九章丛书

高校经典教材同步辅导丛书
配套高等版东南大学·马文蔚 周雨青编

教你用更多的自信面对未来！

一书两用
同步辅导+考研复习

# 物理学
## （第六版·上册）
# 同步辅导及习题全解

主 编 焦艳芳

习题超全解
名师一线经验**大汇集**，解题步骤**超详细**，方法技巧**最实用**

**新版**

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

# 物理学（第六版·上册）同步辅导及习题全解

主　编　焦艳芳

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

## 内 容 提 要

本书是与高等教育出版社出版的，由东南大学七所工科院校编写，马文蔚、周雨青改编的《物理学》（第六版·上册）一书配套的同步辅导书。

本书分8章，分别介绍质点运动学、牛顿定律、动量守恒定律和能量守恒定律、转动和流体刚体运动、静电场、静电场中导体与电介质、恒定磁场、电磁感应 电磁场。本书按教材内容安排全书结构，各章均包括本章知识框架图、考试要点、知识点整理与解析、考研真题解析、课后习题五部分内容。全书按教材内容，针对各章节习题给出详细解答，思路清晰，逻辑性强，循序渐进地帮助读者分析并解决问题，内容详尽，简明易懂。

本书可作为高等院校学生学习“物理学”课程的辅导教材，也可作为考研人员备考的辅导教材，还可作为教师备课的参考资料。

**图书在版编目（CIP）数据**

物理学（第六版·上册）同步辅导及习题全解 / 焦艳芳主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2015.9
（高校经典教材同步辅导丛书）
ISBN 978-7-5170-3601-2

Ⅰ. ①物… Ⅱ. ①焦… Ⅲ. ①物理学－高等学校－教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第210219号

策划编辑：杨庆川　责任编辑：张玉玲　加工编辑：孙　丹　封面设计：李　佳

| | |
|---|---|
| 书　名 | 高校经典教材同步辅导丛书<br>**物理学（第六版·上册）同步辅导及习题全解** |
| 作　者 | 主　编　焦艳芳 |
| 出版发行 | 中国水利水电出版社<br>（北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038）<br>网址：www.waterpub.com.cn<br>E-mail：mchannel@263.net（万水）<br>sales@waterpub.com.cn<br>电话：（010）68367658（发行部）、82562819（万水） |
| 经　售 | 北京科水图书销售中心（零售）<br>电话：（010）88383994、63202643、68545874<br>全国各地新华书店和相关出版物销售网点 |
| 排　版 | 北京万水电子信息有限公司 |
| 印　刷 | 北京正合鼎业印刷技术有限公司 |
| 规　格 | 170mm×227mm　16开本　15.25印张　376千字 |
| 版　次 | 2015年9月第1版　2015年9月第1次印刷 |
| 印　数 | 0001—9000册 |
| 定　价 | 23.80元 |

# 前 言

东南大学七所工科院校编写，马文蔚、周雨青改编的《物理学》（第六版 · 上册）以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。为了帮助读者更好地学习这门课程，掌握更多的知识，我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《物理学》（第六版 · 上册）同步辅导及习题全解。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本知识，学会基本解题方法与解题技巧，进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。考虑《物理学》（第六版 · 上册）这门课程的特点，我们在内容上作了以下安排：

**1. 本章知识框架图。** 每章的知识网络图系统全面地涵盖了本章的知识点，使学生能一目了然地浏览本章内容的框架结构。

**2. 考试要点。** 每章前面均对本章的知识要点进行了整理。综合众多参考资料，归纳了本章几乎所有的考点，便于读者学习与复习。

**3. 知识点整理与解析。** 对每章知识点做了简练概括，梳理了各知识点之间的脉络联系，突出各章主要定理及重要公式，使读者在各章学习过程中目标明确，有的放矢。

**4. 考研真题解析。** 精选历年研究生入学考试中具有代表性的试题进行了详细的解答，以开拓广大同学的解题思路，使其能更好地掌握该课程的基本内容和解题方法。

**5. 课后习题全解。** 教材中课后习题丰富、层次多样，许多基础性问题从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论，促其掌握基本解题方法。我们对教材的课后习题给了详细的解答。

