根据 1997 年国家教委《各类成人高等学校招生考试大纲》编写

CRGK

HENG EN AO AO

全国各类成人高考复习丛书

数学

郭景扬 主编

（文史财经类）

学林出版社

全国各类成人高考复习丛书

数　学

（文史财经类用）

学林出版社

全国各类成人高考复习丛书·**数学(文史财经类用)**

主　　编：周继光
特约编辑：姜宝坤
封面设计：周剑峰
出　　版：学林出版社(上海市钦州南路81号)
发　　行：新华书店上海发行所
印　　刷：上海市印刷十二厂印刷
版　　次：1997年11月第1版第1次印刷
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：10
字　　数：22.9万
印　　数：5000册
书　　号：ISBN 7-80616-404-9/G·89
定　　价：14.00元

全国各类成人高考复习丛书

主　　编：郭景扬

副 主 编：钱昌明　夏　键

编　　委：周继光　张伟锷
　　　　　　张运来　郭　晨

本册主编：周继光

参加编写：周继光　王革非
　　　　　　林洞德　钟大鑫
　　　　　　王柏如

说　明

随着我国社会主义现代化建设的深入发展，整个国民素质的提高已成为一个重要问题，广大在职干部、职工迫切需要不断提高自身的素质，更新知识和提高能力。因此，适应人们学历层次提高的要求，成人高等教育作为终身教育的一个重要方面，必将日益发展。

但是，成人高校的招生考试作为正规的国家考试，对考生的文化知识和能力有着严格的要求。如何帮助考生全面系统地复习，使其知识和能力达到成人高校入学的水准，历来是广大考生及教师关注的热点。人们迫切需要一套根据成人高等学校招生考试大纲编写的复习丛书，使考生经过系统的学习和复习，全面地掌握相关知识，获得必要能力。

为了满足这个需要，许多成人教育工作者编写了各种复习材料，例如各种复习教材、解题指导、试题汇编、模拟试卷等等，为考生提供了方便。但是也应看到，这类材料有不少难以适应考生需要。有的注重了知识的系统性，但卷帙浩繁，一套丛书几百万字，考生难以把握重点；有的强调了重点，注重了能力，但又在内容上多有疏漏。鉴于上述原因，学林出版社邀请长期从事成人教育的专家和教师依据中华人民共和国国家教育委员会 1997 年制订的《全国成人高等学校招生复习考试大纲》编了这套"全国各类成人高考复习丛书"，为广大考生提供一套知识系统性和应考实用性二者兼顾的复习参考资料。这套"丛书"具有以下三个特点：

一、知识系统而简约。"丛书"依据国家教委颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》对考生知识与能力两方面的要求，既注意帮助考生全面掌握每门学科的基础知识，又注意对大量知识加以概括，尽量减少记忆的负担，突出能力的培养。为此，每门学科均按《大纲》内容编排，每一单元又分为知识结构、基础知识和自我测试三部分(语文、数学因学科特点三部分名称不同)。其中，"知识结构"概括性地介绍有关知识点的内在联系，用文字或图表帮助考生系统了解知识的结构。"基础知识"具体地分析每个知识点的内容，帮助考生理解知识。"自我测试"通过精心编制的各种测试题，帮助考生巩固知识，形成能力。这样的编排，使考生从理解知识的整体结构入手，接着掌握具体知识的要点，最后通过自我测试巩固与提高，循序渐进，逐步深化，费时少而效果好。

二、内容全面而实用。"丛书"每门学科的内容包括五部分，即知识结构、基础知识、自我测试、高考模拟试卷、近两年全国成人高考试卷。其中自我测试题放在每单元知识后面，包括《大纲》中规定的各种题型，能帮助考生掌握应用知识解决问题的各种方法，而且题量充足，难度由低到高，并附有参考答案。高考模拟试卷每门学科设计三至四套，每套试卷的题型、题量与全国成人高考试卷一致，而且几套模拟试卷的知识内容不重复，使得知识覆盖面广，考生将几套试卷完成，可以基本上掌握该门学科的主要知识及能力要求。每套试卷附有参考答案。"丛书"最后附有近两年全国成人高考试卷及评分标准，供考生了解正式考试的试卷结构，熟悉答题要求，做到胸有成竹进考场，熟门熟路心不慌。

