

王行愚 蒋慰孙 著

块脉冲算子及其应用

BLOCK PULSE
OPERATOR AND
ITS APPLICATIONS

华东化工学院出版社

块脉冲算子及其应用

王行愚 蒋慰孙 著

华东化工学院出版社

内 容 提 要

本书系统论述了一种新型算子——块脉冲算子的理论、方法及其应用。它是作者近年来关于块脉冲算子研究成果的总结。全书共分11章，第1、2章分别介绍了数学准备知识及块脉冲函数系的基础知识；第3、4章论述了块脉冲算子的定义、性质及运算规则；第5~10章分别介绍了块脉冲算子在连续动态系统分析、控制、辨识、输入设计，分布参数系统辨识和青霉素发酵过程参数辨识及最优控制中的应用；第11章介绍了块脉冲算子在具有时滞的连续动态系统中的各种应用。

本书可供从事各种类型系统的分析、控制、建模、信号分析、数值计算等领域研究的大学生、研究生、教师与工程技术人员阅读、使用。

块脉冲算子及其应用

Kuaimaichong Suanzi Jiqiyingyong

王行愚 蒋慰孙 著

华东化工学院出版社出版

(上海市梅陇路130号)

新华书店上海发行所发行

上海市印刷三厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 13.25 字数 355 千字

1989年12月第1版 1989年12月第1次印刷

印数 1—2200 册

ISBN 7-5628-0019-7/TP·4 定价: 3.50元

Block Pulse Operator and its Applications

Wang Shienyu

Jiang Weisun

**Press of East China University of Chemical
Technology**

Capsule Summary

The theory and method of a new Block Pulse Operator (BPO) and their applications are described systematically in this book. It includes many research achievements by the authors on BPO in the recent years.

The book is divided into the following four major parts:

- 1 Mathematical preliminaries and basic concepts of Block Pulse Functions (Chapter 1 to 2)
- 2 Definition, character and operational rules for BPO (Chapter 3 to 4)
- 3 Applications of BPO to the analysis, control, identification and the input design for continuous dynamic systems and applications to the identification, of distributed parameter systems, the parameter identification of Penicillin fermentation process and the optimal control. (Chapter 5 to 10)
- 4 Applications of BPO to continuous dynamic systems with time-delay. (Chapter 11)

This book is applicable for the student, graduate, teacher and the practicing engineer, who are engaged in scientific research in analysis, control, modelling, signal analysis and numerical calculation for various different systems.

序

近几年以来,把正交函数系用于控制系统的分析和综合以及用于系统辨识,我国在大陆和台湾的学者都做了很多的研究工作。王行愚博士在他所提出的块脉冲算子及其性质和应用方面的研究,是这些工作中很有特色的成果。

正交函数系可分为连续与离散两大类。在离散的正交函数系中,以块脉冲函数和沃尔什函数使用最广。采用块脉冲函数方法的优点在本书中已有评述,包括适用面宽和易于构成递推算法等。

王行愚博士在块脉冲函数的基础上,于1983年首次提出了块脉冲算子这一新的概念。原来的块脉冲方法是一种近似方法,而块脉冲算子却是建立在均方收敛理论基础上的算子,存在类似于拉普拉斯算子的运算规则,使用方便,而且算子的映象值便于递推计算。作者有深厚的数学功底,治学严谨,提出和证明了严格建立在均方收敛理论基础上的运算规则。

块脉冲算子的应用是多方面的,本书讨论了连续动态系统分析、参数辨识(包括最优输入设计)、最优控制求解等多方面的问题。特别是非线性系统和分布参数系统的辨识和非线性系统的最优控制,是控制理论及其应用中的困难问题,采用块脉冲算子方法,可使问题迎刃而解。书中还给出一个应用的例子,通过它可以说明块脉冲算子方法不仅在理论上具有创新意义,在实际应用中也有充分价值。

本书是王行愚博士几年来在本领域研究工作的结晶,是一本学术专著。除充分吸收博士论文的内容外,有很多延伸和发展。同时,为适用于不同数学基础的读者,在前面两章给出了数学基础和块脉冲函数的预备知识。