由于时间较仓促，编者水平有限，难免书中有疏漏之处，敬请各位同行和读者给予批评、指正。

编 者

2015 年 6 月

# 目 录
contents

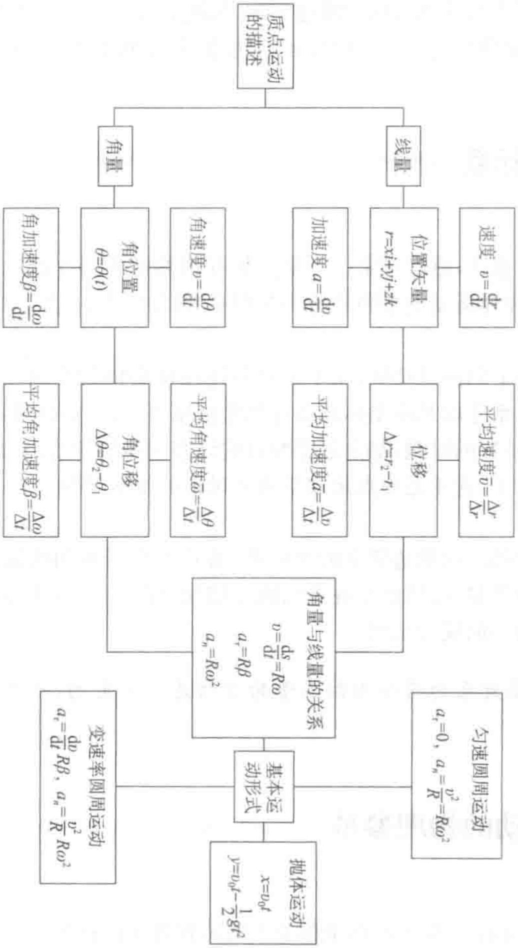
目录

contents

# 第一章

# 质点运动学

## 本章知识框架图



## 考试要点

1. 质点、参考点、坐标系、时刻和时间等物理概念.

2. 位矢、位移、速度和加速度等描述运动及其变化的一些物理量的定义和性质(相对性、矢量性、瞬时性),借助直角坐标系计算质点作平面运动时的上述这些物理量.

3. 直线运动、抛体运动和圆周运动的基本规律,圆周运动中角量与线量的关系.

4. 速度合成定理,简单的相对运动问题.

## 知识点整理与解析

在质点运动学中主要涉及质点运动的描述问题.描述运动状态的物理参量有位矢 $r$、位移 $\Delta r$、速度 $v$、加速度 $a$.描述运动规律的有运动方程与运动轨迹.运动状态参量与运动方程之间在数学上是微分与积分的关系.

### 一、参考系与坐标系

**1. 参考系**

要对物体的运动进行描述,就必须定一个参照物并把参照物当作静止不动,来描述物体相对于参照物的运动,作为描述物体运动的参照物称为参照系.运动学中,参照系的选择是任意的.

**2. 坐标系**

坐标系固定于参照系上的刚性杆架,用于定量描述运动物体的空间位置,常用的坐标系有直角坐标系、柱坐标系、极坐标系等以及球坐标系和自然坐标系等.有了坐标系,还必须有计时的钟,物体在运动过程中,到达任意位置的时刻,都由近旁配置的许多同步的钟给出,这样就能够完全描述物体的位置随时间变化的规律了,这正是质点运动学所要讨论的基本问题.

**3. 自然坐标系**

自然坐标系是沿质点的运动轨迹建立的坐标系,常用于分析做曲线运动的物体.自然坐标系中一个单位矢量为切向单位矢量,沿质点所在点的轨迹切线方向;另一个是法向单位矢量,垂直于在同一点的切向单位矢量而指向曲线的凹侧.

**温馨提示** 自然坐标系的两个单位矢量的方向是不固定的,也是随质点位置的不同而不同的.

### 二、描述物体运动的物理参量

**1. 位置矢量(简称位矢)$r$**

在直角坐标系中,在时刻 $t$,质点 $P$ 在坐标系里的位置可用位置矢量 $r(t)$ 来表示,位置矢量简称

位矢，它是一个有向线段，其始端于坐标系的原点 $O$，末端则与质点 $P$ 在时刻 $t$ 的位置相重合，如图 1-1 所示.

