neq 1 \\ 2x>0 \end{cases} \therefore x>0$ 且 $x\neq 1$

(4)$\because \frac{x-2}{1-2x}>0 \quad \therefore \frac{x-2}{2x-1}<0$

$\therefore \frac{1}{2}<x<2$

例 4、若 $\log_a{}^2=m, \log_a 3=n$

求：$a^{m+n}$和 $a^{2m+n}$

分析：逆用公式 $a^m \cdot a^n=a^{m+n}$

解：$\because \log_a 2=a^m, \therefore a^m=2$　同理 $a^n=3$

$\therefore a^{m+n}=a^m \cdot a^n=2\times 3=6$

$a^{2m+n}=(a^m)^2 \cdot a^n=2^2\times 3=12$

例 5、已知：$\log_a 3=b$

求：$\dfrac{a^{2b}+a^{-2b}}{a^{b}-a^{-b}}$

分析：由对数定义易知 $a^{b}=3$，$a^{2b}$，$a^{-b}$及 $a^{-2b}$均可用 $a^{b}$ 表示。

解 $a^{2b}=(a^{b})^{2}=9$，$a^{-b}=(a^{b})^{-1}=\dfrac{1}{3}$，$a^{-2b}=(a^{b})^{-2}=\dfrac{1}{9}$

$$\therefore 原式=\frac{9+\frac{1}{9}}{3-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{8^{2}}{9}}{\frac{8}{3}}=\frac{41}{12}$$

例 6、求值：

(1)$2^{\log_2(2-\sqrt{3})^2}$　(2)$\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$

解(1)$2^{\log_2(2-\sqrt{3})^2}$

$$=2^{\log_2(7-4\sqrt{3})}=7-4\sqrt{3}$$

(2)$\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}=\log_2\log_2 2^{\frac{1}{8}}=\log_2\frac{1}{8}=-3$

例 7、求值：

$\log_a a^2+\log_a a-\log_a 1-\log_a\dfrac{1}{a}$

解：原式$=2+1-0-(-1)=4$

说明：应熟记对数恒等式 $a^{\log_a N}=N$，以及底数的对数为 1 和 1 的对数为零的规律。

## [练习一]

**1. 把下列指数式写成对数式**

(1)$3^4=81$，(2)$10^4=10000$；(3)$2^{-4}=\dfrac{1}{16}$

(4)$4^0=1$；(5)$4^{\frac{3}{2}}=8$；(6)$8^{\frac{8}{3}}=256$

(7)$10^{-4}=0.0001$；(8)$32^{-\frac{3}{5}}=\dfrac{1}{8}$

**2. 把下列对数式写成指数式**

(1)$\log_3 729=6$　(2)$\log_2 1024=10$

(3)$\log_2 \frac{1}{8}=-3$　(4)$\log_{100} 0.01=-1$

(5)$\log_7 7=1$　(6)$\log_8 \frac{1}{4}=-\frac{2}{3}$

(7)$\log_{\frac{1}{4}} 8=-\frac{3}{2}$　(8)$\log_{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}(5-2\sqrt{6})=2$

**3. 求值**

(1)$\log_{11} 121$　(2)$\log_2 \frac{1}{128}$　(3)$\log_2 \sqrt{2}$

(4)$\log_2 \sqrt[5]{2}$ (5) $\log_2 \sqrt[7]{2}$　(6)$\log_2 64$

(7)$\log_{99} 99$　(8)$\log_{99} 9801$　(9)$\log_{5.5} 1$　(10)$\log_{55} \log_5{}^5$

**4 求下列各式中的 X**

(1)$\log_3 x=6$　(2)$\log_3 x=\frac{1}{3}$

(2)$\log_3 x=-3$　(3)$\log_\pi x=1$

(5)$\log_a x=0$　(6)$\log_x 9=2$

(7)$\log_9 x=2$　(8)$\log_x(-81)^2=4$

**5. 求值**

(1)$0.3^{\log_{0.3}{}^{0.4}}$　(2)$0.5^{2\log_{0.5}{}^{3}}$

(2)$3^{\frac{1}{2}}\log_3 4$　(4)$8^{\log_8{}^{10}}-1$

(5)$8^{\log_8{}^{10-1}}$　(6)$8^{\log_8{}^{(10-1)}}$

(7)$8^{1-\log_8{}^{10}}$　(8)$a^{\log_a{}^{b}}-b^{\log_b{}^{a}}$

6. **选择题**(每题所列选项只有一个正确答案,请把正确答案的序号填入括号内)

