全国高等医药院校规划教材

医学物理学实验

鲍 艳 赵 元 叶福丽 主编

科 学 出 版 社

全国高等医药院校规划教材

医学物理学实验

主　编　鲍　艳　赵　元　叶福丽

副主编　李义兵　范　灼　董秀梅　史贵连

编　委　(按姓氏汉语拼音排序)

鲍　艳　董秀梅　范　灼　李建雄

李义兵　史贵连　吴利民　叶福丽

张　玲　赵　元

科学出版社

北　京

·版权所有　侵权必究·

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303（打假办）

内容简介

本书根据医用物理学教学大纲的要求，结合高等医药院校深化教学改革的需要，本着实验教学与理论教学相辅相成、相对独立的教学特点，本书在参考了已有的其他同类物理学实验的基础上，保留了一部分基础验证性实验，增加了综合设计性实验。全书精选了基础物理实验和综合设计性实验以及医学物理学实验共 31 个。实验理论除了介绍误差与数据处理外，还增加了实验方法论和设计性实验的设计方法的指导，突出物理方法和思想的教学。

本书可供医药类的本科专业学生使用，也可供相关教学及研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学实验 / 鲍艳，赵元，叶福丽主编. —北京：科学出版社，2016.2
全国高等医药院校规划教材
ISBN 978-7-03-047240-3
Ⅰ. ①医… Ⅱ. ①鲍…②赵…③叶… Ⅲ. ①医用物理学–实验–医学院校–教材 Ⅳ. ①R312-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 012812 号

责任编辑：王　颖 / 责任校对：胡小洁
责任印制：赵　博 / 封面设计：陈　敬

科学出版社　出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
保定市中画美凯印刷有限公司　印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2016 年 2 月第　一　版　开本：787×1092 1/16
2016 年 2 月第一次印刷　印张：11
字数：254 000

定价：35.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　言

《医学物理学》是本科医学教育必修的专业基础课程，它是一门物理学和医学相结合的交叉学科，其综合应用性较强。《医学物理学》的教学目的是为了给学生提供学习与医学相关的物理学基础理论、基本知识和基本技能；为学习其他医学教育课程和将来从事基础医学、药学和临床医学工作奠定必要的物理学基础，同时能更好地为医疗技术的现代化建设服务。医学物理学实验能很好地引导学生逐渐学会独立自主的学习方法，培养其尊重科学、勇于探索、勇于创新、勇于实践的良好科学素养，开发学生智力，培养学生运用辩证唯物主义的观点分析和解决问题的能力，为现代化医疗服务培养优秀的医药专业人才。

物理学是一门以实验为基础的学科，因此实验在物理学中占有重要的地位。实验教学和理论教学既有区别又有联系，是理论教学无法替代的。通过实验观察各种物理现象，可使学生更深刻地领会和掌握所学过的理论知识；同时，通过这个实验课程培养和提高学生独立工作和独立思考能力，为认识和研究生命现象掌握必要的物理学知识以及物理实验方法和技能。

本书编写的指导思想是：尽量满足医学教育中所需要掌握的物理学实验技能和方法；注重联系医学实际的同时，体现教材的先进性、科学性和实用性；融入现代的教学理念，既要有利于教师的教学，又要有利于学生的自主学习；既要基本技能的训练，又要注重于创新能力的培养。

全书包括总论、力学和热学实验、电学和磁学实验、光学实验、参考文献、附录六部分内容。其中，总论部分介绍了实验理论基础知识，涉及误差和数据处理以及实验方法论等内容；力学和热学实验、电学和磁学实验、光学类实验部分介绍了 31 个经典的医学物理学实验；附录部分介绍了国际单位制和一些常用的物理常数以及各物质相关的物理量的数值，收录的数据较全，便于学生在学习中查阅。

本书在实验理论和实验内容的安排上，进行了新的尝试，主要体现在：

1. 内容方面

实验理论部分重点介绍了误差和数据处理方法，为了保持这部分内容的系统性以及方便在后续实验中的应用，我们特意将它单列，放在前面讲授。除此之外，本书还增加了实验方法论和设计性实验的设计方法。力求使学生能够更快地掌握物理学实验研究的基本方法和规律。

在实验内容部分，为体现医学物理学的特点，同时满足新的教学方法和教学要求，本书将各种实验按照其特点和教学要求分门别类进行编排，以便不同学校根据自身需要进行选择。考虑到不同学校实验条件的差异，有些实验编入了几种不同的实验方法，同时满足了扩展学生思维的需要。

2. 组织形式方面

为了体现医用物理实验的特点，并让学生明确每个实验与医学的相关性及在医学中的应用，我们特意在每个实验的前面增加了“医学应用”一栏，让学生明确该实验与医学的相关点，以引起学生的重视，从而激发学生的学习兴趣，调动学习的积极性。

现代教学理论提倡学生的自主学习，为此，我们编写过程中尽量使用较通俗易懂的语言以便于学生自主学习，并要求学生提前做好实验预习，以便于实验中教师做到少讲，留出更多的时间给学生自己动手操作和探索。

