

IMO

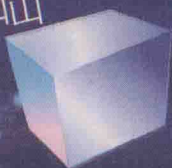
主编 徐泽洲 须功 李金生

初中数学

奥林匹克读本

(一年级用)

源于基础



高于课本

启迪思维

方法

江苏教育出版社

初中数学
奥林匹克读本

(一年级用)

主	编	徐泽洲	须 功	李金生
编	写	黄 坪	曹国钧	徐泽洲
		须 功	周勤保	丁 锋

江苏教育出版社

初中数学奥林匹克读本

(一年级)

主编 徐泽洲等

责任编辑 睦双祥

出版发行:江苏教育出版社

(南京马家街31号,邮政编码:210009)

经 销:江苏省新华书店

照 排:南京理工大学激光照排公司

印 刷:滨海县印刷厂

(地址:县城沿河西路22号,邮政编码:224500)

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 6.12 字数 138,000

1996年4月第1版 1998年2月第5次印刷

印数 70,291—90,320 册

ISBN 7—5343—2676—1

G·2416

定价:5.30 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误,可向承印厂调换

ISBN 7—5343—2676—1

G·2416·

定价:5.30 元

编写说明

为配合九年义务教育三年制初中数学课程的学习,为能使学生在原有学习的基础上有所提高,对所学知识有所拓宽,对基本技能和方法有所掌握,对各方面的能力有所培养,我们约请了有丰富教学经验的中学教师编写了这套既贴近教材,又略高于教材的辅导性读本.这套读本将与《小学数学奥林匹克初级读本》、《小学数学奥林匹克读本》形成一个完整的九年义务教育数学教程的配套课外读本.这三套读本可统称为《中小学数学奥林匹克读本》丛书.

这套读本体现了主编徐泽洲的“渗透现代数学思想,建立三维度的数学体系”的新思路.它的指导思想是“源于基础,高于课本,启迪思维,掌握方法”.这套读本帮助学生在复习所学知识内容的同时,进行拓宽、提高,从而学到更多的知识和掌握更多的数学思想方法,实用性、指导性、可读性都很强.全书分三册,分别适用于初中一、二、三年级学生,也是教师开展课外数学兴趣活动的辅导材料.这套读本经使用后,广大师生和家长反映很好.

著名数学家、中国科学院院士、复旦大学研究生院院长李大潜教授为这套丛书撰写了序,充分肯定了这套丛书.顾也慈对全套读本进行了审阅,并提出了多处修改意见,在此一并致谢.

本册读本由徐泽洲、须功统稿终审,由杨小凡、夏敏敏进行校对.

由于时间急促,在读本中难免有不当之处,恳请广大读者指正.

序

数学是一门重要的基础学科，她的重要性，按我自己肤浅的理解，曾经概括为下面三句话：数学是建设四化的武器，数学是其他科学的基础，数学是锻炼思维的体操。

要打好数学的基础，是应该从中、小学抓起的。就中、小学阶段应该掌握的数学知识来说，看起来千变万化，但真正基本的东西其实并不是很多的。对这些基本的内容通过认真而严格的训练，真正做到充分理解，并能熟练运用，就为今后进一步的学习和工作打下了良好的基础，也一定能逐步培养起学生对数学的爱好和兴趣，变得更加聪明起来。既减轻学习负担，又提高学习质量，促进中小学生学习生动活泼地全面成长，不仅非常必要，也是完全可能的。舍本求末，不注意基本知识的严格训练和真正掌握，不培养学生主动积极的思维能力，搞题海战术，用大量的难题、偏题或

怪题把学生压得透不过气来，只会束缚学生的聪明才智，带来摧残人才的恶果。

这么说，是不是意味着对一部分学习优秀、对数学有兴趣并且确有余力的中、小学学生，不应该提出较高的要求并进行一些特殊的培养呢？当然不是这样。教师完全有责任根据因材施教的原则，帮助和促进这一部分学生在全面发展的基础上，并在不过分加重课外学习负担的前提下，进一步提高对数学的兴趣，在增进知识和提高能力这两方面都得到进一步的培养，这是学校教育的另一个重要任务，也是一件值得认真探索并总结经验的工作。

现在的这一本书，原先是“南通市青少年数学奥林匹克俱乐部”开展活动时所用的教材，也曾为其他一些地区开展类似的活动时所采用。实践表明它对提高中、小学生的数学思维能力起了积极的作用，一部分学生已在全国性及国际性的数学竞赛中取得了优异的成绩。参加1989—1990年度美国小学数学邀请赛的70人全部获得一或二等奖，参赛的两个队均获得最高成就奖。刚进入高一学生参加全国数学竞赛获三等奖，并以满分获江苏省高二数学竞赛一等奖，这就是突出的例子。现在本书在经过好几年的试用并不断修改完善后正式出版，不仅是过去这方面工作成果的一个结晶，也相信会对今后进一步开展有关的活动起到推动作用。