(1)若 $\log_3 x=0$,则 x 的值为(　　)

A. 0　B. 1　C. 3　D. 0 或 1

(2)$2^{1}-\log_{2}\frac{7}{2}$的值等于(　　)

A. $2^{\frac{7}{2}}$　B. 7　C. $\frac{4}{7}$　D. 14

(3)与指数式 $7^{x}=3$ 相应的对数式是(　　)

A. $\log_{7}3=x$　B. $\log_{x}=7$

C. $\log_{7}x=3$　D. $\log_{3}7=x$

(4)下列叙述中正确的是(　　)

A. 和的对数等于对数的和

B. 当底数为实数时,底数的对数为 1

C. 负数和零没有对数但任意正数都有对数

D. 只有大于或等于 1 的数才有对数

7. 计算

(1)$\log_{3}\log_{2}512$　(2)$\log_{5}\log_{9}\log_{2}{}^{512}$

(2)$(\pi^{\log_{\pi}3})^{2}$　(4)$2\log_{3}\frac{1}{27}$

(5)$\log_{3}{}^{2}\frac{1}{27}$　(6)$\sqrt{\log_{3}{}^{2}5-2\log_{3}5+1}$

## 第二节　积同幂方根的对数

### [知识要点]

掌握好积商幂及方根的对数的运算性质是正确、熟练地进行对数运算的必要条件,所以应做到理解、牢记、熟用,还应注意法则的逆用.

### [例题分析]

例 1. 判断下面的式子是否正确，并说明理由

(1)$\log_2(8+16)=\log_8+\log_2 16=3+4=7$

(2)$\log_5(125-25)=\log_5 125-\log_5 25=3-2=1$

(3)$\log_3(243\div 3)=\log_3 243\div\log_3 3=5\div 1=5$

(4)$\log_5 200=\log_5(25\times 8)=\log_5 25+\log_5 8=2+\log_5 8$

(5)$\log_7\dfrac{2401}{7}=\log_7 2401-\log_7 7=4-1=3$

(6)$(\log_3 4)^2=2\log_3 4$

解：(1)(2)不正确，没有和差的对数等于对数的和差的法则，不可以把 $\log_m(a+b)$ 等同于 $m(a+b)$，取对数是一种与以前所学的运算不同的新的运算.

(3)不正确，商的对数应等于被除式的对数减去除式的对数.

(4)(5)正确，分别根据积与商的对数公式.

(6)不正确 $(\log_3 4)^2=\log_3 4\cdot\log_3 4$，一般记用 $\log_3{}^2 4$

而 $\log_3 4^2=2\log_3 4$

例 2、计算 $\dfrac{1}{4}\log_4{}^{390625+\log_7{}^{0.375}}+\log_7\dfrac{3}{8}-\log_7\dfrac{25}{8}-\log_7 3$

解；原式$=\log_7\sqrt[4]{390625}+\log_7\dfrac{3}{8}-\log_7\dfrac{25}{8}-\log_7 3$

$$=\log_7(25\times\frac{3}{8}\times\frac{8}{25}\times\frac{1}{3})=\log_7 1=0$$

说明：$390625=25\times 15625=25\times 25\times 625=25^4$ 把一个数分解成几个数的积(常常分解成质因数的积)是很重要的，在根式运算及求平方根和解一元二次方程、指数运算与对数运算中都常常用到，要做为一项基本的运算技能.