教材只是给学生提供探索加工所需要的原材料和知识准备，加工的方法和过程以学生的自学和自主探索为主，以此培养学生的自主创新能力。在医用物理学实验中，精选了医学和物理学结合较紧密的实验，更突出了物理学在医学中的重要性，使学生懂得物理学的实验方法如何在医学中发挥作用。

本书可供临床医学、口腔医学、生物医学工程、检验、影像、药学、护理、眼视光、预防等专业学生使用，各校可根据不同情况进行选择。本书的编写过程中得到了科学出版社和湖北科技学院生物医学工程学院领导以及医学物理学教研室的老师们的大力支持，在此表示诚挚的谢意。

由于编者水平有限，错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

2016 年 1 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　　录

总　论

一、医学物理学实验的目的和任务

医学物理学是物理学为适应医学的需要而划分出来的，内容由医学所涉及的物理学知识所组成的一门医学应用基础理论学科，是医药学专业的学生必修的一门基础课程。通过这门课程的学习，学生能获得今后在医学实践和医学研究中所必需的物理学知识，同时通过实验教学掌握必需的实验技能，培养应用实验解决和研究问题的能力，培养严谨的科学作风，以便将来应用所学知识和技能去解决医学实践中的实际问题。

物理实验是物理学研究的基本方法，物理学规律的发现和理论的建立，都必须以严格的物理实验为基础。通过实验和观察，我们能够深入掌握物理学规律性，同时也检验理论的正确性。因为实验课有许多教学方面的要求是理论课所不能替代的，所以物理实验课程的任务，不能简单地看成重复某些物理现象和验证书本里某些物理定律，把实验课程变成理论课的附属品。我们有必要正确认识实验课的地位和作用。

物理学实验的目的和任务：①通过实验观察和分析物理现象，巩固和加深对物理现象及规律的认识，提高对理论学习的理解能力。②学会正确使用常用物理仪器，熟悉仪器的性能；学会对基本物理量的测量，掌握物理实验的方法，提高实验技能。③培养严肃认真、细致谨慎、实事求是的科学态度和遵守纪律的优良品德。

学好这门课程不仅要下工夫，还要掌握一定的学习方法。要做好每个实验，就必须认真做好预习、操作、报告这三个主要环节，这三个环节的具体任务和要求如下。

1. 预习　这是能否顺利进行实验的关键，实验前必须做好预习。要求做到：①详细阅读有关实验内容，明确实验目的，弄懂实验原理，掌握实验方法；②对实验仪器的性能和使用方法有初步认识，避免盲目操作，损坏仪器；③根据实验要求，拟定实验方案和步骤，设计好记录数据的表格。

2. 操作　通过实验操作，对物理现象进行观察和研究，掌握实际知识，加强对理论的理解，提高实验技能。要求做到：①遵守实验室规章制度和秩序；②操作前要先认识和熟悉实验仪器，认真检查和了解仪器的性能和使用方法，做到正确使用；③按照实验步骤进行操作，要有条不紊；④将测量数据认真地填写在预习时已准备好的记录表格上，计算出必要的结果；⑤实验完毕，整理实验仪器，保持实验室的清洁卫生。

3. 报告　实验报告是进行实验的最终总结。要认真细致地对实验数据进行整理和计算，在对结果加以分析总结的基础上，写出清楚而简明的实验报告。实验报告要求有如下几方面的内容：①实验题目；②实验目的；③实验器材；④简明的实验原理；⑤简要的步骤；⑥填入表格的测量数据并计算实验结果；⑦记录实验时的环境条件，如室温、气压等；⑧结果的分析，有的结果还要绘出曲线；⑨计算误差，讨论总结、回答相关的问题。

二、误差及其来源

(一)测量的误差及产生误差的来源

1. 测量及误差的定义 物理实验不仅对物理变化过程要作定性的观察，而且还要对某些物理量进行定量的测量。所谓测量实际上就是被测量与被定义为标准的同一物理量的单位量进行比较，并确定其比值的过程，所得的倍数就是该未知量的测量值。

根据获取测量数据途径的不同，测量方法可分为直接测量和间接测量；按照数据测量条件的不同可分为等精度测量和不等精度测量。

直接测量是指可以直接从测量仪器(或量具)上读出其数值的测量。例如，用米尺测量长度，用秒表测量时间等就属于这一类。间接测量是依靠直接测量的结果，再经过一定的函数关系计算出被测量的数值，这种测量称为间接测量。例如，要测量圆柱体的体积，首先要测量其直径和高度，然后再用公式计算才能得出体积的数值，大多数测量都属于这一类。

等精度测量是指在测量仪器、测量方法、测量人员及测量环境均不变的情况下对同一物理量进行重复测量，所得到的每个测量值都有相同的精度，或者说具有相同的可信赖程度。在本书中所涉及的测量数据均为等精度的情况。不等精度测量就是各次测量数据的精度是不同的。造成不等精度的原因可能是测量条件和环境的变化、测量仪器的更换、测量人员的变动等。对等精度测量与不等精度测量的数据在处理方法上有所不同。

