

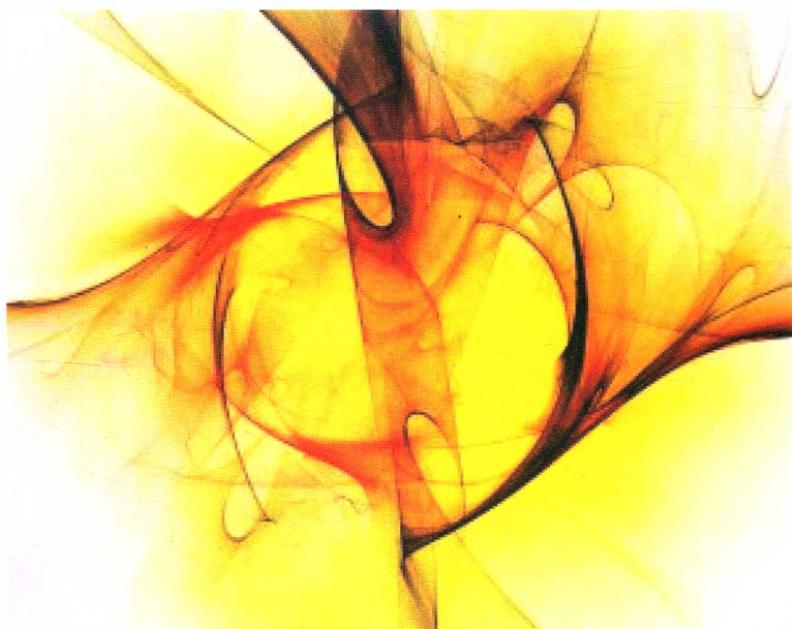
湍流问题十讲

——理解和研究湍流的基础

Ten Lectures on the Fluid Turbulence

Essentials of Understanding Turbulence

赵松年 于允贤 著



 科学出版社

湍流问题十讲

——理解和研究湍流的基础

Ten Lectures on the Fluid Turbulence

Essentials of Understanding Turbulence

赵松年 于允贤 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书就如何看待和理解湍流问题简明扼要地论述了湍流问题的主要内容,共有十讲,包括:湍流——世纪难题;流态——N-S 方程; Reynolds 方程——平均场和脉动场; 方程的闭合问题——模式理论; 动力学途径——Karman-Howarth 方程; 谱方法——Kolmogorov 的理论; 实验发现——间歇性和拟序结构,非线性动力学方法; 标度律——层次结构模型; 湍流能量耗散——同步级串模型; 自然界中风洞——大气湍流。书中图文并茂,叙述简练,物理解释详细,数学表述的难度适中,各讲之间既紧密联系又相互对立,便于随时阅读,具有很好的可读性,是一本了解和探究湍流问题的有价值的参考书。此外,书中对与湍流有关的主要著作进行了注释,分析了每一本书的特点,建议如何安排阅读顺序,提高阅读效果。可供流体力学、物理学、应用数学、大气科学,计算流体力学、工程热物理学、化学工程、航空科学、海洋科学、机械工程以及相关领域的理工科本科生,研究生和广大科技人员,高等院校教师阅读和自学使用。

图书在版编目(CIP)数据

湍流问题十讲:理解和研究湍流的基础/赵松年,于允贤著. —北京:科学出版社, 2015.12

ISBN 978-7-03-046833-8

I. ①湍… II. ①赵… ②于… III. ①湍流-研究 IV. ①O357.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015) 第 312364 号

责任编辑:刘信力/责任校对:邹慧卿

责任印制:肖兴/封面设计:陈敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 1 月第 一 版 开本: 720 × 1000 1/16

2016 年 1 月第一次印刷 印张: 10 1/2

字数: 210 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

献给今后二十年内
关注、研究和对湍流问题有兴趣的读者

走近湍流

$$\begin{aligned} & Re \\ & \rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F} \\ & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0; \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0; \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \end{aligned}$$

理解湍流

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial(\overline{\mu u'_i u'_j})}{\partial x_j} \\ & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}') = 0; \quad \nabla \cdot \mathbf{u}' = 0; \quad \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \end{aligned}$$