例 3，计算 $\log_6 4+2\log_6 3+6^{\log_6 4}$

分析：我们不但应能化 $\log_a N^n$ 为 $n\log_a N$，还应在必要时化

$n\log_a N$ 为 $\log_a N^n$，化 $\log_a M+\log_a N$ 为 $\log_a MN$

解 $\log_5{}^4+2\log_5{}^3+6^{\log_6{}^4}+\log_6 4+\log_6 3^2+4=\log_6(4\times9)+4=2+4=6$

例 4、(1)已知 $\log_5 3=a.\log_5 4=b$ 求 $\log_5 900$

(2)已知 $\log_{10}5=a$，求 $\log_{10}2$

分析：这里 a. b 是已知数，所以应设法把已知的对数化成关于 a. b 的运算，如(1)中化成用 $\log_5 3$ 与 $\log_5 4$ 表示的式子.

解：(1)$\log_5 9000=\log_5(3^2\times2\times5)$

$\log_5 3^2+\log_5 2+\log_5 5=2\log_5 3+\frac{1}{2}\log_5 4+1$

$=2a+\frac{b}{2}+1$

(2)$\log_{10}2=\log_{10}\frac{10}{5}=\log_{10}10-\log_{10}5=1-a$

说明：应熟练地运用 $\log_{10}5+\log_{10}2=1$

例 5、已知 $\log_3 12=a$ 试用 a 表示 $\log_3 24$

分析：$\log_3 24=\log_3 12+\log_3{}^2$，故应设法用 a 表示 $\log_3 2$，为此可以建立含有 $\log_3 2$ 及 a 的等式，用解方程的方法来求 $\log_3 2$

解：$\because \log_3 2=\log_3\frac{12}{6}=\log_3 12-\log_3 6=a-1-\log_3 2$

设 $\log_3 2=t$，则 $t=a-1-t$，解这个关于 t 的方程得

$t=\frac{1}{2}(a-1)$

$\therefore \log_3 24=\log_3 12+\log_3 2=a+\frac{1}{2}(a-1)=\frac{1}{2}(3a-1)$

说明：把 $\log_3 2$ 设为 t，建立关于 t 的方程，通过解方程求出用 a 表示 $\log_3 2$ 的式子比直接把 $\log_3 2$ 化$\frac{1}{2}(\log_3 12-1)$要容易.深刻地理解列方程解应用问题比直接用算求方法求解的优越

性，自觉地用方程来求某些可求出的中间量，求结果或表示一个式子是一种重要的数学能力.

### [练习二]

1. 计算

(1)$\log_2(512\times64)$　(2)$\log_4 16^{16}$

(3)$\log_{10}0.001^5$　(4)$\log_4\sqrt[16]{16}$

(5)$\log_2 3+\log_2\dfrac{8}{3}$　(6)$\log_2 80-\log_2 10$

2. 计算

(1)$\log_6 24-\log_6\dfrac{2}{3}$　(2)$2\log_6 3+2\log_6 2$

(3)$\log_5 100+\log_5 9-2\log_5 6$

(4)$\log_3\log_{\sqrt{3}}\sqrt[3]{3}-\log_2\log_2\sqrt{2}$

3. 计算(1)$\sqrt{5^{2\log_5 2}}$(2)$-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{2}}$

4. 计算

(1)$2\log_5 10+\log_5 0.25$　(2)$\log_3\sqrt{27}$

(3)$5^{\log_5 125-1}$　(4)$5^{\log_5 6-2}$

(5)$5^{\log_5 6}-2$　(6)$\log_{\sqrt{2}-1}\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

(7)$\log_{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}\sqrt{3}-1$

5. 计算

已知$\log_2 x=a$，$\log_2 y=b$. 用 a. b 表示(1)$\log_2 x^3\sqrt{y}$

(2)$\log_2\log_2 x^y$

6. 计算

$\log_{100}(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}})$

## 第三节　常用对数

［知识要点］

要点是以 10 为底的对数的性质常用对数的首数与尾数的概念、求法及对数表、反对数表的用法．要特别注意当真数为小于 1 的正数时，对数应表示为一个负整数加上一个正的纯小数或零，这一点在以下的例题中我们将再次说明．学习本节时应注意联系前两节的内容以利知识的巩固和技能的熟练。