三、方便自学与复习。"丛书"编写者力图使这套材料既方便考生自学，又方便各种高考复习班教师进行指导。首先，"丛书"考虑到在职干部、职工工作忙、时间紧的实际情况，将

每门学科的字数控制在10万至20万左右，篇幅不大，但内容完整，使考生能在较短的时间内全面系统复习，也使复习指导教师便于安排。其次，"丛书"的结构，融复习教材、解题指导、测试题集、模拟试卷和高考试卷于一体汇编成一册，手持一本，凡复习备考的资料无须再买，节省精力，也节省开支。

本"丛书"包括政治、语文、历史、地理、数学(文史财经类用)5册，其余几门学科将陆续编写出版。"丛书"由郭景扬负责统稿。

本"丛书"由郭景扬担任主编，钱昌明、夏键任副主编，周继光、张伟锷、张运来、郭晨为编委。每门学科设一分册主编。

目　　录

一　数、式、方程和方程组

（一）知识要点

1. 数

（1）实数的分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

有理数都可用$\frac{m}{n}$的形式表示（m、n 是互质的整数，且 $n\neq 0$），无理数是无限不循环小数.

（2）实数的几个基本概念

① 数轴　规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.实数集与数轴上点集之间是一一对应的.

② 相反数和倒数　只有符号不同的两个数，叫做互为相反数（零的相反数是零）1 除以某数的商叫做这个数的倒数（零没有倒数）.

③ 绝对值　一个正数的绝对值是它本身；零的绝对值是零；一个负数的绝对值是它的相反数.从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点与原点的距离.

（3）实数的运算

在实数集内可以进行加、减、乘、除（除数不能为零）、乘方、开奇次方等运算，对于非负实数可进行开偶次方的运算.

实数运算满足加法、乘法的交换律，加法、乘法的结合律，加法关于乘法的分配律.

2. 式

（1）代数式

用运算（指加、减、乘、除、乘方、开方）符号把数或表示数的字母连结而成的式子叫做代数式.

代数式的分类：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

（2）整式

由数与字母相乘形式的代数式，叫做单项式.几个单项式的和或差叫做多项式.单项式和多项式统称整式.

① 整式可以进行加、减、乘的运算，运算结果仍是整式. 整式运算满足交换律、结合律、分配律.

② 常用的乘法公式：

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2,$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2,$$
$$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3,$$
$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3.$$

③ 幂的运算法则：

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n},$$
$$a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0,m>n),$$
$$(a^m)^n=a^{mn},$$
$$(ab)^n=a^nb^n.$$

④ 多项式的因式分解　把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做多项式的因式分解. 因式分解常用的方法有：提公因式法、乘法公式法、分组分解法；对于二次三项式的分解，还可以应用配方法、十字相乘法、求根公式法.

(3) 分式

如果 A、B 表示两个整式，且 B 中含有字母，式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式(分母 B 的值不能为零). 分子与分母没有公因式的分式叫做最简分式.

① 分式的基本性质：

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M},\ \frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}(M\neq 0).$$

② 分式的运算　设 $\frac{a}{b}$、$\frac{c}{d}$ 是两个分式，则

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd},$$
$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd},$$
$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc},$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.$$

(4) 二次根式

正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根，记作 $\sqrt{a}$. 零的算术平方根仍是零. 式子 $\sqrt{a}\,(a\geqslant 0)$ 叫做二次根式. 被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2，被开方数不含分母的二次根式叫做最简根式. 几个根式化成最简根式后，如果被开方数相同，这些根式叫做同类根式.

① 二次根式的运算　根式的加减法，把各个根式化成最简根式后，再合并同类根式；

根式的乘除法，应用下列公式进行运算：

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab},\ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\,(b\neq 0);$$

根式的乘方，应用下列公式进行运算：

$$(\sqrt{a})^n=\sqrt{a^n}.$$

② 分母有理化　化去分母中的根号，叫做分母有理化.