研究湍流

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E(k, t)}{\partial t} = T(k, t) - 2\nu k^2 E(k, t) \\ & D_{LLL}(r) - 6\nu \frac{\partial D_{LL}(r)}{\partial r} = -\frac{4}{5} \varepsilon r \\ & E(k) = C_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \end{aligned}$$

前 言

读者，无论是大学生、研究生，还是教师、科研人员；也无论是已经从事湍流研究的，还是对湍流有兴趣的学者，都很想知道这本小册子所提供的内容是否是他们必需的知识，是否值得花钱去买，然后再花时间去读它。对第一个问题的回答是，只要你对流体或湍流有兴趣，想了解它、想研究它，那么，可以肯定地说，这本小册子叙述的内容是必要的，对于完整地了解和理解湍流，既是最基本的知识，也是已经取得的最重要的结果，看目录就可以确信这一点；对于第二个问题，作者不写一本厚书，而是写一本小册子，就是想让有效的信息量尽可能多，而售价尽可能低，可以花较少的钱就能买到。作者曾经无奈地转辗于不同的研究所和工厂，打工的种类繁多，像电子线路、仪器研制、地震遥测设备、视觉信息处理、脑成像、大气探测等，每次有幸得到一个新任务，就要买很多相关书籍学习和充实需要的知识，待任务结束后，就要处理很多书籍。因此，也就有过多处理手头书籍的感情纠结，怎能不令人伤感？作者决定写一本小册子，对叙述的内容再三精炼，滤除那些可有可无的知识。然而，对于被选择出来的内容，则是力所能及地详细阐述有关的物理意义，使读者阅读这本小册子时得到一种愉悦和享受，原来曾被困扰的问题竟是这样明白易懂，明白了就会有轻松之感。既然是小册子，阅读就不会花费很多时间，也不需要花钱寻求辅导教师、上补习班。本书就是一本小册子，叙述很随意，不像教科书那样严谨。为了出版这本小册子，作者费尽了心血，内容取舍、结构安排、叙述方式都是极尽认真思考，对湍流研究中的结构学派、统计学派和近年来兴起的非线性动力学的研究风格和分析方法进行了对比，特别强调了实验对于湍流研究工作的进展具有重要意义，所有这些内容真正让这本小册子值得一读。

说到这本小册子的具体内容，主要是以湍流研究的几个主要阶段为主线贯穿起来的，第一个阶段是通过实验发现湍流，也就是 Reynolds 实验和 Reynolds 数 Re 的确定；第二个阶段是通过 Navier-Stokes 方程开始湍流的研究，速度对自身反馈的非线性无法处理；第三个阶段是 Reynolds 方程体现的平均流和脉动流共存的局面和不闭合问题；第四个阶段是研究闭合的方法，半经验的模式理论和湍流边界层理论；第五个阶段是 Taylor 的均匀各向同性湍流理论，尺度问题；第六个阶段是以 Karman-Howarth 方程开始的湍流动力学研究；第七个阶段是以 Kolmogorov 为代表的局地均匀各向同性湍流理论的提出，能谱方法的研究，其中包括速度相关函数和量纲分析， $(-5/3)$ 幂率，普适性问题；第八个阶段是拟序结构和间歇性的实验发现；第九个阶段是计算机硬件的快速发展和各类数值模拟的进展，特别是未来对

N-S 方程的直接模拟, 这一阶段不包括在小册子中。概括起来, 这里提供了湍流研究所需要的主要知识内容, 即流体力学的相关理论, 可以了解 N-S 方程的来龙去脉, 切应力特别是 Reynolds 应力的表达和处理方法; 统计理论, 可以理解湍流随机过程的统计规律, 特别是相关函数的数学描述; 非线性动力学理论, 主要研究层流向湍流转捩的分岔特性并探讨标度律的分形特点。

至于书中用到的一些非常必要的数学知识, 只不过是一些基本的微积分, 在理解和明白了问题的物理解释之后, 必要的数学公式会使理论得到完美的表达。有能力将一个物理思想用数学方式加以描述, 是一个研究者核心的竞争能力的体现, 这本小册子提供了一个练习的机会, 阅读时, 希望读者能获得物理概念的清晰解释并享受数学描述的美感, 体会作者写这本小册子的初衷——作者唯一的要求就是要认真仔细阅读, 勤于思考, 才会走近湍流、理解湍流和研究湍流。

