

[微积分]

WEI JI FEN

主 编 © 史千里



首都经济贸易大学出版社

Capital University of Economics and Business Press

微积分

WEI JI FEN

主 编 ◎ 史千里
参 编 ◎ 袁 萍
黄孝祥
姬 秀

 首都经济贸易大学出版社
Capital University of Economics and Business Press

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

微积分/史千里主编. — 北京:首都经济贸易大学出版社, 2015. 6

ISBN 978 - 7 - 5638 - 2250 - 8

I. ①微… II. ①史… III. 微积分—高等学校—教材
IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 142536 号

微积分

史千里 主编

出版发行 首都经济贸易大学出版社

地 址 北京市朝阳区红庙(邮编 100026)

电 话 (010)65976483 65065761 65071505(传真)

网 址 <http://www.sjmcb.com>

E-mail publish@cueb.edu.cn

经 销 全国新华书店

照 排 首都经济贸易大学出版社激光照排服务部

印 刷 北京京华虎彩印刷有限公司

开 本 710 毫米×1000 毫米 1/16

字 数 294 千字

印 张 16.25

版 次 2015 年 6 月第 1 版 2015 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5638 - 2250 - 8/O · 35

定 价 45.00 元

图书印装若有质量问题,本社负责调换

版权所有 侵权必究

前 言

什么是微积分学？

事物是有限与无限的辩证统一体. 微积分学通过研究有限与无限的关系, 达到研究变量间关系的目的.

微积分学是现代数学的最主要基础之一, 也是实际应用最为广泛的数学学科之一.

研究的对象: (实) 函数.

基础方法(基本算法): 极限.

主要方法(主要算法): 求导、积分.

本教材有哪些特点？

- (1) 内容划分清晰, 衔接细腻.
- (2) 讲解角度多样, 层次分明.
- (3) 语言独具特色, 注重学科的科学性与学习方法相融汇.
- (4) 新概念、新算法引入: 走具体到一般、感性认识到理性认识的路线, 以明确问题为起点, 到猜想、试验、失败、再实验, 直至成功. 更适合探索、认识、发现.
- (5) 适时总结算法、分析其特点. 如不定积分算法, 先后列出 12 种.
- (6) 讲练结合, 练习分层次.
 - “练习”面向所有同学, 课堂上及时演练.
 - “思考”适合水平中上的同学.
 - “问题”则适合水平较高的那一部分同学.
- (7) 例题分析重点在揭露思考方法: “怎样想到这个方法的?”
- (8) 例题解答格式规范, 可供练习模仿.
- (9) 部分定理没给出证明. 建议从具体实例、几何意义等角度加以理解.

对学习有哪些建议？

“数学有用, 数学难学”几乎是通识.

这里, 作者结合教学经验, 提出以下建议, 供同学们参考.

第一, 解决好思想上的问题.

- (1) 体会数学是思想、是方法、是工具, 这一点非常重要.

(2) 树立信心:过去没学好数学,不是自己脑筋差,也不是智商低,是因为没有下功夫,或者学习的方法不对头!现在,要学好数学,就得下功夫、找方法.

例如,当遇到不明白的东西、不会做的题目时:①是长时间反复思考,还是放过去了事?②是及时放下身价问别人,还是不好意思?等等.

这类看上去微不足道的差别,会导致天壤之别的学习效果!

第二,保证基本环节:读书、听讲.

(1) 课本就是翻来翻去的、写来写去的!试想一学期下来,课本依然崭新崭新的,这位同学的成绩能好吗?

(2) 听老师讲课,至关重要!缺的、漏的尽量补上,不明白的做上记号(或思考,或问人).读书、听课时,多问自己两个经典问题:

①他怎么就想到这个方法了?

②这个定理(性质)可以提供什么新方法?

第三,保证基本做法:多问、记住、多练.

(1) 多问.跟老师讨论、跟同学讨论(甚至争论)是学好数学的重要途径.那些能跟老师争论的同学,往往学得很好!经常问问自己:这个星期,我问过几个问题?跟别人讨论过几次?

(2) 记住.先明白道理,再去做,当然很好.但很多时候,是从先去做(模仿着做)开头的,之后,慢慢体会其道理;或者只要熟练方法,不必究其深刻道理!打个比方,等到一个人真正懂得了走路的重要性、明白了走路的科学方法后,再去学走路,那他几乎不可能学会走路啦!

(3) 多练.上数学课,建议带个本子,感觉什么重要就记一笔,感觉老师的哪句话经典就记一笔,感觉有什么不太明白就演算一下.本子不求写得整齐、漂亮(否则,太花时间).一学期下来,本子写得越多、越乱,学习效果会越好!

老师讲的例题,课后一定再理一遍.

课后的练习,做得越多越好!