3. 方程和方程组

(1) 方程

含有未知数的等式叫做方程.能使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解.求方程解的过程，叫做解方程.

① 一元一次方程　形如 $ax+b=0(a\neq 0)$ 的方程，叫做一元一次方程，它的解为

$$x=-\frac{b}{a}.$$

② 一元二次方程　形如 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的方程，叫做一元二次方程.

一元二次方程解的情况由它的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 来确定：

当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根，这两个实数根为

$$x_{1、2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a};$$

当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根，这两个相等的实数根为：

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a};$$

当 $\Delta<0$ 时，方程没有实数根.

如果设 x_1、x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，那么根 x_1、x_2 与方程系数 a、b、c 的关系为

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a},x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

(2) 方程组

由几个方程合写在一起，组成方程组.适合方程组中每个方程的公共解，叫做方程组的解.求方程组解的过程叫做解方程组.

① 一次方程组　方程组中每个方程都是一次方程叫做一次方程组，共含有两个未知数，叫做二元一次方程组；含有三个未知数，叫做三元一次方程组，依此类推…….

解一次方程组的基本方法是代入消元法和加减消元法，通过逐步消元，最终得到一个一元一次方程，解出一个未知数的值，再逐步回代，得到方程组的解.

② 简单的二元二次方程组　含有两个未知数且至少有一项是二次项的方程组，叫做二元二次方程组.

解简单的二元二次方程组的基本方法是消元和降次，将它化为一元一次或一元二次方程，再逐步求解.特别地，由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组，都可以用代入消元法来求解.

(二) 范例评析

例 1　选择题：

(1) a、b 是两个实数，在数轴上的位置如图，那么下面四个命题中，正确的是　(　　).

(A) a 与 b 互为相反数；　　(B) $a+b>0$；

(C) $-a<0$；　　(D) $|a|>|b|$.

分析：在数轴上，左边的点对应的数小，右边的点对应的数大，所以 $a<0, b>0$ 于是 $-a>0$，选项(C)显然是错的. 一个数的绝对值是数轴上表示这个数的点离开原点的距离，由图可知 $|a|<|b|$. 所以选项(A)、(D)都不对，(B)是正确的.

答：选(B).

(2) 比 m 的相反数的倒数大 n 的数是 (　　).

(A) $-\frac{1}{m}+n$；　(B) $-\frac{1}{m}-n$；　(C) $-m+n$；　(D) $-m-n$.

分析：首先要正确理解相反数和倒数的意义. m 相反数的倒数应是 $-\frac{1}{m}$，再大 n，则应是 $-\frac{1}{m}+n$.

答：选(A).

(3) 如果实数 a 满足 $|-a|>-a$，那么 a 必定是 (　　).

(A) 正数；　(B) 负数；　(C) 非正数；　(D) 非负数.

分析：$|-a|>-a$，即是 $|a|>-a$. 当 a 是负数或零时，$|a|=-a$，所以 a 只能是正数.

答：选(A).

(4) 如果 m、n 的积与 m 的平均数等于 n，那么用 m 的代数式表示 n 应是 (　　).

(A) $2+m$；　(B) $\frac{m-2}{m}$；　(C) $\frac{m}{2-m}$；　(D) $4-m+\frac{1}{m}$.

分析：由条件，可得 $\frac{mn+m}{2}=n, mn+m=2n, m=2n-mn, n=\frac{m}{2-m}$.

答：选(C).

(5) 在代数式 mx^2+nx+m 中，当 $x=1$ 时，其值为 4，当 $x=-1$ 时，其值为 0，那么 m、n 的值分别是 (　　).

(A) 2 和 1；　(B) 0 和 2；　(C) 2 和 0；　(D) 1 和 2.

分析：把已知条件代入代数式，得到一个关于 m、n 的方程组. 从方程组中可解得 m、n 的值分别为 1、2.

答：选(D).

(6) 下列各式中，正确的是 (　　).