作 者

2014 年 10 月 29 日

致 谢

我们想在这本小册子里感谢许多需要感谢的人。虽然这是一本小册子，但是，写过论文和出版过著作的人都会有切身的体会，一般来说，写短论文和百多页的著作要比长篇巨著困难得多，我们花费了许多心血，进行反复构思和修改，终于完成了这本小册子，也是我们最后的著作。此前我们曾经下决心不再写书了，可是，这一次破例撰写这本小册子，目的既是为了需求湍流问题入门著作的读者，一起感悟湍流复杂性蕴含的分形、自相似、分岔展现出的动力学的形态美；也是为了有机会在我们认为自己最好的著作中表达对他们的感激之情。他们是：

中国科学院大气物理研究所的高级实验师程文君和她的伙伴们：胡春华大夫，贾蕊副处长和胡景琳女士，我们每年都会因肺炎难治而住医院，许多住院手续和报账都是她们办理的，而且每次得病也都得到她们的关心和问候。

中国科学院大气物理研究所的三位前任所长曾庆存院士、洪钟祥教授和王明星教授，不久前卸任的所长王会军院士和继任朱江所长，我们中的第一作者曾在他们治理下的 LAPC (大气边界层物理和大气化学国家重点实验室) 工作，并得到他们的关注和支持。还有一些朋友和同事，特别是胡非教授、程雪玲研究员、王喜全研究员的关心和问候，马晓光博士、李鹏博士、李德新、谢葆良、王元朝、安磊明等朋友，以及在南京大学大气科学系任教的刘罡博士、彭珍博士的帮助，让我们倍感宽慰。

吕达仁院士慷慨地肯定和真诚地支持我们的研究，难能可贵，永志不忘。

感谢郭裕福教授的真诚关心和帮助，感谢高守亭教授的信任，也感谢王昭博士为我们及时提供了必要的文献资料。

来自北京工业大学的沈兰荪教授、卓力教授和张菁副教授经常关心、看望我们，并和我们进行交流，使我们深深感动。

与北京师范大学信息科学与技术学院的姚力教授、解放军 306 医院的金真教授在脑成像方面有过非常愉快的合作，也得到她们的帮助和真诚关怀，一直记忆犹新。

中国科学院力学研究所的李伟格老师、王克仁教授给作者提供了许多宝贵的帮助。

北京大学力学系的朱照宣教授、物理学院的刘式达教授给予作者许多宝贵的支持和业务方面中肯的建议。通过与北京大学的姜明教授、刘畅博士，信息科技大学的邱钧教授讨论和交流，使作者在图像处理方面获得教益良多；在数值模拟方面

得到了北京交通大学计算机科学与技术学院副教授邹琪博士的帮助。

还要特别感谢北京大学的范锡钱教授和中国科学院高能物理所的谢家麟院士，在那些艰难的岁月里，给予作者长辈般的关爱和生活上的关照，在中关村的那些凄风苦雨和严寒酷暑的日子里，让作者有一席栖身之地。

请读者能够理解和谅解，在此我们深深思念和感恩已经离去的父母亲辈亲人和同辈的亲人们，他们仍然历历在目。感谢和我们一起工作过的同事和朋友们，我们也怀念已经去世的北京大学信息学院的姚国正教授，我们曾经一起度过了物质极度匮乏、精神上备受摧残的岁月。

处于困境之中，为生活所迫，我们成了科技领域的打工者，湍流是最后一站。

最后，在写这本小册子的过程中，我们参考和阅读了许多流体力学方面的著作和译著，查阅了许多文献，包括少量网络图片，除了在书末列出了这些文献，在此也表示衷心感谢！

还要感谢张兆田教授和熊小芸教授，无论是患病时的关心问候，还是工作中遇到困难时宝贵的帮助，都铭记在我们心中。

任何批评意见都是我们非常欢迎和感谢的，请发邮件到下列邮箱。

zsnzhao@163.com

赵松年 (中国科学院大气物理所)

zsnzhao@yeah.net

于允贤 (国家地震局减灾中心)