测量的目的就是力图得到真值。所谓真值，就是反映物质自身各种各样特性的物理量所具有的客观真实数值。严格来讲，由于仪器精密度、测量方法、测量程序、实验环境、实验者的观察力等，都不可能完美无缺，尽管对同一物理量经过多次测量，所得的结果也只能达到一定限度的准确程度，因此真值是不可能准确测得的。通常将在相同条件下进行多次重复测量的算术平均值作为测量的最佳值或近似值；当测量次数无限增加时，算术平均值将无限接近于真值，然而我们不能对同一物理量进行无限多次测量，因此常把有限次测量的算术平均值看作真值。

每个测量值 A_i 与真值 $\overline{A}$ 之间的差称为误差(亦称绝度误差) ΔA ，记作 $\Delta A = A_i - \overline{A}$ 。

2. 误差的来源与分类 由于测量值不可能与真值完全相同，所以误差总是存在的。根据误差的性质及产生原因可分为系统误差、偶然误差和过失误差。

(1)系统误差：系统误差或称恒定误差，是指在相同的观测条件下，对某一量进行一系列的观测，如果出现的误差在符号和数值上都相同，或按一定的规律变化，这种误差称为系统误差。

系统误差的来源有以下几个方面：

1)仪器误差。这是由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的。如仪器的零点不准，仪器未调整好，外界环境(光线、温度、湿度、电磁场等)对测量仪器的影响等所产生的误差。

2)理论误差(方法误差)。这是由于测量所依据的理论公式本身的近似性，或实验条件不能达到理论公式所规定的要求，或者是实验方法本身不完善所带来的误差。例如，热学实验中没有考虑散热所导致的热量损失，伏安法测电阻时没有考虑电表内阻对实验结果的

影响等。

3)个人误差。这是由于观测者个人感官和运动器官的反应或习惯不同而产生的误差，它因人而异，并与观测者当时的精神状态有关。

由这些因素产生的系统误差总是偏大或偏小，其特征是偏离的确定性，增加测量次数也不能有所改善。但如果根据其产生原因分别加以校正，例如，对仪器修正，改进测量方法，对影响实验的有关因素加以周密考虑等，可尽量减小系统误差。

(2)偶然误差：偶然误差亦称随机误差，是由一些无法控制的偶然因素所引起的误差。其特征是时而偏大，时而偏小，时正时负，方向不确定，其发生纯属偶然，受或然率支配。减少偶然误差的方法是对同一物理量进行多次重复测量。在多次测量中，随机误差满足一定的统计规律，大多数情况下，它的分布具有抵偿性和分散性。

(3)过失误差(粗大误差)：这是人为的误差，如实验者粗心大意、实验方法不当、使用仪器不准确、读错数据等。因此，实验者只要有严肃认真的态度，实事求是和一丝不苟的科学作风，过失误差是可以避免的。

(二)测量误差和结果的表示

1. 直接测量的误差和结果的表示　在实验中，常常由于某种原因而对一个物理量只进行一次直接的测量，这时测量值的误差可根据实际情况进行合理的具体的估算，通常可按仪器上标明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，也可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的误差。

为了减小偶然误差，在可能的情况下，总是采用多次测量的算术平均值作为真值来计算误差。设某一物理量在相同条件下进行 k 次测量，各次测量结果分别为 A_1，A_2，A_3，…，A_k，则它们的算术平均值为

$$\overline{A}=\frac{A_1+A_2+A_3+\cdots+A_k}{k}=\sum_{i=1}^{k}\frac{A_i}{k}$$

这个算术平均值被认为是测量值的真值。测量值与真值之间的差称为绝对误差。

我们用算术平均值作为测量值可以在一定程度上减小随机误差的影响，但只有测量次数 $n\to\infty$ 时，平均值才等于随机变量分布的期望值。

测量值的误差常用下面几种方法表示：

(1)算术平均误差：各次测量值 A_i 与算术平均值 $\overline{A}$ 的差 ΔA_i 的值分别为 $\Delta A_1=A_1-\overline{A}$，$\Delta A_2=A_2-\overline{A}$，…，$\Delta A_k=A_k-\overline{A}$，我们把算术平均误差定义为：

$$\overline{\Delta A}=\frac{|\Delta A_1|+|\Delta A_2|+|\Delta A_3|+\cdots+|\Delta A_k|}{k}=\sum_{i=1}^{k}\frac{|\Delta A_i|}{k}$$

因为它是以绝对误差的绝对值表示测量值的误差，故 $\overline{\Delta A}$ 又称为平均绝对误差，它表明被测物理量平均值的误差范围，也就是说，被测物理量的值在 $\overline{A}+\overline{\Delta A}$ 和 $\overline{A}-\overline{\Delta A}$ 之间，因而测量结果应表示为 $\overline{A}\pm\overline{\Delta A}$ 。