［例题分析］

例 1. 已知 $\lg2=0,3010$，若 $\lg x=-3.6990$，求 x

分析：必须化成负整数加上一个正的纯小数的形式，即 $-3.6990=-3-0.6990+1-1=\overline{4}.3010$，$\overline{4}.3010$ 表示 $-4+0.3010$ 加号略去，$-4$ 记为 $\overline{4}$，表示整数部分为负，小数部分为正。

解：$-3.6990=\overline{4}.3010$

$\therefore \lg x=\overline{4}.3010$

$\therefore x=0.0002$

例 2. x 的对数的首数与 lg958.2 的首数相同，与 0.01129 对数的尾数相同，求 x

解．由于 lgx 的首数与 lg958.2 的首数相同，故 x 的整数部分有三位，

$\because$ lgx 的尾数与 lg0.01129 的尾数相同，故有效数字为 1129

$\therefore x=112.9$

例 3. 若 $\lg5=0.6990$，问 $8^{34}\cdot25^{11}$ 是多少位数．

分析：判断一个数的数位只要求它的对数的首数就可以了．

因此只要把 $8^{34}\cdot 25^{11}$化成 $10^{n}\cdot a$ 的形式。

解：$\because \lg 5=0.6990, \lg 2+\lg 5=1$

$\therefore \lg 2=0.3010$

$\therefore \lg(8^{34}\cdot 25^{11})=\lg(10^{22}\cdot 2^{80})$

$=\lg 10^{22}+\lg 2^{80}=22+80\lg 2$

$=22+24.08=46.08$

$\therefore 8^{34}\cdot 25^{11}$是一个 47 位数.

例 4. $\lg 2=0.3010$，判定$\frac{1}{128}$化成小数后在小数点后面第一个有效数字前有多少个零。

分析：$\frac{1}{128}=2^{-7}$

解：$\lg \frac{1}{128}=\lg 2^{-7}=-7\times 0.3010=-2.107=\overline{3}.893$，

$\therefore \frac{1}{128}$化成小数后在小数点后面第一个有效数字前有两个零.

说明：负首数的绝对值等于真数中包括小数点前面的一个零在内，小数点后面第一个有效数字前零的个数.

例 5. $\lg a$ 的首数比 $\lg b$ 的首数大 3 而尾数相同，求 $a:b$

解：$\because \lg a$ 与 $\lg b$ 尾数相同，

$\therefore a$ 与 b 只有数位不同而数字相同

$\because \lg a-\lg b=3$

$\therefore \lg \frac{a}{b}=3$

$\therefore \frac{a}{b}=1000$

例 6. 计算

(1)$\lg 5^2+\frac{2}{3}\lg 8+\lg 5\cdot\lg 20+(\lg 2)^2$

(2) $\sqrt{9\lg^2 2-6\lg 2+1}+|\lg 8-\frac{1}{2}|$

解：(1)$\lg 5^2+\frac{2}{3}\lg 8+\lg 5\cdot\lg 20+(\lg 2)^2$

$=2\lg 5+2\lg 2+\lg 5(2\lg 2+\lg 5)+\lg^2 2$

$=2(\lg 5+\lg 2)+\lg^2 5+2\lg 5\cdot\lg 2+\lg^2 2$

$=2+(\lg 2+\lg 5)^2=2+1^2=3$

(2) $\sqrt{9\lg^2 2-6\lg 2+1}+|\lg 8-\frac{1}{2}|$

$=\sqrt{(3\lg 2-1)^2}+|3\lg 2-\frac{1}{2}|=1-3\lg 2+3\lg 2-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

## [练习三]

**1. 填空**

(1)lg100000=______. (2)lg0.0001=______

(3)lg0.01=______. (3)lg1=______

(5)lg10=______. (6)$\lg\frac{1}{10}$______.

**2. 用科学记数法把下列各数写成** $a\times 10^n$ **的形式**($1\leqslant a<10$)，n **为整数**)

(1)500　(2)5　(3)2300

(3)0.00032　(5)0.00302

**3. 求出下列各数的首数**

(1)12345　(2)6.789　(3)0.0054　(4)$\frac{1}{2}$

**4. 计算**

已知 5.08=0.7095. 求下列各数