经常问问自己:这一章的练习题总共多少个?我还剩多少没做?我们这门课上,不定积分十分典型,没有大量的练习肯定不行!

第四,每学习一个知识点,就追问四个问题.

它是什么?有什么性质?是什么算法?有什么用途?

例如,极限——什么是极限?极限的基本性质有哪些?算法有哪些?可以干什么?

第五,多方式表达.

(1) 形和数.例如:凹函数.数的表达似乎很深邃:“任取 $x_1, x_2 \in (a, b)$, 若总有 $f(\frac{x_1 + x_2}{2}) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$, 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内是凹的.”

如果用图形表示(见图6-13)那就很直观,一看就明白了.

(2)换个说法.例如:不定积分.原定义: $f(x)$ 的所有原函数,叫作 $f(x)$ 的不定积分,记作 $\int f(x) dx$.

换个说法: $\int f(x) dx$ 是 $f(x)$ 所有原函数所成集合.

$\int f(x) dx$ 等于它的任一个原函数加上一任意常数.

$\int f(x) dx$ 是一种算法,是求导的逆运算.

你的说法越多,认识就越全面、越深刻、越是自己的.

第六,培养美感.

数学美,是数学的四大特点之一.(另外三个是:高度抽象性、严密性、应用广泛性.)这里主要指数学美中的“语言形式美”一个方面.

培养数学的美感,可以从讲究书写格式开始.

例如:设 $y = f(x) = \frac{\lg(7-2x)}{3-\sqrt{7+x}}$,求定义域 D .

分析:要使 y 有意义, x 必须满足:

(1) 对数的底 >0 ;用不等式表示, $7-2x > 0$

(2) 开平方的底 ≥ 0 ; $7+x \geq 0$

(3) 分母 $\neq 0$; $3-\sqrt{7+x} \neq 0$

解:令
$$\begin{cases} 7-2x > 0 \\ 7+x \geq 0 \\ 3-\sqrt{7+x} \neq 0 \end{cases}$$

解不等式得,
$$\begin{cases} x < 3.5 \\ x \geq -7, \text{即 } D = [-7, 2) \cup (2, 3.5) \\ x \neq 2 \end{cases}$$

“寻找解法”的表述形式,与“表述解法”的表达方式就不同:

- ①前者一般是分析法,而后者一般是综合法;
- ②前者可以随意分块儿,较为凌乱,而后者具有紧凑、清晰的逻辑路线;
- ③前者可以千人千面,而后者却统一规范.

要树立观点:解一个题目,就是写一篇作文.开头、过程、结尾等必须完整!形式必须美观!

再如,求证: $e^x > 1+x, x \neq 0$.

分析:(一)这是不等式问题,但微积分研究的是函数问题;(二)先构造函数;(三)利用适当的模型.

证明:令 $f(x) = e^x - x - 1$, 则 $f'(x) = e^x - 1, x \in (-\infty, +\infty)$.

$\therefore f'(x) < 0, x \in (-\infty, 0]$.

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 内单减.

$\therefore f(x) > f(0) = 0, x \in (-\infty, 0)$.

即 $e^x - x - 1 > 0, x \in (-\infty, 0)$.

$\therefore e^x > x + 1, x \in (-\infty, 0)$.

同样可证 $e^x > x + 1, x \in (0, +\infty)$.

所以, $e^x > 1 + x, x \neq 0$.

若改成如下格式,恐怕只有水平很高的人才能看得明白了!

“证明: 令 $f(x) = e^x - x - 1$, 则 $f'(x) = e^x - 1, x \in (-\infty, +\infty)$. $\therefore f'(x) \leq 0, x \in (-\infty, 0]$. $\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 内单减. $\therefore f(x) > f(0) = 0, x \in (-\infty, 0)$, 即 $e^x - x - 1 > 0, x \in (-\infty, 0)$. $\therefore e^x > x + 1, x \in (-\infty, 0)$. 同样可证 $e^x > x + 1, x \in (0, +\infty)$. 所以, $e^x > 1 + x, x \neq 0$. ”

数学美不光美观,它还为发现提供契机.

第七,重要的东西,自己给它取个名字.

这是一个很有效的学习方法.

例如, e 和 1 读音相同,听者容易混淆,不妨把 e 叫“圈 yī”,而把 1 叫“竖 yī”. (将来还有一个 E , 叫“眼 yī”).

近以公式 $f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) \approx f(x_0, y_0) + dy|_{(x_0, y_0)}$ 可以表述为“末点函数值近似于起点函数值与起点微分的和”.

事实上,重要的东西要取名字,字越多越重要,取名字要有学问!

以上是作者给同学们提的一些学习方法建议,希望对大家的学习有帮助. 此外,鉴于作者水平有限,本书难免有疏漏、不妥甚至错误之处,敬请大家指正!