(2)标准误差：各次测量值的绝对误差 $\Delta A_i=A_i-\overline{A}$ 的平方的平均值然后开方，这样得到的结果称为标准误差，即

$$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(A_i-\overline{A}\right)^2}{k}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(\Delta A_i\right)^2}{k}}$$

标准误差σ直接体现了随机误差的分布特点，σ大表示测得的值很分散，随机误差分布范围宽，则测量的精密度低；σ小表示测得的值很密集，随机误差的分布范围窄，测量精密度高。故标准误差是反映测量的精密度高低的，在正式的误差分析和计算中，标准误差常作为偶然误差大小的量度。被测物理量的结果可表示为$\overline{A}\pm\sigma$。

(3) 相对误差：绝对误差可用来估计测量的误差范围，但不能反映测量的准确程度，究竟这个误差是在多大的测量值内产生的呢？因此我们将平均绝对误差$\overline{\Delta A}$与测量的算术平均值$\overline{A}$的比值

$$E=\frac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}$$

称为平均相对误差，用来定量表示测量精确度。相对误差还可用百分数表示，称为百分误差，写成$\dfrac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}\times 100\%$。

此外，我们常遇到一些已经有公认值或理论值的测量，这时求百分误差可用公认值或理论值代替$\overline{A}$，而$\overline{\Delta A}$则是我们所得的测量值与公认值或理论值之差的绝对值。

2. 间接测量误差和结果表示 在物理实验中，大多数是间接测量，是由多个直接测量值通过一定公式计算得出最后结果的，因此，直接测量的误差必然对间接测量的误差有所影响，这可用相应的误差传递公式来进行计算。设A，B为直接测量值，可表示为$\overline{A}\pm\overline{\Delta A}$，$\overline{B}\pm\overline{\Delta B}$，而设$N$为其间接测量值，则表示为$\overline{N}\pm\overline{\Delta N}$，是由$A$，$B$代入计算公式所求得的。

(1) 和的误差：若$N=A+B$，则

$$\overline{N}\pm\overline{\Delta N}=(\overline{A}\pm\overline{\Delta A})+(\overline{B}\pm\overline{\Delta B})=(\overline{A}+\overline{B})\pm(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})$$

于是其算术平均值为

$$\overline{N}=\overline{A}+\overline{B}$$

考虑到在最不利的情况下可能产生的最大误差，于是得到和的平均绝对误差为

$$\overline{\Delta N}=\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$$

其相对误差则为

$$\frac{\overline{\Delta N}}{\overline{N}}=\frac{\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}}{\overline{A}+\overline{B}}$$

(2) 差的误差：若$N=A-B$，则

$$\overline{N}\pm\overline{\Delta N}=(\overline{A}\pm\overline{\Delta A})-(\overline{B}\pm\overline{\Delta B})=(\overline{A}-\overline{B})\pm(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})$$

于是其算术平均值为

$$\overline{N}=\overline{A}-\overline{B}$$

同理，差的平均绝对误差为

$$\overline{\Delta N}=\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$$

其相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta N}}{\overline{N}}=\frac{\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}}{\overline{A}-\overline{B}}$$

由此可见，和差运算中的平均绝对误差等于直接测量值的平均绝对误差之和。

(3) 积的误差：若$N=A\cdot B$，则

$$\overline{N}\pm\overline{\Delta N}=(\overline{A}\pm\overline{\Delta A})\cdot(\overline{B}\pm\overline{\Delta B})=\overline{A}\cdot\overline{B}\pm\overline{B}\cdot\overline{\Delta A}\pm\overline{\Delta B}\cdot\overline{A}\pm\overline{\Delta A}\cdot\overline{\Delta B}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

于是其算术平均值为

$$\overline{N}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

略去二级小量 $\overline{\Delta A}\cdot\overline{\Delta B}$ ，同前理由，得到积的平均绝对误差为

$$\overline{\Delta N}=\overline{A}\cdot\overline{\Delta B}+\overline{\Delta A}\cdot\overline{B}$$

其相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta N}}{\overline{N}}=\frac{\overline{\Delta A}\overline{B}+\overline{A}\overline{\Delta B}}{\overline{A}\cdot\overline{B}}=\frac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}+\frac{\overline{\Delta B}}{\overline{B}}$$

由此其平均绝对误差还可以表示为

$$\overline{\Delta N}=\left(\frac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}+\frac{\overline{\Delta B}}{\overline{B}}\right)\cdot\overline{N}$$

(4)商的误差：若 $N=\dfrac{A}{B}$，则

$$\overline{N}\pm\overline{\Delta N}=\frac{\overline{A}\pm\overline{\Delta A}}{\overline{B}\pm\overline{\Delta B}}=\frac{\left(\overline{A}\pm\overline{\Delta A}\right)\left(\overline{B}\mp\overline{\Delta B}\right)}{\left(\overline{B}\pm\overline{\Delta B}\right)\left(\overline{B}\mp\overline{\Delta B}\right)}=\frac{\overline{A}\overline{B}\pm\overline{B}\overline{\Delta A}\pm\overline{A}\overline{\Delta B}\pm\overline{\Delta A}\overline{\Delta B}}{\overline{B^2}-\overline{\Delta B^2}}$$