现在是新人辈出的时代,更希望是我国学者在吸收世界科学

技术知识的同时，在理论、方法和应用上有所创新的年代。本书在此作了可贵的尝试和努力。是为序。

蒋 慰 孙

目 录

0 绪论	1
1 数学基础	5
1.1 抽象空间	5
1.1.1 距离空间	5
1.1.2 线性赋范空间	8
1.1.3 内积空间	10
1.1.4 几个特殊的空间	13
1.2 线性算子及其性质	20
1.3 函数的正交逼近	23
1.4 矩阵的特殊运算和微商	28
1.4.1 矩阵的克罗内克尔积	28
1.4.2 矩阵的阿达玛积	29
1.4.3 矩阵的拉直运算	29
1.4.4 矩阵函数的微商	31
2 块脉冲函数系	34
2.1 引言	34
2.2 块脉冲函数系的定义	36
2.3 块脉冲函数系的性质	39
2.4 块脉冲函数级数	41
2.5 关于块脉冲函数分析方法的评注	48
3 块脉冲算子的定义及其性质	51
3.1 引言	51
3.2 块脉冲算子的定义	52
3.3 块脉冲算子的性质	55
3.4 块脉冲算子逼近的误差分析	61
3.4.1 连续模数及其性质	62
3.4.2 一元函数用BPO逼近的误差分析	64

3.4.3 多元函数用BPO逼近的误差分析	76
4 块脉冲算子的运算规则	84
4.1 引言	84
4.2 一维块脉冲算子的运算规则	85
4.2.1 代数运算的BPO规则	85
4.2.2 平移运算的BPO规则	88
4.2.3 积分运算的BPO规则	95
4.2.4 微分运算的BPO规则	107
4.2.5 褶积运算的BPO规则	117
4.2.6 矩阵和向量运算的BPO规则	120
4.3 多维块脉冲算子的运算规则	138
5 连续动态系统分析的BPO方法	152
5.1 引言	152
5.2 线性定常系统的BPO解及其收敛性	152
5.3 线性时变系统的BPO解及其收敛性	159
5.4 非线性系统的BPO解及其收敛性	168
5.5 块脉冲算子作用下系统的能控性、能观性 与稳定性	192
6 连续动态系统最优控制求解的 BPO 方法	197
6.1 引言	197
6.2 非线性系统最优控制的 BPO 解及其收敛性	198
6.3 线性定常系统最优控制的 BPO 解析解	209
6.4 线性时变系统最优控制的 BPO 解析解	219
7 连续动态系统参数辨识的 BPO 方法	226
7.1 引言	226
7.2 非线性系统参数辨识的一般格式	227
7.3 逼近辨识问题的收敛性	232
7.4 关于参数线性的非线性系统参数辨识	240
7.5 非线性系统的时变参数辨识	243

7.5.1	MIMO 双线性时变系统的时变参数辨识	245
7.5.2	标量多项式系统的参数辨识	253
8	动态系统参数辨识输入设计的 BPO 方法	258
8.1	引言	258
8.2	BPO 设计方法的基本思想	261
8.3	线性时变系统参数辨识的输入设计	263
8.3.1	问题的描述	263
8.3.2	费谢尔信息矩阵的表示	265
8.3.3	最优输入向量的性质	269
8.3.4	算法及其收敛性	276
8.3.5	逼近问题的收敛性	278
8.3.6	例子	280
8.4	非线性系统的输入设计	284
9	分布参数系统参数辨识的 BPO 方法	296
9.1	引言	296
9.2	参数辨识的 BPO 方法	298
9.3	一阶常系数线性分布参数系统的辨识	300
9.4	二阶常系数线性分布参数系统的辨识	306
9.5	非线性分布参数系统的辨识	311
10	青霉素发酵模型参数辨识与温度最优控制 的 BPO 方法	327
10.1	引言	327
10.2	青霉素发酵过程的数学模型	328
10.3	递推辨识算法	330
10.4	最优温度控制	342
11	块脉冲算子在时滞系统中的应用	352
11.1	具有时滞的系统	352
11.2	时滞系统分析的 BPO 方法	355
11.3	时滞系统最优控制的 BPO 方法	365

11.4 时滞系统参数辨识的BPO方法.....	378
11.5 时滞系统最优控制与参数辨识联合问题 求解的BPO方法.....	383
符号一览表.....	396
参考文献.....	398