(A) $x^5\cdot x^5=2x^5$；　(B) $x^5+x^5=x^{10}$；　(C) $x^2\cdot x^3=x^5$；　(D) $x^2\cdot x^3=x^6$.

分析：由幂的运算法则：$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，可知(A)、(B)、(D)都不对，选项(C)正确.

答：选(C).

(7) 如果 $(x+a)$ 与 $(x-b)$ 的乘积中不含有 x 的一次项，那么 a、b 满足 (　　).

(A) $a\neq 0, b=0$；　(B) $a=0, b\neq 0$；　(C) $a=b$；　(D) $a\neq b$.

分析：$(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$，不含一次项，即一次项系数 $a-b=0$，可得 $a=b$.

答：选(C).

(8) 下列变形中，为因式分解的是 (　　).

(A) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；

(B) $x^2-y^2+4y-4=(x+y)(x-y)+4(y-1)$；

(C) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$；

(D) $x^2-10x+3=x(x-10)+3$.

分析：选项(A)是多项式乘多项式；选项(B)、(D)对已知式中部分项作了分解，并没有把整个多项式分解为几个整式的积的形式，只有(C)是因式分解.

答：选(C).

(9) 下列各式对一切 x、y 都成立的是　　　　(　　).

(A) $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}$；　　(B) $\sqrt{(x+y)^2}=x+y$；

(C) $3xy^2\sqrt{2}=\sqrt{18x^2y^4}$；　　(D) $\sqrt{x^4+2x^2y^2+y^4}=x^2+y^2$.

分析：二次根式中被开方数应是非负数. 选项(A)中，左边 x 的允许值为 $x\leqslant-1$ 或 $x\geqslant 1$，右边 x 的允许值为 $x\geqslant1$，不一致. 如当 $x=-2$ 时，左边为 $\sqrt{3}$，右边无意义. 选项(B)当 $x+y<0$ 时不成立. 选项(C)当 $x<0$ 时不成立. 由 $\sqrt{x^4+2x^2y^2+y^4}=\sqrt{(x^2+y^2)^2}$，而 $|x^2+y^2|=x^2+y^2$，可知(D)正确.

答：选(D).

(10)将$\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}$分母有理化，结果是　　　　(　　).

(A) $\sqrt{a}+\sqrt{a+1}$；　　(B) $\sqrt{a}-\sqrt{a+1}$；

(C) $-(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})$；　　(D) $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$.

分析：将已知式分子、分母都乘以有理化因子 $\sqrt{a}-\sqrt{a+1}$，可得 $-(\sqrt{a}-\sqrt{a+1})$.

答：选(D).

(11) 以下四个式子中，

① $\dfrac{a^2+b^2}{a+b}=a+b$； ② $\dfrac{(a^3)^2}{a^2}=a^3$； ③ $\dfrac{a^2-b^2}{b-a}=-a-b$； ④ $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=b-a$.

正确的式子有　　　　(　　).

(A) 1 个；　(B) 2 个；　(C) 3 个；　(D) 4 个.

分析：在分式的运算中，需要灵活运用乘法公式、幂的运算法则、分式的运算性质. ①式去分母后，得 $a^2+b^2=(a+b)^2$；② 式左边应为 a^4；④ 式左边应为$\dfrac{b-a}{ab}$，显然都是错误的，仅③ 式是正确的.

答：选(A).

(12) 若分式$\dfrac{x^2-7x-8}{|x|-1}$的值等于零，则 x 的值为　　　　(　　).

(A) $x=\pm1$；　(B) $x=-1$；　(C) $x=8$；　(D) $x=8$ 或 $x=-1$.

分析：分式值为零必须是分子值为零且分母值不为零. 令本题分子值为零，可解得 $x=8$ 或 $x=-1$. 但当 $x=-1$ 时，分母值为零，所以只能 $x=8$.

答：选(C).

(13) 若一元二次方程 $mx^2+2mx-(m-5)=0$ 有两个相等实数根，则 m 的值是(　　).