2015 年 1 月 15 日

目 录

前言	
致谢	
致读者 —— 认识湍流	1
第 1 讲 湍流 —— 世纪难题	6
第 2 讲 流态 —— N-S 方程	12
2.1 质量、动量守恒与对称性	12
2.2 输运特性	13
2.3 N-S 方程	15
第 3 讲 Reynolds 方程 —— 平均场和脉动场	29
3.1 相似律	29
3.2 Reynolds 方程	31
3.3 流场能量的动态平衡	34
第 4 讲 方程的闭合问题 —— 模式理论	42
4.1 Boussinesq 涡黏性模式、Plandtl 混合长模式、 $k-\varepsilon$ 能量模式	43
4.2 Taylor 涡量输运模式	51
4.3 Karman 相似性应力模式	53
第 5 讲 动力学途径 —— Karman-Howarth 方程	56
5.1 H. P. Robertson 的各向同性湍流中的不变量理论	56
5.2 Karman-Howarth 方程	62
5.3 能谱张量	68
第 6 讲 谱方法 —— Kolmogorov 的理论	72
6.1 Richardson 的一首小诗	72
6.2 量纲分析和序参量方法	73
6.3 Kolmogorov 的学术思想 — 理论 — 结果	78
6.4 关于分布函数特性的一个注释	82
第 7 讲 实验发现 —— 间歇性和拟序结构, 非线性动力学方法	86
7.1 转捩 —— 分岔理论	86
7.2 间歇性 —— 分形理论	92
7.3 拟序结构 —— 自组织理论	98
7.4 湍流的随机性 —— 混沌理论	101

第 8 讲 标度律 —— 层次结构模型	105
8.1 层次结构模型 —— SL 标度律	105
8.2 实验结果	109
8.3 物理学的机制和图案	109
8.4 壳模型	110
第 9 讲 湍涡能量耗散 —— 同步级串模型	113
9.1 Landau 的质疑	113
9.2 Kolmogorov 第三相似假设 —— 对数-正态分布模型	115
9.3 同步级串模型	118
第 10 讲 自然界的风洞 —— 大气湍流	128
10.1 大气系统的特征	128
10.2 大气湍流方程组	131
10.3 大气边界层和近地层	136
10.4 湍流数据的分析方法	139
结束语 下一步	146
附录 相关文献的注释	147
参考文献	151
索引	154

致读者 —— 认识湍流

当你开始阅读这本小册子的时候，最重要的是要通过图片对湍流有一个基本的认识，看一看你生活的周围曾经熟悉的或曾经看见过的现象，比如，天空的积云或海浪的起伏翻滚，或许见到过的袅袅炊烟，或从香烟头升起的一缕轻烟在空气中扩散开来的奇妙图案，或宣泄的瀑布激起的浪花和涡旋，千姿百态，在激流中飞逝……这些都和湍流有关。什么是湍流呢？当前，从下面的图片（图 1~ 图 11）中对湍流有一个初步的甚至粗浅的观感认识就可以了。掀起的波浪不完全是湍流，湍流除了复杂的不规则的动态图案之外，还需要有状态的扩散和涡旋的运动，先记住这些特点，然后随着学习逐步深化这些知识。