《初中数学奥林匹克读本》的出版,将与《小学数学奥林匹克初级读本》、《小学数学奥林匹克读本》成为《中小学数学奥林匹克读本》丛书,这套丛书将是九年义务教育数学教程的很切合实际的实用性很强的配套读本。

这本由江苏教育出版社出版的书,是由我的故乡南通市的一批有多年实践经验并具有较高水平的中、小学数学教师编写的。主编徐泽洲、李金生二同志执教于我的母校南通中学。我为自己的故乡和母校有这样一批立志献身祖国基础数学教育事业的老师和同志们感到光荣和自豪,并预祝他们在已有成绩的基础上,再接再厉,为中、小学数学教育水平的提高做出更多的努力和更大的贡献。

复旦大学 李大潜

目 录

代数部分

一	列代数式	1
二	求代数式的值	10
三	有理数及其性质	18
四	相反数和倒数	27
五	谈谈绝对值	33
六	有理数的巧算	40
七	去、添括号的技巧	46
八	巧解一元一次方程	53
九	一元一次方程的讨论求解	58
十	列方程解应用题	65
十一	解一次方程组的技巧	75
十二	用行列式解二元一次方程组	83
十三	“方程(组)的解”的应用	91
十四	二元一次方程组的应用	99
十五	“设而不求”的未知数	105
十六	应用题的一题多解	112
十七	不等式的应用	124
十八	借数轴解题	132
十九	浅谈不定方程	140

二十	乘法公式的变式应用	149
二十一	多项式除以多项式	154
二十二	幂的运算	161

几何部分

二十三	画画、猜猜、想想	166
二十四	平行线	176

一 列代数式

地位与作用

列代数式是打开初中代数知识大门的一把钥匙,是从小学侧重于具体的数字计算过渡到初中用字母来表示数的比较抽象的运算的一个重要环节.从确定的数发展到用字母表示数,进而引入代数式,这是数学发展史上的一个里程碑,字母“代”数,是代数区别于算术的标志,有了字母“代”数,给数学开辟了新天地,给研究和计算带来了极大的方便.

九年义务教育三年制初中数学教材,首次增设了“代数初步知识”一章,并编排在代数上册之首,这一章主要就是列代数式,说明列代数式在初中代数学习中的重要性,这一章既是小学所学知识的概括与总结,又是后续学习其它知识的铺垫,起到承上启下的作用,因此,务必学好学扎实.

知识与要点

1. 代数式是用基本的运算符号(运算包括加、减、乘、除及以后要学的乘方、开方)把数和表示数的字母连接而成的式子,单独一个字母或一个数,也可以看作代数式.

2. 根据代数式的概念, $3-a$ 表示代数式,其中被减数3和减数 a 本身也可以看作代数式,因此为了表示相减的是两个代数式,我们通常把它们叫做被减式和减式.同样,相当于

因数、加数、被除数、除数、余数等等的代数式，分别叫做因式、加式、被除式、除式、余式等等。

3. 把问题中与数量有关的词语，用含有数、字母和运算符号的式子表示出来的过程，称为列代数式。

4. 为了利用代数式正确表达数量关系，要重视书写格式的规范。

①数和字母相乘时，数字应写在字母前面。

②表示数的字母相乘时，通常把乘号省略不写。

③一个假分数与字母相乘时，应把假分数化成带分数，再与字母相乘。

④含有字母的除式中，用分数线代替除号。

5. 列代数式的关键是正确地分析数量关系，要掌握和、差、积、商、幂、倍分、大、小、增加到等数学概念和有关知识。如“除”与“除以”是两个不同的概念，“ a 除 b ”是“ b 除以 a 的意思”，再如“ x 与 y 的平方和”不能与“ x 与 y 和的平方”以及“ x 与 y 平方的和”相混淆。

6. 一般用代数式表示数量关系时，要“先读先写”。对于“ x 减去 y 的差”、“ x 除以 y 的商”可以简略地说成“ x 与 y 的差”，“ x 与 y 的商”， x 与 y 的顺序不能颠倒。

7. 用代数式表示就是把“文字语言”翻译成“符号语言”，并要求能够互译不走样。

范例与思考

例 1 甲乙两种商品价格的比是 $5:2$ 。

(1) 如果已知甲种商品的价格是 p 元，那么乙种商品的价格是多少元？

(2)如果已知两种商品共 q 元,那么乙种商品的价格是多少元?

解:(1) $5:2=p$:乙种商品的价格,故乙种商品的价格为 $\frac{2p}{5}$ 元.

(2)已知两种商品共 q 元,则乙种商品的价格是 $\frac{2}{7}q$ 元.