史千里

2015 年 1 月

目 录

1 集合、函数	1
1.1 集合	1
1.2 函数	3
1.3 初等函数	6
1.4 特殊几何性质的函数	10
本章要点小结	13
练习一	14
2 极限	16
2.1 数列的极限	16
2.2 函数的极限	18
2.3 无穷小量与无穷大量	22
2.4 两个特殊极限	25
2.5 无穷小的比较	29
本章要点小结	32
练习二	33
3 函数的连续性	36
3.1 函数在点 x_0 连续与间断	36
3.2 初等函数连续性	38
3.3 闭区间上连续的性质	40
本章要点小结	42
练习三	43
4 导数	44
4.1 切线斜率、瞬时速度	44
4.2 导数的定义	45
4.3 四则运算的求导法则	47
4.4 可导条件、可导与连续	48
4.5 反函数、复合函数求导	50

4.6	隐函数求导法和对数求导法	51
4.7	高阶导数	53
	本章要点小结	55
	练习四	56
5	微分	59
5.1	微分的概念	59
5.2	近似计算	61
	本章要点小结	63
	练习五	63
6	导数的性质和应用	65
6.1	中值定理	65
6.2	罗必达法则	69
6.3	函数的单调区间、极值和最值	72
6.4	函数的极值和最值	74
6.5	凹凸区间、拐点	77
6.6	作函数图像	79
6.7	导数在经济学中的应用	81
	本章要点小结	85
	练习六	86
7	不定积分	90
7.1	不定积分的概念	90
7.2	不定积分的性质	92
7.3	基本积分公式	93
7.4	第一换元积分法	95
7.5	第二换元积分法	100
7.6	分部积分法	102
7.7	有理分式积分	104
	积分表	110
	本章要点小结	112
	练习七	113

8 定积分	119
8.1 分割、求和算法	119
8.2 定积分的定义	121
8.3 定积分的基本性质	123
8.4 变限积分	125
8.5 定积分与不定积分的关系	127
8.6 定积分的换元法	129
8.7 定积分的分部积分法	132
8.8 定积分计算面积和体积	135
8.9 定积分在经济学中的简单应用	139
8.10 广义积分	142
本章要点小结	147
练习八	149
9 二元函数微分学	154
9.1 平面点集	154
9.2 空间直角坐标系	155
9.3 平面和曲面	157
9.4 二元函数及其图像	159
9.5 二元函数极限与连续性	162
9.6 偏导数	164
9.7 二元函数的极值和最值	166
9.8 全微分	172
9.9 隐函数求导	173
本章要点小结	175
练习九	177
10 二重积分	180
10.1 曲顶柱体体积	180
10.2 二重积分的定义和性质	181
10.3 直角坐标系下二重积分的算法	182
10.4 极坐标系	189
10.5 极坐标系下二重积分的算法	191
本章要点小结	193
练习十	194

11 常数项级数	196
11.1 常数项级数的概念及敛散性	196
11.2 常数项级数的一般性质	199
11.3 正项级数	201
11.4 任意项级数	205
本章要点小结	209
练习十一	210
12 幂级数	213
12.1 幂级数的定义和收敛域	213
12.2 幂级数的和函数	216
12.3 函数的幂级数展开	221
本章要点小结	226
练习十二	227
13 常微分方程	230
13.1 常微分方程的概念	230
13.2 一阶微分方程的解法	232
13.3 二阶常系数线性齐次微分方程解法	238
13.4 二阶常系数线性非齐次微分方程解法	241
13.5 微分方程的经济学应用	243
本章要点小结	246
练习十三	247

1 集合、函数

1.1 集 合

集合是最基础的数学概念,认识和运用集合概念具有非常重要的意义.

1.1.1 集合: 同一性质事物的全体

集合是数学的“初始概念”,不加定义,仅作描述.

初步理解: 第一,整体性——集合是一个“整体”(相对于其“元素”而言). 第二,确定性——集合内的元素,都具有指定的性质;凡具有指定性质的事物,都被“包含”在这个集合内.

【例1】“中国公民”是一个集合,是由“具有中华人民共和国国籍的人”组成的一个整体.

【例2】“我是人类”中“人类”是集合(即“我是人类的一成员”“我属于人类”).

【例3】“所有好看的鲜花”不是集合.

集合概念的意义: 数学概念浩如烟海,几乎都(直接或间接地)建立在集合的基础上.

思考1 “美洲国家”是集合,指出“共同性质”;试枚举该集合的元素.

问题1 下面的结论错在哪里:“因为不能将所有的在校大学生集中在一个场地上,所以,‘在校大学生’不是集合.”

1.1.2 集合的常用表示方法

方法一: 口语表述. 例如,“在9和49之间的整平方数”.