(A) 0 或$\dfrac{5}{2}$；　(B) 0 或$\dfrac{10}{3}$；　(C) 0；　(D)$\dfrac{5}{2}$.

分析：一元二次方程有两个相等实数根，必须是在二次项系数不为零的前提下，判别式 $\Delta=0$. 由 $\Delta=0$，可解得 $m=0$ 或 $m=\dfrac{2}{5}$. 但当 $m=0$ 时，二次项系数为零，故 $m=\dfrac{5}{2}$.

答：选(D).

(14) 已知 a、b、c 均不为零，x_1、x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，则 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ 是(　　).

(A) $-\frac{b}{c}$;　　(B) $-\frac{b}{a}$;　　(C) $-\frac{c}{b}$;　　(D) $-\frac{a}{c}$.

分析：由一元二次方程根与系数的关系，可知 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$，$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=-\frac{b}{a}\div\frac{c}{a}=-\frac{b}{c}$.

答：选(A).

(15) 已知 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}ax+by=4\\bx+ay=5\end{cases}$ 的解，那么 a，b 的分别值是　　(　　).

(A) $a=1$，$b=2$;　　(B) $a=2$，$b=1$;　　(C) $a=-1$，$b=2$;　　(D) $a=-2$，$b=1$.

分析：根据方程组解的定义，把 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 代入方程组，得到一个关于 a，b 的二元一次方程组，解这个方程组可得 $a=2$，$b=1$.

答：选(B).

例 2　填空题：

(1) 绝对值不大于 3 的整数有________________.

分析：不大于 3 等价于小于或等于 3. 设所求整数为 x，则有 $|x|\leqslant 3$.

答：-3，-2，-1，0，1，2，3.

(2) 如果 $\frac{|a|}{a}=1$，那么 $a=$______0；如果 $\frac{|a|}{a}=-1$，那么 $a=$______0. 再根据上述结果化简：$\frac{|a-1|}{a-1}=$____________.

分析：由 $\frac{|a|}{a}=1$，得 $|a|=a$；再由绝对值定义，知 $a\geqslant 0$. 但原式 a 在分母上，$a\neq 0$，$\therefore$ $a>0$. 同理，由 $\frac{|a|}{a}=-1$，可得 $a<0$. 由此化简 $\frac{|a-1|}{a-1}$，应分 $a>1$ 和 $a<1$ 两种情况.

答：依次填入："$>$""$<$"当 $a>1$ 时，$\frac{|a-1|}{a-1}=1$；当 $a<1$ 时，$\frac{|a-1|}{a-1}=-1$.

(3) 一个整式加上 $ab-3ac$，得到 $4ac-ab$，那么这个整式减去 $ab-3ac$，得到________.

分析：不妨设这个整式为 A，由 $A+ab-3ac=4ac-ab$，得 $A=-2ab+7ac$. 于是 $A-(ab-3ac)=-2ab+7ac-ab+3ac=-3ab+10ac$.

答：$-3ab+10ac$.

(4) 一个多项式除以 x^2+3，商式为 $(x-1)$，余式为 $2x-1$，那么这个多项式为____________.

分析：设这个多项式为 A，则 $A=(x^2+3)\cdot(x-1)+(2x-1)=x^3+3x-x^2-3+2x-1=x^3-x^2+5x-4$.

答：x^3-x^2+5x-4.

(5) 将 $1-a^2-ab-\frac{b^2}{4}$ 因式分解，得__________.

分析：本题关键是要看出 $a^2+ab+\frac{b^2}{4}=\left(a+\frac{b}{2}\right)^2$ 据此，原式 $=1-\left(a^2+ab+\frac{b^2}{4}\right)=1-\left(a+\frac{b}{2}\right)^2=\left(1+a+\frac{b}{2}\right)\left(1-a-\frac{b}{2}\right)$.

答：$\left(1+a+\frac{b}{2}\right)\left(1-a-\frac{b}{2}\right)$.

(6) 分解因式：$x^2+3x-4=$________. 再利用这个分解式，分解因式：$x^4+3x^2-4=$________，$x^2+3xy-4y^2=$________，$(x^2+2x)^2+3(x^2+2x)-4=$________.