例 2 用同样多的钱,买一等品毛线可以买 3 千克,买二等品毛线可以买 4 千克.

(1)如果用买 a 千克一等品毛线的钱去买二等品毛线,可以买多少千克?

(2)如果一等品毛线每千克售 b 元,那么二等品毛线每千克售多少元?

解:(1) $3:4=a$:二等品毛线千克数,故二等品毛线千克数为 $\frac{4}{3}a$.

(2)由已知钱数一定得到一等品毛线与二等品毛线的价格之比为 $4:3$,又由一等品毛线每千克售价 b 元,则得到二等品毛线每千克售价 $\frac{3}{4}b$ 元.

例 3 甲乙两个火车站之间,快车要行驶 7 小时,慢车要行驶 10 小时(假设快、慢车速度保持不变).

(1)如果一段路程,慢车行驶要 a 小时,那么快车行驶要几小时?

(2)如果快车每小时行驶 b 千米,那么慢车每小时行驶多少千米?

解:(1)因为慢车与快车行驶的时间比为 $10:7$,由慢车行驶要 a 小时,得知快车行驶要 $\frac{7a}{10}$ 小时.

(2) 路程一定, 速度与时间成反比, 由已知条件得知, 慢车与快车的速度之比为 $7:10$, 由快车的速度为每小时 b 千米, 得知慢车的速度为每小时 $\frac{7b}{10}$ 千米.

【思考】例 1、例 2、例 3 均涉及到比例问题, 因此可以将它们归为一类, 其基本模式可写为: 如果 $甲:乙=a:b$, 若设甲为 x , 则乙为多少? 若设乙为 x , 则甲为多少?

例 4 一个工程, 由甲队单独干 a 天可以完成, 由乙队单独干 b 天可以完成.

(1) 甲队一天可以干多少?

(2) 甲、乙两队合干一天可以干多少?

(3) 甲、乙两队合干几天可以完成?

【分析】本题求解用到一个基本关系式, 即 $工作量 = 工作效率 \times 工作时间$.

$$\left(\begin{array}{l} \text{工作效率} = \frac{\text{工作总量}}{\text{工作时间}}, \text{工作时间} = \frac{\text{工作总量}}{\text{工作效率}} \end{array} \right)$$

解: (1) 将整个工程的全部工作量看作 1, 则由甲队单独干 a 天可以完成, 得知甲队一天干了整个工程的 $\frac{1}{a}$.

(2) 甲、乙两队合干一天完成的工作量, 就是甲、乙一天分别干的工作量的和, 即 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

(3) 由工作总量为 1, 甲、乙两人合干一天的效率为 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, 得到甲、乙两人合干 $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ 天完成.

【思考】① 一个水池装有两个进水管, 单开第一个进水管, x 小时可将空池注满, 单开第二个进水管, y 小时可将空池注

满,两管齐开,一小时可注水多少?

②甲、乙两人行走,甲走完全程所需时间为 t_1 ,乙走完全程所需时间为 t_2 ,两人一小时内共走多少路程?

请同学们找出以上两题的答案,若将工程问题中“工作总量=工作效率×工作时间”这个关系式类比到行程问题上去,可以得到怎样的关系式呢?

例5 轮船在 AB 两地间航行,静水中的速度为每小时 m 千米,水流的速度为每小时 n 千米,求轮船在 AB 两地间往返一次的平均速度.

【分析】有同学回答是每小时 m 千米,这就错了.求轮船在 AB 两地间往返一次的平均速度,关键要求出轮船来回用的总时间.

解:将 AB 路程看成总量1,由顺水时的速度为 $(m+n)$ 千米/时,得出顺水航行的时间为 $\frac{1}{m+n}$,由逆水时的速度为 $(m-n)$ 千米/时,得出逆水航行的时间为 $\frac{1}{m-n}$,总时间为 $\frac{1}{m+n} + \frac{1}{m-n}$,平均速度为 $\frac{2}{\frac{1}{m+n} + \frac{1}{m-n}}$ 千米/时.

【思考】如何判断 m 与 $\frac{2}{\frac{1}{m+n} + \frac{1}{m-n}}$ 的大小?试用具体数据加以验证.

训练与习题

1. 填空题:

(1)浓度为19%的盐水 b 千克,其中含盐_____千克,

含水_____千克.

(2) m 亩地,亩产水稻 a 千克; n 亩地,亩产水稻 b 千克,这些地水稻的平均亩产量为_____千克.

(3)将 a 元按活期储蓄存入银行,月利率为 2.4% ,3 个月的利息是_____元.

(4)某厂制造某种机器,原来每台的成本是 x 元,现在每台成本降低 $y\%$,那么现在每台的成本是_____.