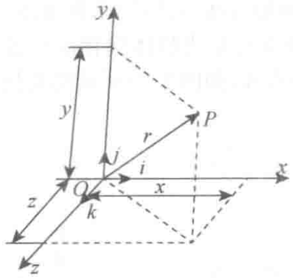



**图 1-1**

2. **位移** $\Delta r$

位移是指质点在一段时间 $\Delta t$ 内的位置矢量的增量. 在图 1-1 中物体从 $A$ 点运动到 $B$ 点，则位移 $\Delta r$ 等于某时刻 $B$ 点的位矢减去初时刻 $A$ 点的位矢，即

$$\Delta r = r_2 - r_1$$

**温馨提示** (1) 位矢与位移都为矢量. (2) 质点的位矢与坐标系原点的选取有关，而位移与坐标系原点的选取无关. (3) 除非是定方向的直线运动，否则位移的大小与路程 $\Delta s$ 一般不同，即 $\Delta s \neq |\Delta r|$，但是当 $\Delta \to 0$ 时，$\Delta s = |\Delta r|$，记为 $\mathrm{d}s = |\mathrm{d}r|$. (4) $|\Delta r|$ 与 $\Delta r$ 也不同. $\Delta r = |r_2| - |r_1|$ 为两位矢大小之差，即图 1-1 所示中的 $BC$ 长度；而 $|\Delta r| = |r_2 - r_1|$ 为两位矢的矢量差的大小，总有 $|\Delta r| \geqslant \Delta r$，只有在两位矢方向相同时才相等.

3. **速度** $v$

瞬时速度简称速度，速度是个矢量，用以定量地描述质点运动快慢和运动方向. 运动质点在 $t$ 瞬间时的速度为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

即速度为位矢时间一阶导数，方向为轨迹的切线方向. 大小称为速率，它总是一个正量.

**温馨提示** 平均速率不等于平均速度的大小，即 $|\bar{v}| \neq \bar{v}$. 例如，质点沿圆周运动一周，其位移为 0，平均速度为 0，因此平均速度的大小为 0，但平均速率不为 0. 同时 $|\Delta v|$ 也一般不等于 $\Delta v$，区分方法与 $|\Delta r|$ 和 $\Delta r$ 相同.

4. **加速度** $a$

加速度是描述质点运动速度变化快慢和方向的物理量，可用公式表示为

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} i + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} j + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} k$$
$$= \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} i + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} j + \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} k$$

位置矢量、位移、速度、加速度等都具有矢量性、瞬时性、叠加性和相对性.

例 1　在离水面高为 $h$ 的岸边一人用绳拉船靠岸，人拉绳的速率为恒值 $v_0$，试求船距岸边为 $x$ 时的速度及加速度.

解　以船为研究对象，它沿 $x$ 轴做直线运动，欲求其速度，应先求运动方程，求运动方程的另一种方法是当物体间相应位置有一定联系时，可由几何关系建立运动方程，如图 1-2a 所示的几何关系有

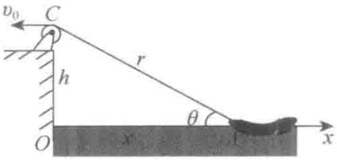


图 1-2a

$$x(t)=\sqrt{r^2(t)-h^2},$$

对 $t$ 求导可得船速

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}\frac{2r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}}{\sqrt{r^2-h^2}}.$$

式中 $\left|\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right|$ 正是人收绳的速率，考虑到收绳过程中 $r$ 在减小，故

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=-v_0,$$

代入可得船速

$$v=-\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}v_0$$

式中"−"号表明船速与 $x$ 轴正向相反.

此题用矢量图解，物理意义更明确，如图 1-2b 所示，若船 $t$ 时刻在 $A$ 点，经 $\mathrm{d}t$ 时间到 $B$ 点，船位移为 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$，大小为 $\mathrm{d}x$，此位移可分解为径向（$r$ 方向）和横向（垂直于 $r$ 方向）两分量，大小为 $\mathrm{d}r$ 与 $\mathrm{d}n$.

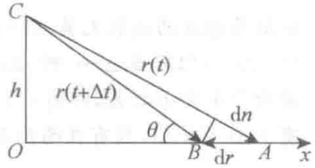


图 1-2b

小船速度 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，

速率 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

而拉绳速率 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=-v_0$，

由图 1-2b 可见 $\mathrm{d}r=\mathrm{d}x\cos\theta$，$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\cos\theta$，

即　$v_0=v\cos\theta$，考虑到 $v$ 的方向与 $x$ 方向相反，得

$$v=-\frac{v_0}{\cos\theta}=-\frac{\sqrt{x+h^2}}{x}v_0,$$

将速度对时间求导，可得船的加速度

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{h^2v_0^2}{x^3},$$

式中"−"号表明加速度沿 $x$ 轴的反向，而与速度同向，表示船的运动为变加速，且越靠近岸，加速度越大，速度也越大.