分析：由十字相乘法，可得第一空格填$(x-1)(x+4)$. 后面几小题求解要有一个"换元"的思想，如第三空格直接可填$(x-y)(x+4y)$. 另外，因式分解应把因式分到不能再分才算结束，这同数集有关，一般不作说明总是在实数集内分解因式. 所以对第二空格得到$(x^2-1)(x^2+4)$后，必须继续分解为$(x+1)(x-1)(x^2+4)$；对第四空格，得到$(x^2+2x-1)(x^2+2x+4)$后，必须对因式x^2+2x-1用求根公式法继续分解为$(x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$.

答：依次填入$(x-1)(x+4)$，$(x+1)(x-1)(x^2+4)$，$(x-y)(x+4y)$，$(x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})(x^2+2x+4)$.

(7) 若分式$\frac{2|x|-1}{2x^2+x-1}$的值为零，则$x=$________.

分析：由分子为零，得$x\pm\frac{1}{2}$；由分母$2x^2+x-1\neq0$，得$x\neq-1$，$x\neq\frac{1}{2}$. 所以x的值应为$-\frac{1}{2}$. 另外，也可令分子为零，求得x的值后，代入分母，舍去使分母为零的值.

答：$-\frac{1}{2}$.

(8) 已知$a=\frac{2}{\sqrt{5}-1}$，$b=\frac{2}{\sqrt{5}+1}$则$a^2+b^2=$________.

分析：先将a、b的分母有理化，得$a=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，$b=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 然后可以直接计算a^2+b^2的值，也可以运用变形公式$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$，巧算出：$a^2+b^2=\sqrt{5}^2-2\cdot1=3$.

答：3.

(9) 已知关于x的方程$mx^2+x+2=0$，当________时，方程有两个不同的实数根；当________时，方程有实数根；当________时，方程无实数根.

分析：本题要注意方程有两个不同的实数根与方程有实数根的区别. 前者表示方程是二次方程，则二次项系数不能为零；后者表示方程可以是二次方程，也可以是一次方程(这时m为零). 求解第一空格，应为$\Delta=1-8m>0$，$m<\frac{1}{8}$，且$m\neq0$；第二空格填$m\leqslant\frac{1}{8}$$\left(\text{当 } m=\frac{1}{8}\text{ 时，方程有两个相等的实数根；当 } m=0 \text{ 时，方程变为 } x+2=0\text{，仍有实数根}\right)$；第三空格填$m>\frac{1}{8}$.

答：依次填入$m<\frac{1}{8}$且$m\neq0$，$m\leqslant\frac{1}{8}$，$m>\frac{1}{8}$.

(10) 若一个一元二次方程的两个根为$\frac{2+\sqrt{3}}{2}$和$\frac{2-\sqrt{3}}{2}$，则这个方程是________.

分析：本题可利用根与系数的关系求解. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}+\frac{2-\sqrt{3}}{2}=2$，$\frac{2+\sqrt{3}}{2}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{4}$，∴ 方程为$x^2-2x+\frac{1}{4}=0$. 上述答案一般可去分母化为$4x^2-8x+1=0$.

答：$4x^2-8x+1=0$.

例 3 化简：$(x-2)\cdot\sqrt{\frac{1}{2-x}}$.

分析：由被开方数应是非负数及分母不为零，得 $x<2$. 这是正确解题的关键.

解 原式$=(x-2)\cdot\sqrt{\frac{2-x}{(2-x)^2}}=\frac{x-2}{|2-x|}\sqrt{2-x}=\frac{x-2}{2-x}\sqrt{2-x}=-\sqrt{2-x}$.

例 4 化简：

(1) $\frac{x+2}{x^2+x}+\frac{2x+1}{x^2+3x+2}-\frac{x-3}{x^2+2x}$；

(2) $\frac{2}{3}x\sqrt{9x}+6x\sqrt{\frac{x}{4}}-x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$.

分析：解(1)题的关键是先对各分母进行因式分解，求得最简的公分母. 解(2)题时必须先把每个根式化为最简根式，然后合并同类根式.