(5)某厂第一个月生产 a 个零件,第二个月比第一个月增产 $x\%$,第三个月又比第二个月增产 $x\%$,那么第三个月的产量是_____个零件,这一季度的总产量是_____个零件.

2. 选择题:

(1) a 公斤盐和 b 公斤水混和成的盐水的浓度为().

(A) $\frac{a}{a+b}$;

(B) $\frac{a}{a+b}\%$;

(C) $(100 \times \frac{a}{a+b})\%$;

(D) 以上都不对.

(2)今年苹果的价格比去年便宜了 10% ,如果今年的价格是每千克 a 元,去年的价格是每千克()元.

(A) $(1+10\%)a$;

(B) $(1-10\%)a$;

(C) $\frac{a}{1+10\%}$;

(D) $\frac{a}{1-10\%}$.

(3) x 表示一个两位数, y 表示一个三位数,如果把 x 放在 y 的左边组成一个五位数,可以表示成().

(A) $x+y$;

(B) $10x+y$;

(C) $100x+y$;

(D) $1000x+y$.

(4)如果 m 人 d 天内可完成某项工作,则 $m+r$ 人完成此项工作需要()天.

(A) $d+r$;

(B) $d-r$;

(C) $\frac{md}{m+r}$;

(D) $\frac{d}{m+r}$.

(5) 如果 x 台拖拉机每天工作 x 小时, x 天可耕地 x 亩, 则 y 台拖拉机每天工作 y 小时, y 天可耕地()亩.

(A) $\frac{x^3}{y^3}$;

(B) $\frac{y^3}{x^2}$;

(C) $\frac{x^2}{y^3}$;

(D) $\frac{y^2}{x^3}$.

3. A 、 B 两地相距 450 千米, 汽车每小时行 V 千米, 请用代数式表示:

(1) 汽车从 A 地到 B 地要开几小时?

(2) 如果每小时加快 5 千米, 则从 A 地到 B 地需要开几小时?

(3) 加快速度后可早到几小时?

(4) 如果要提前半小时到, 那么必须用什么速度行驶?

4. 甲、乙两车分别用 V_1 千米/时、 V_2 千米/时的速度, 从相距 S 千米的 A 、 B 两地相向而行, 问:

(1) 同时出发几小时后相遇?

(2) 如甲车先行 2 小时, 则在甲车开出几小时后两车相遇?

(3) 如甲车先行 2 千米, 则在甲车开出几小时后两车相遇?

5. 甲、乙两车分别用 V_1 千米/时、 V_2 千米/时 ($V_1 > V_2$) 的速度从相距 S 千米的两地同向而行,

(1) 同时出发, 甲几小时追上乙?

(2) 如果甲先行 2 小时, 甲开出几小时追上乙?

(3) 如果乙先行 2 小时, 甲开出几小时追上乙?

6. 完成某项工作, 甲单独做要 a 小时, 乙单独做要 b 小时,

(1) 若甲单独做 4 小时后, 乙又单独做 2 小时, 这项工作

完成了多少?

(2)若甲、乙合做 x 小时后,乙又继续独做 y 小时,这项工作完成了多少?

7. 某服装加工车间有 m 人,每人每天可加工上衣 8 件或裤子 10 条,要使加工衣裤配套,应如何分配加工上衣和裤子的人数?

8. 用 m 元买 10 分、20 分、50 分的三种邮票,已知 10 分邮票与 20 分邮票总面值相同,用 50 分邮票的张数 x 表示 10 分邮票的张数.

答案与提示

1. (1) $19\%b, 81\%b$ (2) $\frac{ma+nb}{m+n}$
(3) $0.0072a$ (4) $x(1-y\%)$ 元
(5) $a(1+x\%)^2, a+a(1+x\%)+a(1+x\%)^2$;
2. (1)C (2)D (3)C (4)C (5)B
3. (1) $\frac{450}{V}$ 小时 (2) $\frac{450}{V+5}$ 小时 (3) $\left(\frac{450}{V}-\frac{450}{V+5}\right)$ 小时
(4) $\frac{450}{\frac{450}{V}-\frac{1}{2}}$ 千米/时
4. (1) $\frac{S}{V_1+V_2}$ 小时 (2) $\left(\frac{S-2V_1}{V_1+V_2}+2\right)$ 小时
(3) $\left(\frac{S-2}{V_1+V_2}+\frac{2}{V_1}\right)$ 小时
5. (1) $\frac{S}{V_1-V_2}$ 小时 (2) $\left(\frac{S-2V_1}{V_1-V_2}+2\right)$ 小时
(3) $\frac{S+2V_2}{V_1-V_2}$ 小时
6. (1) $\frac{4}{a}+\frac{2}{b}$ (2) $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)x+\frac{y}{b}$