小结：

| 名称 | 内容 | 说明 |
|---|---|---|
| 位置矢量（位矢） | $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$<br>它是从所选定的坐标原点指向质点所在位置的有向线段 | 位矢是描述质点位置的物理量 |
| 运动方程 | 运动方程在直角坐标系中的表示式<br>$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$ | 它给出了任意时刻质点的位置 |
| 位移 | 它是从质点初始时刻位置指向终点时刻位置的有向线段<br>位移在直角坐标系中的表示式<br>$\Delta\boldsymbol{r} = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k}$ | 位移是描述质点位置变化大小和方向的物理量.<br>注意 $\vert\Delta\boldsymbol{r}\vert$ 与 $\Delta r$ 的区别 |
| 速度 | 平均速度<br>$\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$<br>速度（瞬时速度）<br>$\boldsymbol{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$ | 速度是描述质点位矢变化快慢和方向的物理量.<br>注意：瞬时速度的大小不等于瞬时速率，平均速度的大小不等于平均速度 |
| 加速度 | 平均速度<br>$\overline{\boldsymbol{a}} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$<br>加速度（瞬时加速度）<br>$\boldsymbol{a} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$<br>加速度在直角坐标系中的表示式<br>$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$<br>加速度在自然坐标系中的表示式<br>$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_1 + \dfrac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n$ | 加速度是描述质点速度变化快慢和方向的物理量 |
| 注释：位置矢量、位移、速度、加速度等都具有矢量性、瞬时性、叠加性和相对性. | | |

## 三、最简单的曲线运动——圆周运动

质点做平面圆周运动是曲线运动中较为简单的一种运动形式，可用直角坐标系、自然坐标系或平面极坐标系描述. 一般用平面极坐标系来描述更为直观. 如图 1-3 所示，某时刻质点位于 $A$ 点，它对原点 $O$ 的位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 $Ox$ 轴的夹角为 $\theta$，则 $A$ 点位置可用 $(r,\theta)$ 来确定，这种以 $(r,\theta)$ 为坐标的坐标系称为平面极坐标系. 圆周运动方程为 $r = R, \theta = \theta(t)$，角位置 $\theta(t)$ 为时间的函数. 直角坐标与极坐标之间的变换关系为 $x = r\cos\theta$ 和 $y = r\sin\theta$.

(1) 角速度 $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$，描述质点在瞬时 $t$ 角位置的变化，国际单位是 rad/s.

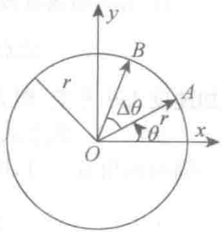



图 1-3

(2) 角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$,描述质点在瞬时 $t$ 角速度的变化,国际单位是 $\mathrm{rad/s^2}$.

(3) 圆周运动的加速度

① 切向加速度 $\boldsymbol{a}_t$ 反映速度大小的变化.

大小:$a_t = \frac{dv}{dt}$;方向:沿轨道的切线方向.

② 法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 反映速度方向的变化.

大小:$a_n = \frac{v^2}{R}$;方向:垂直于 $v$ 且指向圆心.

③ 总加速度 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t$.

大小:$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$

方向:$\tan\theta \frac{a_n}{a_t}$($\theta$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_t$ 之间的夹角)

(4) 圆周运动的角量描述

① 角坐标 $\theta$,角位移 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$,一般规定质点沿逆时针方向转动,$\Delta\theta > 0$;沿顺时针方向转动,$\Delta\theta < 0$.

② 角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$,$\omega > 0$,沿逆时针方向;$\omega < 0$,沿顺时针方向.

③ 角速度 $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$.

(5) 圆周运动的角量与线量之间的关系

$s = r\theta$,$ds = rd\theta$.

$v = r\omega$ 或 $\omega = \frac{v}{r}$.

$a_t = r\beta$,$a_n = r\omega^2$.

例 2　瞬时速度 $v$ 的大小 $|v|$ 可以用下列哪个式子来表示:

A. $\frac{dr}{dt}$　　B. $\frac{d|r|}{dt}$　　C. $\left|\frac{dr}{dt}\right|$　　D. $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2$

解题分析　由于速度 $v = \frac{dr}{dt}$,所以速度 $v$ 的大小 $\left|\frac{dr}{dt}\right|$,故应选 C.