Contents

Preface

0 Introduction

1 Mathematical Background

1.1 Abstract Space

1.1.1 Metric Space

1.1.2 Normed Linear Spaces

1.1.3 Inner Product Spaces

1.1.4 Some Special Spaces

1.2 Linear Operator and Its Properties

1.3 Orthogonal Approximation of Function

1.4 Special Operation of Matrices and Matrix Differentiation

1.4.1 Kronecker Products of Matrices

1.4.2 Hadamard Products of Matrices

1.4.3 Stacking Operator of Matrices

1.4.4 Differentiation of Functions of Matrices

2 Block Pulse Functions

2.1 Introduction

2.2 Definition of Block Pulse Functions

2.3 Properties of Block Pulse Functions

2.4 The Series of Block Pulse Functions

2.5 Comments on The Analysis Method of BPFs

3 Definition and Properties of Block Pulse Operator

3.1 Introduction

3.2 Definition of Block Pulse Operator

3.3 Properties of Block Pulse Operator

3.4 Error Analysis of Approximation by Block Pulse Operator

3.4.1 Modulus of Continuity and Its Properties

3.4.2 Error Analysis of Approximation by PBO

3.4.3 Error Analysis of Multidimensional Approximation by BPO

4 Operational Rules of Block Pulse Operator

4.1 Introduction

4.2 Operational Rules of One Dimension BPO

4.2.1 BPO Rules of Algebraic Operation

4.2.2 BPO Rules of Shifting Operation

4.2.3 BPO Rules of Integral Operation

4.2.4 BPO Rules of Differential Operation

4.2.5 BPO Rules of Convolution Operation

4.2.6 BPO Rules of Matrix and Vector Operation

4.3 Operational Rules of Multidimensional BPO

5 BPO Method for Analyzing Dynamic Continuous Systems

5.1 Introduction

5.2 BPO Solution of Linear Time Invariant Systems and Its Convergence

5.3 BPO Solution of Linear Time Varying Systems and Its Convergence

5.4 BPO Solution of Nonlinear Systems and Its Convergence

5.5 Controllability, Observability and Stability of A System Under The Action of BPO

6 BPO Method for Solving Optimal Control Problem Governed by Continuous Dynamic Systems

6.1 Introduction

6.2 BPO Solution of Nonlinear System Optimal Control
and Its Convergence

6.3 BPO Analytic Solution of LTIS Optimal Control

6.4 BPO Analytic Solution of LTVS Optimal Control

7 BPO Method for Parameter Identification in Continuous Dynamic Systems

7.1 Introduction

7.2 Parameter Identification General Framework for Non-
linear Systems

7.3 Convergence of Approximation Identification Problems

7.4 Parameter Identification of Nonlinear Systems with
Linear Parameters

7.5 Parameter Identification of Nonlinear Systems with
Time Varying Parameters

7.5.1 Parameter Identification of Bilinear MIMO Systems with Time
Varying Parameters

7.5.2 Parameter Identification of Scalar Polynomials Systems

8 BPO Method of Input Signals Design for Identifying Parameters in Dynamic Systems

8.1 Introduction

8.2 Basic Idea of BPO Design Method

8.3 The Input Signals Design for Identifying Parameters
in LTVS