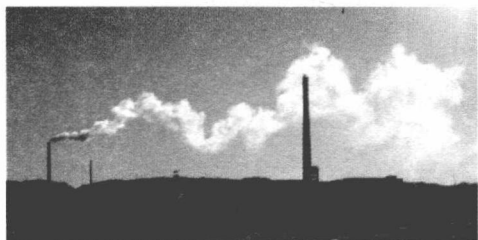


图 1 烟羽



图 2 云

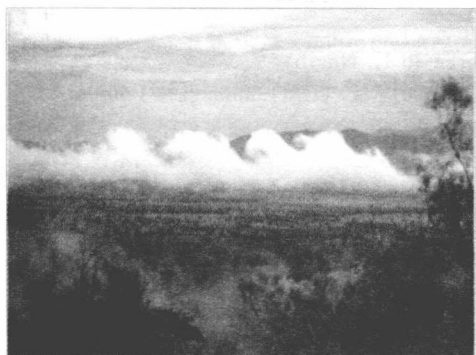


图 3 近地层的雾

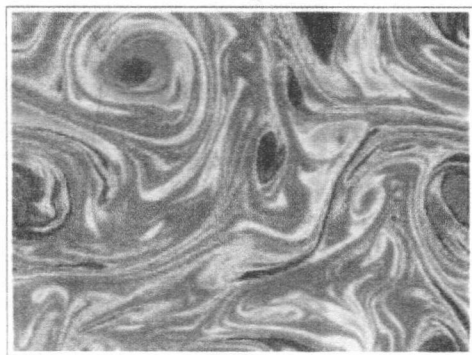


图 4 实验中显示的大小涡旋

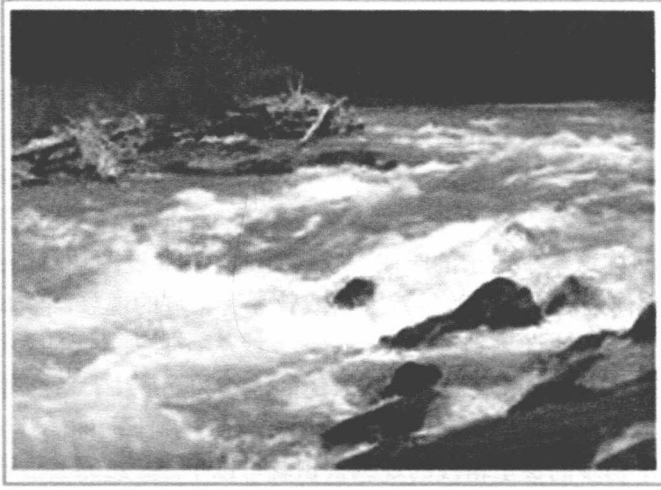


图 5 湍急的河流

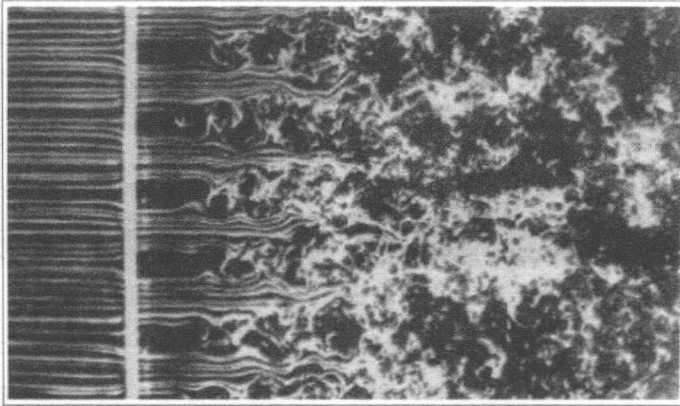


图 6 烟迹实验 (T. Corke 和 H. Nagib)^[29]

图中左边规则的烟流通过垂直于烟流方向的有孔阵列的木板，板厚 1.6mm，孔径 1.9mm。
在板的后面初段是规则的烟流，而后就是紊乱的流态，称之为均匀各向同性湍流



Osborne Reynolds (1842–1912)

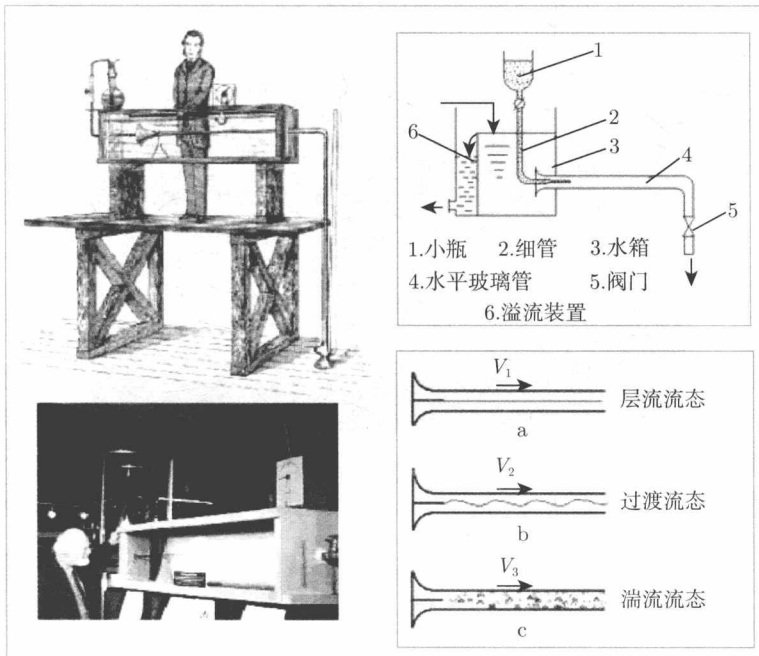


图 7 1883 年著名的 Reynolds 玻璃圆管水流实验 (法国巴黎)