例 3　一个质点在做匀速率圆周运动时:

A. 切向加速度改变,法向加速度为改变;

B. 切向加速度不变,法向加速度改变;

C. 切向加速度不变,法向加速度也不变;

D. 切向加速度改变,法向加速度不变.

解题分析　质点在做匀速率圆周运动时,其速度的大小不变,则切向加速度 $a = \frac{dv}{dt} = 0$,而法向加速度大小不变,但方向在改变,故应选 B.

例 4　一质点从静止出发,绕半径为 $R$ 的圆周做匀变速圆周运动,角加速度为 $\beta$,当该质点走完一周回到出发点时,所经历的时间为:

A. $\frac{2\pi}{\sqrt{\beta}}$　　B. $\sqrt{\frac{4\pi}{\beta}}$　　C. $\sqrt{\frac{4\pi R}{\beta}}$　　D. $\sqrt{\frac{2\pi}{\beta}}$

解题分析　对匀变速圆周运动，其公式与匀加速直线运动相似，由此解之.

解　$\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2$，又因质点从静止出发，$\omega_0=0$，则 $\theta=\frac{1}{2}\beta t^2$，而质点走完一周回到出发点时，$\theta=2\pi$，所以 $2\pi=\frac{1}{2}\beta t^2$，可以解出 $l=\sqrt{\frac{4\pi}{\beta}}$，故选 B.





小结：

| 名称 | 内容 | 说明 |
|---|---|---|
| 角坐标(角位置) | $\theta=\theta(t)$ | 描述质点位置的物理量 |
| 角位移 | $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$ | 描述质点角位置变化的物理量 |
| 角速度 | $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ | 描述质点角位置变化快慢的物理量 |
| 角加速度 | $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$ | 描述质点角速度变化快慢的物理量 |
| 线量与角量的关系 | $\mathrm{d}s=R\mathrm{d}\theta$<br>$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=R\omega$<br>切向加速度 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\alpha$<br>法向加速度 $a_n=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$ | 匀速率圆周运动：<br>角速度 $\omega=$ 常量<br>匀变速率圆周运动：<br>角加速度 $\alpha=$ 常量 |

## 四、相对运动

**1. 时间和空间**

物质的运动既离不开空间，也离不开时间，时间表征了物质运动的持续性，自然界的实际过程都具有一定的方向，是不可逆的，时间是单向的，空间反映了物质运动的广延性.

**2. 相对运动**

物体相对于静态参照系的速度称为绝对速度，物体相对于动态参照系的速度称为相对速度；动态参照系相对于静态参照系的速度称为牵连速度，三者的关系为 $\boldsymbol{v}_{绝}=\boldsymbol{v}_{相}+\boldsymbol{v}_{牵}$.

在物体和动态参照系都无转动的条件下，物体的绝对加速度(对静态参照系而言)等于物体的相对加速度(对动态参照系而言)与牵连加速度(动态参照系对静态参照系)的矢量和，即 $\boldsymbol{a}_{绝}=\boldsymbol{a}_{相}+\boldsymbol{a}_{牵}$.

在牛顿力学范围内，质点的位移、速度和运动轨迹等都与参考系的选择有关系. 常把视为静止的参考系作为基本参考系($S$ 系)，相对基本参考系以速度 $\boldsymbol{u}$ 匀速运动的参考系叫运动参考系($S'$ 系).

在某个时间段 $\Delta t$ 内，质点在 $S$ 系看来位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，称为绝对位移；质点在 $S'$ 系看来位移为 $\Delta\boldsymbol{r}'$，称为相对位移；并且在此时间内 $S'$ 系相对于 $S$ 系移为 $\Delta\boldsymbol{D}$，称为牵连位移.

质点相对于 $S$ 系的速度 $\boldsymbol{v}$ 称为绝对速度；质点相对于 $S'$ 系的速度 $\boldsymbol{v}'$ 称为相对速度；$\boldsymbol{u}$ 称为牵连速度. 它们之间满足伽利略变换式

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}'+\Delta\boldsymbol{D}$$
$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$$

**温馨提示** 求解相对运动题目的步骤：(1) 从题意中找出三个对象，一般地面为绝对系；(2) 由题意锁定所要求的对象，剩下的一个对象牵连系；(3) 确定所求的是相对值（相连速率、相对位矢）还是绝对值（绝对速率、绝对位矢）；(4) 利用矢量的合成（在图上利用矢量三角形法则）求解.