8.3.1 Formulation of The Problem

8.3.2 Representative of Fisher Information Matrix

8.3.3 The Properties of Optimal Input Vector

8.3.4 Algorithm and Its Convergence

8.3.5 Convergence of the Approximation Problem

8.3.6. Examples

8.4 The Input Signals Design of Nonlinear Systems

9 BPO Method for Parameter Identification in Distributed Parameter Systems

9.1 Introduction

9.2 BPO Method of Parameter Identification

9.3 Identification of First Order Linear Distributed Parameter Systems with Time Invariant Parameters

9.4 Identification of Second Order Linear Distributed Parameter Systems with Time Invariant Parameters

9.5 Identification of Nonlinear Distributed Parameter Systems

10 Parameter Identification and Optimal Temperature Control for Penicillin Fermentation Models

10.1 Introduction

10.2 Mathematical Models for Penicillin Fermentation Process

10.3 Recursive Identification Algorithm

10.4 Optimal Temperature control

11 The Applications of BPO in Delay Systems

11.1 Delay Systems

11.2 BPO Method for Analyzing Delay Systems

11.3 BPO Method for Delay System Optimal Control

11.4 BPO Method for Parameter Identification in Delay Systems

11.5 BPO Approach to The Combined Problem of Optimal Control and Parameter Identification

List of Notations

References

0 绪 论

近年来,基于正交函数系的逼近方法被广泛应用于数值计算和分析、系统和控制理论、网络分析以及讯号分析和处理等领域,在种类繁多的正交函数系中,一类取离散值的正交函数系——块脉冲函数系(Block Pulse Functions, 简记为BPFs),特别引人注目。块脉冲函数系是仅在某一特定区间上取恒定值,而在其余区间上取零值的方波脉冲函数系。在数学上,这是一个非常简单的正交函数系。但是,正是基于这一简单的函数系,形成了一类很有特色的新方法——块脉冲函数方法。

块脉冲函数方法大约始于本世纪70年代初,H. F. Harmuth、P. Sannuti 和G. P. Rao等学者是这种方法的积极倡导者。目前,BPFs 方法被广泛用于诸如:系统分析和设计、微分和积分方程求解,线性和非线性系统的辨识和控制,时滞和分布参数系统的分析、辨识和控制,网络分析,电工理论,讯号处理和分析以及各种特殊的数值计算(如拉普拉斯逆变换的数值计算)等领域。几乎一切需要通过求解微分方程来分析和计算的领域都可应用BPFs 方法。

但是,现存的BPFs 方法无论在理论和应用上,都存在一些基本的缺陷和需要探讨的问题。主要表现在以下方面: BPFs 方法的各种收敛性理论还没有被充分的重视和建立;在BPFs 方法中,一些具有共性的运算规律尚未被概括和抽象出来,并使之建立在严格的数学理论基础之上;BPFs 方法的应用有待于进一步开拓。本书2.5中对此将作较详细分析。

正是基于对BPFs 方法现状的分析和认识,促使我们去研究如何完善和发展这种新的方法。我们认为有必要建立适当的数学

框架, 将 BPFs 方法系统化、理论化, 用一种新的、统一的观点去概括和发展现存的一些方法, 以期形成一种具有严格数学理论基础的、系统的、便于应用的一般方法。根据这个指导思想, 王行愚博士在蒋慰孙教授的指导下, 对此作了研究和探讨, 于1983年初发表了关于块脉冲算子 (Block Pulse Operator, 简记为 BPO) 的论文, 提出了块脉冲算子的概念, 并对 BPO 的理论和方法作了初步的探讨。在此以后, 著者进一步完善和发展了 BPO 的理论和方法, 并将其应用于控制理论的许多领域。

关于块脉冲算子的研究工作主要分为两个方面: 其一是关于 BPO 的理论探讨; 其二是关于 BPO 的应用。本书是关于 BPO 研究工作的总结。除了部分工作总结已经发表之外, 有相当一部分正在等待或尚未发表。全书共分11章, 各章内容简介如下:

第1章简要介绍了数学预备知识, 作为阅读本书所需数学知识的索引。

第2章是关于块脉冲算子背景材料——块脉冲函数系的介绍, 并对 BPFs 方法作了评注。

第3、4章是关于 BPO 的基本理论。第3章论述了 BPO 的定义及性质, 并对用 BPO 来逼近一元或二元函数的收敛性及误差作了分析。第4章详细推导和论证了一维和 multidimensional 块脉冲算子的运算规则。这些运算规则被建立在均方收敛的理论基础之上。它们如同拉普拉斯算子的运算规则一样, 使用方便; 而且, 由于 BPO 的特殊性质, 算子的映象值便于递推计算, 又类似差分方法。正是利用这一特点, 易于导出一些递推算法。因此, 在一定程度上, BPO 兼收了拉普拉斯算子运算简便和差分方法便于递推计算的优点。

第5~11章是关于 BPO 应用的介绍, 主要涉及连续动态系统的分析、辨识和控制。在这些应用中都贯穿了这样一个基本思想: 借助于 BPO 这一新的数学工具, 使得关于确定性系统的许多问题转化为 BPO 象空间的相应问题。通过这种转化, 连续系统将转化为离散系统; 微分方程 (常微分或偏微分方程) 及微分-差分方程