解 (1) 原式$=\frac{x+2}{x(x+1)}+\frac{2x+1}{(x+1)(x+2)}-\frac{x-3}{x(x+2)}$

$=\frac{x^2+4x+4}{x(x+1)(x+2)}+\frac{2x^2+x}{x(x+1)(x+2)}-\frac{x^2-2x-3}{x(x+1)(x+2)}$

$=\frac{2x^2+7x+7}{x(x+1)(x+2)}$.

(2) 原式$=2x\sqrt{x}+3x\sqrt{x}-x\sqrt{x}=4x\sqrt{x}$.

例 5 分解因式：

(1) x^2+x-12；

(2) $x^2-y^2-z^2-2yz$；

(3) $4x^2-4x-2$.

解 (1) 原式$=(x-3)(x+4)$.

(2) 原式$=x^2-(y^2+2yz+z^2)=x^2-(y+z)^2=(x+y+z)(x-y-z)$.

(3) 令 $4x^2-4x-2=0$，即 $2x^2-2x-1=0$，解得 $x_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$，$x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore$ 原式$=4\left(x-\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)=(2x-1-\sqrt{3})(2x-1+\sqrt{3})$.

说明：一般而言，对二次三项式 ax^2+bx+c 的因式分解时，当判别式 $\Delta<0$，则在实数范围不能分解. 当 $\Delta=0$，则它是一个完全平方式，可用乘法公式进行分解. 当 $\Delta>0$，且 Δ 是某个整数的平方，可用十字相乘法分解，如(1)题；当 $\Delta>0$，但 Δ 不是某个整数的平方，可用求根公式法分解，如(3)题.

例 6 已知方程 $x^2-5x+3=0$ 的两个根是 α 和 β，利用根和系数的关系，求下列各式的值：

(1) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$； (2) $\alpha^2+\beta^2$； (3) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$； (4) $\alpha^3+\beta^3$； (5) $|\alpha-\beta|$.

分析：解此类题目，一般都先把待求式化为含两根和与两根积的代数式，然后运用根与系数的关系求解.

解 由已知，可得$\begin{cases}\alpha+\beta=5,\\ \alpha\cdot\beta=3.\end{cases}$

(1) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=\frac{5}{3}$.

(2) $\alpha^2+\beta^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-2\alpha\beta=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=5^2-2\times3=19.$

(3) $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha\beta}=\dfrac{19}{3}$.[利用(2)的结果]

(4) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$

$=(\alpha+\beta)(\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-3\alpha\beta)$

$=(\alpha+\beta)[(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta]$

$=5\times(5^2-3\times3)=5\times16=80.$

(5) $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-4\alpha\beta$

$=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=5^2-4\times3=13,$

$\therefore\ \alpha-\beta=\pm\sqrt{13},\quad |\alpha-\beta|=\sqrt{13}.$

例 7 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x+2y=4, & ①\\ 2x-3y=7; & ②\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x^2-4y^2+x+3y=1, & ①\\ 2x-y=1; & ②\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x+y=5, & ①\\ xy=6; & ②\end{cases}$

(4) $\begin{cases}x^2+y^2=25, & ①\\ xy=12. & ②\end{cases}$

解 (1) ①×3，得 $9x+6y=12$； ③

②×2，得 $4x-6y=14$. ④

③+④，得 $13x=26$，$x=2$.

把 $x=2$ 代入①，得 $y=-1$.

$\therefore$ 方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\ y=-1.\end{cases}$

(2) 由②，得 $y=2x-1$. ③

把③代入①，得 $x^2-4(2x-1)^2+x+3(2x-1)-1=0$，

$15x^2-23x+8=0$.

解之，得 $x_1=1$，$x_2=\dfrac{8}{15}$.

把 x 的值代入③，得 $y_1=1$，$y_2=\dfrac{1}{15}$.