小结：相对运动

| 名称 | 内容 | 说明 |
|---|---|---|
| 速　度变换公式 | 质点相对静止坐标系 $S$ 的速度为 $v$，相对运动坐标系 $S'$ 的速度为 $v'$，$S'$ 系相对 $S$ 系的平动速度为 $v$，则 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{v}$ | $v$ 叫作绝对速度，$v'$ 叫作相对速度，$u$ 叫作牵连速度. |

小结：运动学求解的两类问题及解题方法

| 名称 | 内容 | 说明 |
|---|---|---|
| 第一类问题 | 由已知的运动方程求速度和加速度 | 用求导法 |
| 第二类问题 | 由已知质点的速度或加速度及初始条件，求质点的运动方程 | 用积分法 |
| 注释：在实际求解中，可由题目的已知条件和要求解的物理量，判断属于哪一类问题.不同类型的问题采用不同的方法求解.另外，应选择合适的坐标系，一般采用直角坐标系，但对圆周运动或曲线运动有时采用自然坐标系更方便进行数学运算 | | |

## 考研真题解析

**1.1** （浙江大学2005年）宽为 $L$ 的河流，流速与离岸距离成正比，已知两岸处的流速为零，河中心的流速为 $v_0$，一小船以恒定的相对速度 $v_r$ 垂直于水流从一岸驶向另一岸，在离开岸边 $L/4$ 处因故突然掉头，以相对速度 $v_r/2$ 垂直于水流驶回本岸，试求：

(1) 小船的运动轨迹；

(2) 小船返回本岸时离原出发点的距离.

解题分析　本题考察运动的相对性，根据速度定义建立确定小船运动轨迹的微分方程，通过积分，并利用初始条件求出轨迹.

解　建立如图 1-4 所示的坐标，以出发点为坐标原点，水流速度可表示为

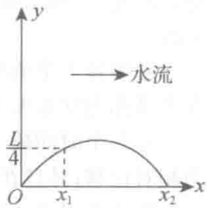



图 1-4

$$\boldsymbol{u}=\frac{2v_0}{L}y\boldsymbol{i}$$

船的相对速度为

$$\boldsymbol{v}_r=u_r\boldsymbol{j}$$

小船的绝对速度为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}_r=\frac{2v_0}{L}y\boldsymbol{i}+\boldsymbol{v}_r\boldsymbol{j}$$

即 $v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{2v_0}{L}y$，$v_y=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v_r$

以上两式相除 $$\frac{dx}{dy}=\frac{2v_0}{Lv_r}y,$$

即 $dx=\dfrac{2v_0}{Lv_r}y\,dy$

两边积分，得 $x=\dfrac{v_0}{Lv_r}y^2+C.$

当 $x=0$ 时，$y=0$，得积分常数 $C=0$，故小船的运动轨迹为 $x=\dfrac{v_0}{Lv_r}y^2$.

是一条抛物线，在离开岸 $L/4$ 处，小船的坐标为 $x_1=\dfrac{v_0}{Lv_r}\left(\dfrac{L}{4}\right)^2=\dfrac{v_0L}{16v}, y_1=\dfrac{L}{4}$.

返航时，小船的绝对速度为 $\boldsymbol{v}=\dfrac{2v_0}{L}y\boldsymbol{i}-\dfrac{v_r}{2}\boldsymbol{j}$,

即 $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{2v_0}{L}y \cdot \dfrac{dy}{dt}=-\dfrac{v_r}{2}$.

从以上两式得 $\dfrac{dx}{dy}=-\dfrac{4v_0}{Lv_r}y$ 或 $dx=-\dfrac{4v_0}{Lv_r}y\,dy$,

两边积分，得 $x=-\dfrac{2v_0}{Lv_r}y^2+C_1$.