略去二级小量 $\overline{\Delta A\Delta B}$ 和 $\overline{\Delta B^2}$ ，于是其算术平均值为

$$\overline{N}=\frac{\overline{A}}{\overline{B}}$$

其平均绝对误差为

$$\overline{\Delta N}=\frac{\overline{B}\overline{\Delta A}+\overline{A}\overline{\Delta B}}{\overline{B^2}}$$

其相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta N}}{\overline{N}}=\frac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}+\frac{\overline{\Delta B}}{\overline{B}}$$

由此平均绝对误差还可以表示为

$$\overline{\Delta N}=\left(\frac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}+\frac{\overline{\Delta B}}{\overline{B}}\right)\cdot\overline{N}$$

由此可见，乘除运算中的相对误差，等于直接测量值的相对误差之和。

(5)次方与根：由乘除法的相对误差公式，容易证明：

若 $N=A^n$，则 $\dfrac{\overline{\Delta N}}{\overline{N}}=n\dfrac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}$；若 $N=A^{\frac{1}{n}}$，则 $\dfrac{\overline{\Delta N}}{\overline{N}}=\dfrac{1}{n}\dfrac{\overline{\Delta A}}{\overline{A}}$。

上述各种运算，可推广到任意直接测量值的情况。从以上结论可看到，当间接测量值的计算式中只含加减运算时，先计算绝对误差，后计算相对误差较为方便；当计算式中含有乘、除、乘方或开方运算时，先计算相对误差，后计算绝对误差较为方便。

其他函数的误差传递公式，我们不一一证明了，下面仅列出一些常用公式，以备查阅。详见表 1 常用误差计算公式。

表 1　常用的误差传递公式

函数表达式	绝对误差 $\overline{\Delta N}$	相对误差 $\overline{\Delta N}/\overline{N}$
$N=A+B$	$\overline{\Delta N}=\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})/(\overline{A}+\overline{B})$
$N=A-B$	$\overline{\Delta N}=\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=(\overline{\Delta A}+\overline{\Delta B})/(\overline{A}-\overline{B})$

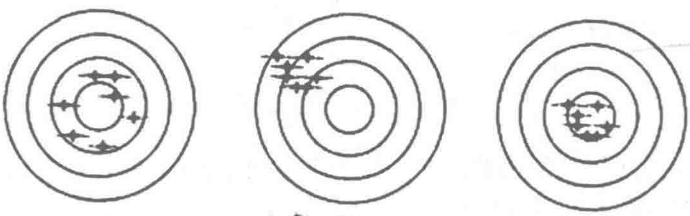
续表

函数表达式	绝对误差 $\overline{\Delta N}$	相对误差 $\overline{\Delta N}/\overline{N}$
$N=A\cdot B$	$\overline{\Delta N}=\overline{A}\cdot\overline{\Delta B}\pm\overline{\Delta A}\cdot\overline{B}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=\overline{\Delta A}/\overline{A}+\overline{\Delta B}/\overline{B}$
$N=A/B$	$\overline{\Delta N}=(\overline{B}\overline{\Delta A}+\overline{A}\overline{\Delta B})/B^2$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=\overline{\Delta A}/\overline{A}+\overline{\Delta B}/\overline{B}$
$N=A^n$	$\overline{\Delta N}=n\cdot\overline{A}^{n-1}\cdot\overline{\Delta A}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=n\cdot\overline{\Delta A}/\overline{A}$
$N=A^{\frac{1}{n}}$	$\overline{\Delta N}=\frac{1}{n}\cdot\overline{A}^{\frac{1}{n}-1}\cdot\overline{\Delta A}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=\frac{1}{n}\cdot\overline{\Delta A}/\overline{A}$
$N=\sin A$	$\overline{\Delta N}=(\cos\overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=(\cot\overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$
$N=\cos A$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=(\sin\overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=(\tan\overline{A})\cdot\overline{\Delta A}$
$N=\tan A$	$\overline{\Delta N}=\overline{\Delta A}/\cos^2\overline{A}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=2\overline{\Delta A}/\sin 2\overline{A}$
$N=\cot A$	$\overline{\Delta N}=\overline{\Delta A}/\sin^2\overline{A}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=2\overline{\Delta A}/\sin 2\overline{A}$
$N=kA$ （k 为常数）	$\overline{\Delta N}=k\cdot\overline{\Delta A}$	$\overline{\Delta N}/\overline{N}=\overline{\Delta A}/\overline{A}$

(三)测量的准确度

反映测量结果与真值接近程度的量，称为准确度。它和误差大小相对应。误差大则准确度低，误差小则准确度高。准确度是一个综合指标。按国家标准《测量误差及数据处理技术规范(报审稿)，1990》规定，可细分为：①精密度，反映随机误差的大小；②正确度，反映系统误差的大小，③准确度，反映随机误差和系统误差合成后的大小，即综合误差的大小。