$\therefore$ 方程组的解为$\begin{cases}x_1=1,\\ y_1=1;\end{cases}\quad\begin{cases}x_2=\dfrac{8}{15},\\ y_2=\dfrac{1}{15}.\end{cases}$

(3) 由方程可知 x、y 的值是方程 $z^2-5z+6=0$ 的两个根. 而此方程的两根为 2、3.

$\therefore$ 方程组的解为$\begin{cases}x_1=2,\\ y_1=3;\end{cases}\quad\begin{cases}x_2=3,\\ y_2=2.\end{cases}$

(4) ①+②×2，得 $(x+y)^2=49$，$x+y=\pm7$；

①$-$②$\times 2$，得$(x-y)^2=1$，$x-y=\pm 1$.

$\therefore \begin{cases}x+y=7,\\ x-y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=7,\\ x-y=-1;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=-7,\\ x-y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=-7,\\ x-y=-1.\end{cases}$

因此方程组的解是$\begin{cases}x_1=4,\\ y_1=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=3,\\ y_2=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_3=-3,\\ y_3=-4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_4=-4,\\ y_4=-3.\end{cases}$

（三）自我测试

1. 选择题：

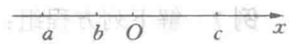
(1) 如果$|x|+|y|=0$，那么x、y的值是（　　）.

(A) 互为相反数；　(B) 互为倒数；　(C) $x>0, y>0$；　(D) $x=0, y=0$.

(2) $\sqrt{x^2}-x$是（　　）.

(A) 正数；　(B) 零；　(C) 负数；　(D) 非负数.

(3) a、b、c三个数在数轴上的位置如图，那么$|a|+\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(a+b)^2}+|a+c|$等于（　　）.



(A) $-2a+c$；　(B) $4a+c$；　(C) $-4a-c$；　(D) $2a-c$.

(4) 如果$\sqrt{(x-2)^2}+|x-y-3|=0$，那么$-(x+y)^2$的值是（　　）.

(A) -9；　(B) -1；　(C) 0；　(D) -4.

(5) 平行四边形一边长为$a-b(a>b)$，另一边长为$3a-2b$，那么这个平行四边形的周长是（　　）.

(A) $4a-3b$；　(B) $8a-6b$；　(C) $2a-b$；　(D) $4a-2b$.

(6) 代数式$\frac{1}{4}\left(1-\frac{3}{2}x\right)+\frac{1}{3}\left(2-\frac{x}{4}\right)$和$x-2$的值相等时，$x$的值是（　　）.

(A) 0；　(B) 3；　(C) 2；　(D) 4.

(7) 下列各式中，正确的是（　　）.

(A) $(a+b)^2=a^2+b^2$；　(B) $(a+b)(a^2+ab+b^2)=a^3+b^3$；

(C) $(a-b)^2=b^2-2ab+a^2$；　(D) $(a-b)(a^2-ab+b^2)=a^3-b^3$.

(8) 下列各式中，正确的是（　　）.

(A) $4x^6\div 2x^2=2x^3$；　(B) $6x^4\div 3x^2=2x^2$；

(C) $5x^4\div 5x^4=0$；　(D) $6x^4\div 3x^2=2$.

(9) 如果多项式$x^5-x^2-x-2+m$能被(x^3-x-1)整除，那么m的值为（　　）.

(A) 1；　(B) -1；　(C) ± 1；　(D) 0.

(10) 下列因式分解中，正确的是（　　）.

(A) $(a+b)x+(a+b)y+(a+b)=(a+b)(x+y)$；

(B) $(x-y)^2-(y-x)^3=(x-y)^2(1-x+y)$；

(C) $(x-y)^2-(y-x)^3=(x-y)^2(1+x-y)$；

(D) $(a-b)^3(x+y)+(b-a)^3(m-n)=(a-b)^3(x+y-m-n)$.

(11) 下列各数中，最小的正数是（　　）.

(A) $3-2\sqrt{2}$；　(B) $2\sqrt{2}-3$；　(C) $4-2\sqrt{3}$；　(D) $2\sqrt{3}-4$.

(12) 分式$\dfrac{1}{2+\frac{1}{x}}$有意义的条件是（　　）.