将初始条件 $x_1$ 和 $y_1$ 代入上式，得 $C_1=\dfrac{3v_0L}{16v_r}$，故小船的运动轨迹为

$$x=-\frac{2v_0}{Lv_r}y^2+\frac{3v_0L}{16v_r},$$

也是一条抛物线，当小船返回本岸时，$y=0$，可求得离原出发点距离为

$$x_2=\frac{3v_0L}{16v_r}.$$

**1.2** （西南交通大学2006年）$A$、$B$两质点在同一平面上分别绕两个固定圆心$O$和$O'$按顺时针方向作匀速圆周运动，角速度都是$\omega$，这两个圆的半径都是$R$，$O$和$O'$之间的距离为$3R$. $t=0$时，这两个质点的距离最近，为$R$，如图1-5所示. 试求质点$B$相对质点$A$的轨迹方程、速度和加速度.（要求速度和加速度用矢式量表示）

解题分析　相对运动.

解　$\boldsymbol{OA}=R\cos\omega t\boldsymbol{i}-R\sin\omega t\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{OB}=(3R-R\cos\omega t)\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$

$B$ 相对 $A$ 的运动方程

$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{OB}-\boldsymbol{OA}$

$\quad=(3R-2R\cos\omega t)\boldsymbol{i}+2R\sin\omega t\boldsymbol{j}$.

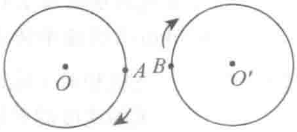



图 1-5

以 $A$ 为坐标原点建立 $x'$、$y'$ 坐标系，$x'$、$y'$ 轴分别平行 $x$、$y$ 轴有

$$x'=3R-2R\cos\omega t,\ y'=2R\sin\omega t$$

轨迹方程为 $$(x'-3R)^2+y'^2=4R^2$$

$$v'=\frac{dr'}{dt}=2R\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+2R\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$
$$=2R\omega(\sin\omega t\boldsymbol{i}+\cos\omega t\boldsymbol{j})$$
$$a'=\frac{dv'}{dt}=2R\omega^2(\cos\omega t\boldsymbol{i}-\sin\omega t\,\boldsymbol{j}).$$

**1.3** （中国科学院）一质点在 $t=0$ 时从原点出发，以速度 $v_0$ 沿轴 $v$ 运动. 其加速度与速度的关系为 $a=-kv^2$，$k$ 为正常数，则 $v$ 与 $x$ 的关系为（　　）

A. $v=v_0\left(1-\dfrac{x}{2v_0^2}\right)$　　B. $v=v_0\sqrt{1-x^2}$　　C. $v=v_0 e^{-kx}$　　D. 都不对

解　答案为C.

已知条件 $a=-kv^2$，式中已有 $v$，要求 $v$ 与 $x$ 的关系，则需找到加速度 $a$ 与 $x$ 的关系. 直线运动中由 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{dv}{dx}v$，消掉时间 $dt$，得

$$\frac{dv}{dx}v=-kv^2,\frac{dv}{v}=-kdx$$

两边积分得 $\displaystyle\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=\int_0^x-kdx$，$\ln\dfrac{v}{v_0}=-kx$

即 $v=v_0 e^{-kx}$.

**思路总结**　利用本章消时间的技巧 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{dv}{dx}v$，利用 $v=\dfrac{dx}{dt}$ 将 $dt$ 消掉且引入另一个变量 $x$，从而得到 $v$ 与 $x$ 的关系.

**1.4** （南京航空航天大学）已知质点沿 $x$ 轴做直线运动，其运动方程为 $x(t)=10t^2-5t$(m)，选 $x$ 轴正方向向右，则质点在 $t=0$ 时刻沿________方向运动，经过________(s) 质点的运动方向发生变化.

解　答案为负；0.25 .

由于质点做直线运动，所以 $v=\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{dx}{dt}=20t-5$，$t=0$ 时刻 $v=-5\text{m/s}<0$，所以沿 $x$ 轴负方向；当 $v=0$ 即 $t=0.25\text{s}$ 后速度开始大于零，沿 $x$ 轴正方向运动.

**思路总结**　质点做直线运动，速度与运动方程的关系 $v=dx/dt$，速度正负决定了其与 $x$ 轴方向的关系.

**1.5** （上海复旦大学 2005 年）一架飞机在速率 $u=150\text{km/h}$ 的西风中行驶，机头指向正比，相对于空气的航速为 750km/h，飞机中雷达员在荧屏上发现一目标正相对于飞机从东北方向以 950km/h 的速率逼近飞机，求目标相对于地面的速度.

解题分析　飞机相对于地面的速度可以通过飞机相对于空气的速度和风的速度的矢量合成得到，目标相对于地面的速度，可以通目标相对于飞机的速度和飞机相对于地面的速度的矢量合成得到.