以打靶为例，其成绩由枪的校准程度、射击者状态和周围环境所决定。子弹中靶的情况有三种，如图 1(a)～(c)所示。图 1(a)反映随机误差大而系统误差小，精密度低而正确度高；图 1(b)反映随机误差小而系统误差大，精密度高而正确度低；图 1(c)反映随机误差和系统误差均小，即综合误差小，准确度高。



(a) (b) (c)

图 1 子弹中靶的情况

由此可见，对于具体的测量，精密度高的正确度不一定高，正确度高的精密度不一定高，只有两者都高才能保证准确度高。

(四)测量的不确定度

在国际计量局 1980 年提出的《实验不确定度的说明建议书》中，建议使用不确定度来评定测量和实验结果。我国 1992 年正式颁布的《计量技术规范·测量误差及数据处理》中规定采用不确定度作为基准研究、测量和实验工作中的误差数字指标的名称。显然，在物理实验中，也应使用不确定度来评价实验结果。

在记录物理测量的结果时，不但要写明计量单位，而且还要给出测量质量的某些指标，

这才能是完整的记录。没有单位的数据，不能表征被测量大小的特征；没有测量结果质量的表示，使用它的人不能判断其可靠程度，测量结果也不能比较。而评定测量结果的质量如何的指标我们就使用不确定度。

测量不确定度从词义上理解，意味着对测量结果可信性、有效性的怀疑程度或不肯定程度，是定量说明测量结果的质量的一个参数。实际上由于测量不完善和人们的认识不足，所得的被测量值具有分散性，即同一物理量的多次测得的结果不同，而是以一定的概率分散在某个区域内的许多个值。测量不确定度就是说明被测量值分散性的参数，它不说明测量结果是否接近真值。由于真值的不可知，误差一般是不能算的，它可正可负，也可能十分接近零；而不确定度总是不为零的正值，是可以具体评定的。

为了表征这种分散性，测量不确定度用标准偏差表示。在实际使用中，往往希望知道测量结果的置信区间，因此规定：测量不确定度可用标准偏差的倍数或置信水准的区间的半宽度表示。为了区分这两种不同的表示方法，分别称它们为标准不确定度和扩展不确定度。

在实践中，测量不确定度可能来源于以下 10 个方面：①对被测量的定义不完整或不完善；②实现被测量的定义的方法不理想；③取样的代表性不够，即被测量的样本不能代表所定义的被测量；④对测量过程受环境影响的认识不周全，或对环境条件的测量与控制不完善；⑤对模拟仪器的读数存在人为偏移；⑥测量仪器的分辨力或鉴别力不够；⑦赋予计量标准的值和参考物质（标准物质）的值不准；⑧引用于数据计算的常量和其他参量不准；⑨测量方法和测量程序的近似性和假定性；⑩在表面上看来完全相同条件下，被测量重复观测值的变化。

三、有效数字及其处理方法

（一）测量仪器的精密度和有效数字

要对某一物理量进行测量，必须使用各种仪器。而各种仪器由于其结构及生产技术条件等各方面因素的限制，都有一定的精密度。使用不同精密度的仪器，其测量结果的精确度也各不相同。

所谓仪器的精密度，一般定义为最小分格所代表的量。例如，米尺的最小分格是 1mm，其精密度就是 1mm。有的仪器有特殊标记，例如，某一天平的感量是 0.01g，其精密度也就是 0.01g，此时就不能用最小分格代表精密度。而有些电子仪表的精密度是以级数标记的，例如，某电表是 2.5 级，表示测量误差为 2.5%，级数越小，精密度就越高。

仪器的精密度限制了测量的精确度，例如，我们用米尺测量某一物体的长度，测得值是在 3.2cm 和 3.3cm 之间，能否再精确一点呢？那就要估计读数了，比如说，估计得 3.26cm，显然，最后一位数“6”是不准确的，对不同的实验者，所估计出来的数不一定相同，因而是可疑数字。我们把测量结果的数字记录到开始可疑的那一位为止。可靠的几位数字加上可疑的一位数字，统称为测量结果的有效数字。

显然，直接测量值的有效数字决定于测量仪器的精密度，所以，直接测量值应根据仪器的条件（精密度）写出应有的有效数字。有效数字的位数不能随意增删，因为它不仅反映

了测量值的大小，而且也反映了测量的精确程度，因而表示了测量的误差范围。

间接测量值是根据直接测量值计算才得出的，它的有效数字位数取决于各直接测量值，一般可按下列规则进行运算。

(二) 有效数字的运算法则

1. 有效数字的位数和科学计数法表示 关于有效数字的位数应注意以下几点：

(1) 有效数字的位数与小数点的位置无关，也就是说与十进制的单位换算无关。例如，5.30cm 换算成 53.0mm 或 0.0530m 是一样的，都是三位有效数字。其中数字前表示小数点位置的“0”不是有效数字。