Reynolds 的演示实验装置, 在储水箱出口和玻璃圆管之间有一个喇叭口形状的入口, 以降低水流受干扰, 仔细控制水流流速, 彩色墨水通过细管从入口处注入, 流动状态通过水平放置的长玻璃管显示, 流速可以由玻璃圆管的直径、流动时间和流出的水量计算出来。不断增大流速, 就可以看到图中右下角标注的三种流态: a. 流速 V_1 时水流是规则的流动, 即层流; b. 流速 V_2 较大, 流动状态开始出现不规则的流动和振荡; c. 最后, 在流速进一步增大到 V_3 时, 流动完全紊乱, 彩色墨水与水流完全混合, 充满整个玻璃圆管, 也就是湍流流态

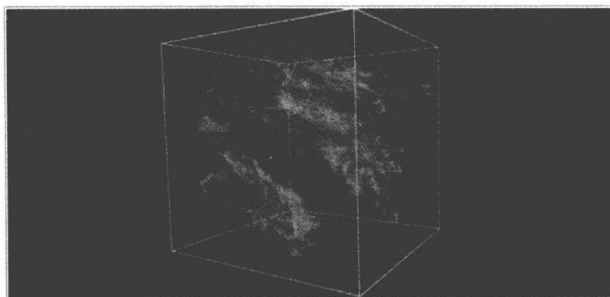


图 8 三维湍流的流动

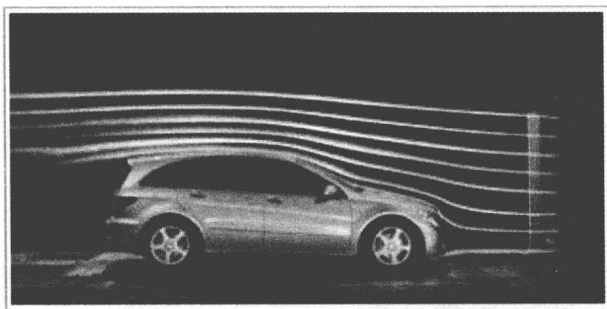


图 9 边界层流场

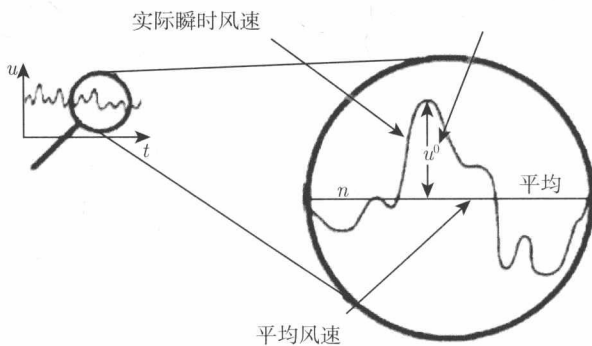


图 10 平均场和脉动场的速度分解

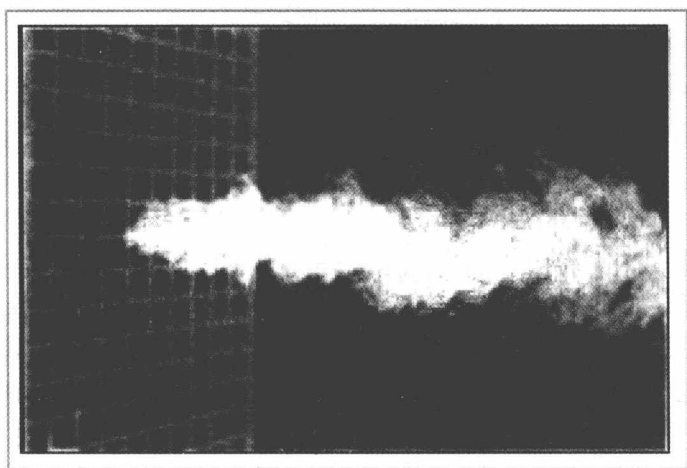


图 11 风洞实验中格栅后面形成的湍流 (引自附录文献注释 8)