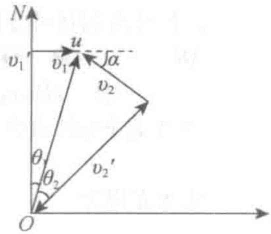



图 1-6

解　设 $\boldsymbol{v}_1$ 为飞机相对于地面的速度，$\boldsymbol{v}_2$ 为目标相对于地面的速度，$\boldsymbol{v}'_1$ 为飞机相对于空气的速度，$\boldsymbol{v}'_2$ 为目标相对于飞机的速度，由于

$$v_{机气}=v_{机地}-v_{风地},$$

即

$$v'_1=v_1-v,$$

由图 1-6 可得

$$u_1=\sqrt{V'^2_1+u^2}=\sqrt{750^2+150^2}=765\ \text{km/h}.$$

$$\theta_1 = \arctan\frac{u}{V'_1} = \arctan\frac{150}{750} = 11.3°.$$

即飞机相对地面的航速为 760 km/h,方向北偏东 11.3°.

因 $v_{物体} = v_{物地} - v_{机地}$,

即 $v'_2 = v_2 - v_1$,

因此 $v_2 = \sqrt{v'^2_2 + v_1^2 - 2v'_2 v_1 \cos\theta_2}$

$= \sqrt{950^2 + 765^2 - 2\times950\times765\times\cos(45° - 11.3°)}$

$= 527$ km/h

$$\alpha = \arctan\frac{v'_1 - v'_2 \sin 45°}{v'\cos 45° - u}$$

$$= \arctan\frac{750 - 950\sin45°}{950\cos 45° - 150} = 8°32'.$$

即目标相对应地面以 527 km/h 的速度沿西偏比 8°32′ 的方向飞行.



**1.6** (浙江大学)一个质量为 $m$ 的点,沿 $x$ 轴做直线运动,受到的作用力为 $F = F_0\cos\omega t\boldsymbol{i}(SI)$,$t=0$ 时刻,质点的位置坐标为 $x_0$,初速度 $v=0$. 试写出质点的位置坐标和时间的关系式.

解 $\boldsymbol{F} = F_0\cos\omega t\boldsymbol{i} = m a\boldsymbol{i}$,所以,$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{F_0\cos\omega t}{m}\boldsymbol{i}$

两边同时积分得$\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t \frac{F_0\cos\omega t}{m}\boldsymbol{i}\mathrm{d}t$,所以,$v = \frac{F_0\sin\omega t}{\omega m}\boldsymbol{i}$

$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} = \frac{F_0\sin\omega t}{\omega m}\boldsymbol{i}$,再由两边同时积分,得$\int_{x_0}^x \mathrm{d}x\boldsymbol{i} = \int_0^t \frac{F_0\sin\omega t}{\omega m}\boldsymbol{i}\mathrm{d}t$

所以位置坐标与时间的关系为 $x = \left(x_0 - \frac{F_0\cos\omega t}{\omega^2 m}\right)\boldsymbol{i}$.

**思路总结** 此题考查了本章第一类问题,即已知运动状态求运动方程. 利用牛顿第二定律求加速度后依次积分可得.

**1.7** (北京市联合命题)一质点在平面上做曲线运动,其瞬时速度为 $v$,瞬时速率为 $V$,某一段时间内的平均速度为 $\bar{v}$,平均速率为 $\bar{V}$,平均速率为 $\bar{V}$,它们之间的关系必定有(　　).

A. $|v| = V$, $|\bar{v}| = \bar{V}$　　　B. $|v| \neq V$, $|\bar{v}| = \bar{V}$

C. $|v| \neq V$, $|\bar{v}| \neq \bar{V}$　　　D. $|v| = V$, $|\bar{v}| \neq \bar{V}$

解 答案为 D.

选项 A 中错在 $|\bar{v}| = \bar{V}$,$|\bar{v}|$ 表示速度(带方向)平均的大小,而 $\bar{V}$ 表示速率的平均,两者一般不相等;B 中两项都错,前者 $|v| = V$ 是对的;C 中 $|v| \neq V$ 错误,$|\bar{v}| \neq \bar{V}$ 对. 因此答案为 D.

**思路总结** 解题关键分清 $|\bar{v}|$ 是矢量 $v$ 求平均,关系到方向问题;它与标量 $V$ 求平均值是不同的,标量没有方向.