(2) “0”在数字中间或数字末尾均是有效数字。例如，1.205、120.500 中的“0”都是有效数字，但要注意两数的有效数字位数是不一样的。

(3) 有效数字与自然数或常数的关系。在运算中常会遇到自然数和常数，如 p、e、$\sqrt{2}$、$\sin\frac{p}{2}$ 等，这些数不是测量值，其有效数字可认为是无穷的。需要取几位就可以取几位，通常所取位数与测量值的位数一样就可以了。

(4) 有效数字的舍入规则。有效数字的最后一位是可疑数字，其后面的数字按舍入法处理。通常所用的四舍五入，对于大量尾数分布概率相同的数据来说，不是很合理，因总是入的概率大于舍的概率。现在通用的做法是四舍六入五凑偶的法则处理：尾数小于 5 则舍，大于 5 则入，等于 5 则凑成双数，即 5 的前面若是单数，5 则入，使前面一位变成偶数，5 的前面若是偶数，5 则舍。如 1.535 取三位有效数字为 1.54；12.405 取四位有效数字为 12.40。注意 5 前面的 0 作为偶数处理。

(5) 为避免由于舍入过多带来的较大误差，运算中可多保留一位数字，但最后结果只能有一位可疑数字。在乘除运算时，有效数字第一位是 8 或 9，可看成多一位有效数字来处理。例如，82 可看成 82.00。

当测量结果的数值很大或很小，而有效数字的位数又不多时，应该用指数的形式表示，即科学计数法表示。科学计数法表示时，小数点前一般只有一位有效数字。

如测得一微小长度 $L=(0.0045\pm0.0003)\,\text{cm}$，应写成 $L=(4.5\pm0.3)\times10^{-3}\,\text{cm}$。这种表示既正确反映了有效数字的位数，又使得计算简单明了。

2. 有效数字的近似运算法则 除了前面提到的有效数字的确定方法外，还有一种近似的计算规则。它计算简便，常用于对实验结果有效数字位数的粗略评估。此种方法采用竖式运算。

(1) 加法与减法：我们通过以下两例来说明有效数字的加减法计算规则。例如：

$$\begin{array}{r} 4.2\underline{0} \\ +0.374\underline{5} \\ \hline 4.5\underline{7}\,\underline{4}\,\underline{5}\approx4.5\underline{7} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 33.2\underline{6} \\ -\ 0.34\underline{3} \\ \hline 32.9\underline{1}\,\underline{7}\approx32.9\underline{2} \end{array}$$

由于各有效数字的最后一位是有误差的，我们在其下方画一横线表示。考虑到只有两个可靠数运算后的结果仍是可靠数外，其余可疑数与可靠数、可疑数与可疑数运算后的结果全是可疑数。最后只能保留一位可疑数字，其余的可疑数字进行舍入后，便得到计算结果的有效数字。

不难看出，加减法计算结果的有效数字最后一位的数量级和参加运算诸数中末位误差最大的数量级相一致。

(2)乘除法：我们仍通过两例来说明有效数字的乘除法计算规则。例如：

$$
\begin{array}{r}
152.\underline{1} \\
\times \quad 2.\underline{3} \\
\hline
\underline{4}\,\underline{5}\,\underline{6}\,\underline{3} \\
3\,0\,4\,\underline{2} \\
\hline
3\,\underline{4}\,\underline{9}.\,\underline{8}\,\underline{3} \approx 3.\underline{5}\times 10^{2}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
7\,\underline{7}.\,\underline{9} \approx 7\underline{8} \\
1.1\,\overline{)\;8\,5.\,7\,\underline{4}} \\
-7\,\underline{7} \\
\hline
\underline{8}\,7 \\
\underline{7}\,\underline{7} \\
\hline
\underline{1}\,\underline{0}\,\underline{4} \\
\underline{9}\,\underline{9} \\
\hline
\underline{5}
\end{array}
$$

不难看出，乘除法计算结果的有效数字位数和参加运算诸数中的有效数字位数最少者的相一致。

(3)乘方与开方：乘方与开方计算结果的有效数字位数与底数的有效数字位数相同。例如，$\sqrt{14.\underline{6}} = 3.8\underline{2}$，$(5.25)^2 = 27.\underline{6}$。

(4)三角函数：三角函数的有效数字位数与角度的位数相同。例如，$\cos 32.\underline{7}^{\circ} = 0.84\underline{2}$。

(5)对数：对数的有效数字位数与真数的位数相同。例如，$\lg 19.2\underline{8} = 1.28\underline{5}$。

下面举例说明，如何根据有效数字运算法则进行误差计算。

例 1 用米尺分别对圆柱体的高和直径作三次测量，结果如下：

$$h_1=20.1\text{mm},\quad h_2=20.4\text{mm},\quad h_3=20.5\text{mm}$$

$$D_1=5.1\text{mm},\quad D_2=5.3\text{mm},\quad D_3=5.3\text{mm}$$

求圆柱体的高、直径和体积处理结果的平均值。平均绝对误差、相对误差及结果表示。

解 直接测量的平均值分别为

$$\bar{h} = \frac{1}{3}(20.1+20.4+20.5) \approx 20.3\text{mm},\qquad \bar{D} = \frac{1}{3}(5.1+5.3+5.3) \approx 5.2\text{mm}$$