感受湍流

除了通过大自然场景和户外看到的湍流景象之外,北方的冬季,办公室和家庭中的暖气供暖,也可以亲身感受到湍流的另一个特点,那就是湍流扩散。一个面积约为 $5\text{m} \times 5\text{m}$ 的房间,线尺度就是 $L = 5\text{m}$,如果没有空气运动,只靠分子的扩散,在常温常压下的热扩散系数约为 $\gamma = 0.20\text{cm}^2/\text{s}$,那么,从房屋的一端将热量扩散到整个房间,仅以平面计算,则有 $t_m = \frac{L \times L}{\gamma} = \frac{5 \times 5\text{m}^2}{0.20\text{cm}^2/\text{s}} = \frac{25 \times 10^4}{0.20}\text{s} = 125 \times 10^4\text{s} = 1.25 \times 10^6\text{s} \approx 350\text{h}$,也就是需要 350h 才能使整个房间变暖。可是,实际情况并非如此,暖气片使它周围的温度升高,温度差使空气加速向周围运动,以最保守的估计,处于湍流状态的空气微元,其特征速度不小于 $5\text{cm}/\text{s}$,长度为 5m 的距离就需要 100s 的时间,房间因此很快会暖和起来,这和我们实际的感受是一致的,这就是湍流扩散的效果。

第 1 讲 湍流 —— 世纪难题

1883 年雷诺 (O. Reynolds) 的圆管水流实验演示了流体随着来流速度的增加由规则的流动转变为紊乱的流动, 引起当时科学界的很大兴趣。进而, 雷诺对具有黏性的流体的牛顿方程, 也就是 Navier(1827)-Stokes(1845) 方程进行了平均处理 (1889), 意想不到的比方程数目多出一个未知函数, 出现了闭合问题, 显示了求解 Navier-Stokes (N-S) 方程的极大困难, 从而吸引了包括当时的著名力学家在内的许多研究人员的兴趣。当然, 真正投身于其中的仍然是很少的几位流体力学大家。当人们认识到 N-S 方程的非线性项不能用已知的数学方法求解, 平均方法又遇到很难理解的闭合问题时, 人们便开始寻求其他的途径。在傅里叶变换盛行的时期, 统计模式和谱方法就成为研究湍流的主要数学工具, 自然也成为解决实际问题的有效方法。不过, 数学家们对于这种似乎“零敲碎打”的做法并不热衷。例如, 他们想要知道是: 如果 N-S 方程的定解条件是光滑的, 那么其解的光滑性是否永远得以保持, 还是在有限时间之后出现奇性? 研究湍流的一些科学家, 如雷诺, 泰勒 (G. I. Taylor), 冯·卡门 (von Karman) 和亨茨 (J. O. Hinze) 等论及湍流时, 无一例外地认为它是一种不规则的流动, 自然也就重视它的统计平均特性。实际上, 湍流基本方程 (即雷诺方程) 的封闭性问题已经耗去了许多力学家的精力和大量时光, 各种平均方法陆续被提出, 包括一些参数化方法在内。可是, 取得成就的自然是极少数研究者。例如, 前期的: 斯托克斯 (G. G. Stokes), 泊肃叶 (J. L. M. Poiseuille), 库奈特 (M. Couette) 等; 中期的: 普朗特 (L. Prandtl), 泰勒, 柯尔莫果洛夫, 奥布霍夫 (A. M. Oboukhov), 朗道 (L. D. Landau), 昂萨格 (S. A. Orzag), 林家翘 (C. C. Lin), 冯·卡门, 周培源, G. K. Batchelor 等, 这是湍流研究的高峰期, 甚至物理学家 L. 昂萨格, 李政道, W. K. 海森伯也都涉足其中; 近期的: U. Frisch, B. Mandelbrot 等。他们更感兴趣的可能是: 如何从 N-S 方程可以获得对湍流的完整的描述, 或者转捩过程是怎样发生的。一百多年来, 随着科学技术的进步, 探测方法的改进和完善, 新的测量仪器的出现, 特别是计算机科学的飞速发展, 如超级计算机的大量涌现、云计算的发展, 使得各种数值模式得以实现, 湍流研究也取得了可喜的进展。然而, 我们对于湍流本质的了解, 仍然是凭实验和观测, 也就是凭经验的, 只有为数不多的几种湍流预测是从理论上推导出来的。流体力学家把湍流定义为一个连续的不规则流动或者一个连续的不稳定状态。例如, 在紊乱的空气或河流里, 流体任何一点的运动速度和方向, 是不断地、不规则地变化着, 而流体却沿

着固定的方向继续流动。湍流在平稳的层流中的发展演化是一个连续的过程，起初的一个或几个不稳定会激起湍流，它继续增强直到更高程度的不稳定，最后完全发展成湍流——发达湍流。也就是说，流体力学家想要知道的是一个平稳流动的失稳如何导致湍流的转捩，湍流完全形成后的动力学特性是什么，工程科学家则希望了解如何控制湍流而降低能耗和阻力。

数学家关注湍流的动因则是另一回事，他们的心愿是直接面对 N-S 方程，获得完美漂亮的解析解，那种依靠计算机程序求解的问题，如四色问题，1976 年 A. I. 阿佩尔和 W. 哈肯用电子计算机找到了一个由 1936 个可约构型组成的不可完备集，在美国数学会通报上宣布证明了四色问题。对于这样的结果，数学家即使认可，也总感到美中不足，对于数学家追求的标准而言，相差太远了。正因为如此，1998 年由商人兰顿·克雷 (Landon T. Clay, 资助者) 和哈佛大学数学家亚瑟·杰夫 (Arthur Jaffe) 创立的克雷数学研究所 (Clay Mathematics Institute, CMI)，向世界各国知名的数学家征集著名的数学难题，并在 2000 年 5 月 24 日公布了征集到的七个经过一个世纪仍未解决的难题 (NP 问题、霍奇猜想、庞加莱猜想——已经由俄罗斯数学家格里高利·佩雷尔曼解决，黎曼假设、杨-米尔斯方程的质量缺口、N-S 方程的求解和贝赫与斯维纳通-戴尔猜想)。这七个选题被研究所认为是“对数学的发展有中心意义的重大难题”。解答其中任何一题的第一个人将获得一百万美元奖金，克雷数学研究所的悬赏参考了 1900 年希尔伯特的 23 个问题的做法，希望促进 20 世纪的数学发展，而 N-S 方程是其中的第六个问题，以其非线性偏微分方程描述黏性流体的复杂的流动状态而著称。这里，不禁使人想起英国著名物理学家 W. 汤姆孙 (即开尔文男爵)，他在 19 世纪最后一天的新年祝词里，忧心忡忡地感叹物理学取得辉煌成就的同时，在它的美丽而晴朗的天空中却漂浮着两朵乌云，这就是以太漂移问题和黑体辐射中的“紫外灾难”问题。这两个问题催生了 20 世纪物理学的伟大革命：量子力学和相对论的诞生。显然，克雷数学研究所征集的包括湍流问题在内的七个世纪难题，并不具备引发科学概念深刻变革的内涵。当然，更不是指望通过计算机的数值计算解决问题，如果是那样，这些被看成世纪的难题的问题便失去它的光辉和意义。最重要的是，它们构成了对数学家智慧的挑战。特别是 N-S 方程，对于数学和流体力学的发展具有重要的推动作用，也会深化人们对于确定性与随机性的认识。

从事湍流研究的物理学家认为它是 20 世纪经典物理留下的世纪难题，未尝不可；但是，赋予它过高的科学荣誉和科学地位，也不见得是一件科学能够从中获益的恰当的做法。正本清源，尽量如实地了解问题的历史渊源，实事求是地看待它本来的科学地位，对于今后湍流的研究是有益的。

在湍流研究的初期就出现了两位大科学家领导的团队，即以德国的普朗特和英国的泰勒为代表的研究团队，他们各自在不同的方向上开展了研究。前者注重