直接测量的平均绝对误差分别为

$$\overline{\Delta h} = \frac{1}{3}\left(|20.1-20.3| + |20.4-20.3| + |20.5-20.3|\right) \approx 0.2\text{mm}$$

$$\overline{\Delta D} = \frac{1}{3}\left(|5.1-5.2| + |5.3-5.2| + |5.3-5.2|\right) = 0.1\text{mm}$$

直接测量相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta h}}{\bar{h}} = \frac{0.2}{20.3} \approx 1\%,\qquad \frac{\overline{\Delta D}}{\bar{D}} = \frac{0.1}{5.2} \approx 2\%$$

直接测量的结果为

$$h = \bar{h} \pm \overline{\Delta h} = (20.3 \pm 0.2)\text{mm},\qquad D = \bar{D} \pm \overline{\Delta D} = (5.2 \pm 0.1)\text{mm}$$

间接测量的平均值为

$$\bar{V} = \frac{1}{4}\pi \overline{D}^2 \bar{h} = \frac{1}{4} \times 3.14 \times (5.2\text{mm})^2 \times 20.3\text{mm} = 4.3 \times 10^2\,\text{mm}^3$$

相对误差为

$$\frac{\overline{\Delta V}}{\bar{V}}=2\frac{\overline{\Delta D}}{\bar{D}}+\frac{\overline{\Delta h}}{\bar{h}}=2\times 2\%+1\%=5\%$$

平均绝对误差为

$$\overline{\Delta V}=\bar{V}\times\frac{\overline{\Delta V}}{\bar{V}}=4.3\times 10^2\,\mathrm{mm}^3\times 5\%=0.2\times 10^2\,\mathrm{mm}^3$$

结果表示为

$$V=\bar{V}\pm\overline{\Delta V}=(4.3\pm 0.2)\times 10^2\,\mathrm{mm}^3$$

（三）常用的实验数据处理方法

从实验中得到原始测量数据后，还必须经过一系列的处理和计算才能反映出事物的内在规律或得出最终的测量值，整个加工过程称为数据处理，它包括数据记录、整理、计算、分析和绘制图表等。我们可以根据不同的需要，采取不同的数据处理方法。下面介绍几种常用的数据处理方法。

1. 列表法 对一个物理量进行多次测量或研究几个量之间的关系时，往往借助于列表法将实验数据列成表格。其优点是大量数据表达清晰醒目、条理化，易于检查数据和发现问题，避免差错，同时有助于反映出物理量之间的对应关系。所以，设计一个简明醒目、合理美观的数据表格，是每一个学生都要掌握的基本技能。

列表没有统一的格式，但所设计的表格要能充分反映上述优点，应注意以下几点：①各栏目均应注明所记录的物理量的名称（符号）和所用的单位；②栏目的顺序应充分注意数据间的联系和计算顺序，力求简明、齐全、有条理；③表中的原始测量数据应正确反映有效数字，数据不应随便涂改，确实要修改数据时，应将原来数据画条杠以备随时查验；④对于函数关系的数据表格，应按自变量由小到大或由大到小的顺序排列，以便于判断和处理；⑤若为间接测量，还应简要列出计算公式；⑥标明有关的环境参数（实验时间、环境温度、气压等），引用的常量和物理量等以便参考，提供必要的说明和参数，包括表格名称、主要测量仪器的规格（型号、量程、准确度级别或最大允许误差等）。

2. 图示法 许多情况下，实验所得数据是表示一物理量（应变量）随另一物理量（自变量）而改变的关系。这些对应关系的变化情况，通常用图示法将它们以曲线的形式描绘出来。

（1）作图法的优点

1）能够形象、直观、简便地显示出物理量的相互关系以及函数的极值、拐点、突变或周期性等特征。

2）读出没有进行观测的对应点（内插法），或在一定条件下从图线的延伸部分读到测量范围以外的对应点（外推法）。

3）具有取平均的效果。因为每个数据都存在测量不确定度，所以曲线不可能通过每一个测量点。测量点是靠近和对称分布于曲线左右的，故曲线具有多次测量取平均的效果。

4）有助于发现测量中的个别错误数据。虽然曲线不可能通过所有的数据点，但不在曲线上的点都应是靠近曲线才合理。如果某一个点离曲线明显远了，说明这个数据错了，要分析产生错误的原因，必要时可重新测量或剔除该测量点的数据。

5）作图法不仅可以分析物理量之间的关系，求经验公式，还可以求物理量的值。但受图纸大小的限制，一般只有三四位有效数字，且连线具有较大的主观性。所以用作图法求

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com