方法二: 枚举. 例如, $\{16, 25, 36\}$.

方法三: 代表+性质. 例如, $\{a \mid \sqrt{a} \in \mathbb{Z}, 9 < a < 49\}$.

问题2 用集合的概念怎么理解概念的内涵和外延?

1.1.3 数集

数集的特殊表示方法:

不等式表示法: $x \geq 5$;

区间表示法: (a, b) ; $[a, b]$; $[a, +\infty)$; $(-\infty, b]$.

数轴表示: 区间 (a, b) 见图 1-1; 区间 $[a, b]$ 见图 1-2.

图 1-1 开区间 (a, b) 图 1-2 闭区间 $[a, b]$

常用数集及符号:

Z = 整数(全体整数);

Z_+ = 正整数(全体正整数);

N = 自然数 $= \{0\} \cup Z_+$.

Q = 有理数(全体有理数) $= \{\frac{a}{b} \mid a \in Z, b \in Z_+\}$;

R = 实数(全体实数) $= (-\infty, +\infty)$;

R_+ = 正实数(全体正实数) $= (0, +\infty)$;

R_- = 负实数(全体负实数) $= (-\infty, 0)$.

问题 3 设 $A = \{\text{张兰, 李丽, 王晓, 孙洁, 赵萍}\}$. A 不是数集. 怎么转变成数集?

1.1.4 集合并、交、差运算

定义 1-1 设 A, B 是集合.

$A \cup B$, A 与 B 的并, 是新的集合, $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或者 } x \in B\}$; (1-1)

$A \cap B$, A 与 B 的交, 是新的集合, $A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$; (1-2)

$B - A$, B 减去 A 的差, 是新集合, $B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$. (1-3)

【例 4】 设 $A = \{x \mid (x-1)(x+2)(x+3) = 0\}$, $B = \{t \mid t^2 = 9\}$.

求: $A \cup B$, $A \cap B$, $B - A$, $A - B$.

解: $\because A = \{-2, -3, 1\}$; $B = \{-3, 3\}$

$$\therefore A \cup B = \{-2, -3, 1, 3\}$$

$$A \cap B = \{-3\}$$

$$B - A = \{3\}$$

$$A - B = \{-2, 1\}$$

练习 1 设 $I_1 = [-1, 5]$, $I_2 = (-1, 2)$, $I_3 = [2, 4]$. 求: $I_2 \cup I_3$; $I_1 - I_2$; $I_1 - I_3$.

1.2 函 数

事物处在联系和变化之中,函数是刻画这方面性质的数学工具.

1.2.1 函数的定义

定义 1-2 设 A, B 是两个数集, f 是 $A \rightarrow B$ 的对应法则, 并且, (A 内) 每个数 x 在 f 下都对应着唯一的数 y (在 B 内), 则称 f 是 A 到 B 的函数, A 叫作 f 的定义域.

【例 1】 设 $A = \{-5, -1, 0\}; B = \{0, 4, 5, 7\}$

$f_1: -5 \rightarrow 4, -1 \rightarrow 7, 0 \rightarrow 0$. f_1 是 A 到 B 的函数.

$f_2: -5 \rightarrow 7, -1 \rightarrow 7, 0 \rightarrow 4$. f_2 是 A 到 B 的函数.

$f_3: -5 \rightarrow 7, 0 \rightarrow 4$. f_3 不是 A 到 B 的函数.

$f_4: -5 \rightarrow 7, -1 \rightarrow 4, -1 \rightarrow 5$. f_4 不是 A 到 B 的函数.

符号: 为了书写简明, 引用如下符号:

$$f_1(-5) = 4, f_1(-1) = 7, f_2(-1) = 7.$$

练习 1 在例 1 中, $f_3(-5) = f_1(-1)$, 对吗? $f_1(-5) < f_3(0)$, 对吗?

$y = f(x)$, y 是随着 x 变化而变化的, 所以, x 叫自变量, y 叫因变量.

练习 2 $A = \{9, 1, 0\}, B = \{-4, -3, 0, 3, 4, 5\}$.

(1) 设 $g_1(9) = 3, g_1(1) = 2, g_1(0) = 0$. 问: g_1 是 $A \rightarrow B$ 的函数吗?

(2) 设 $g_2(9) = -3, g_2(0) = 5$. 问: g_2 是 $A \rightarrow B$ 的函数吗?

函数 f 好像照相机.

在例 1 中, $f_1: -5 \rightarrow 4$. -5 是人(原像), 照相机 f_1 拍下照片(像)是 4;

$f_2: -5 \rightarrow 7$. -5 是人(原像), 照相机 f_2 拍的照片(像)却是 7.

在 $f_1(-5) = 4$ 中, 4 叫 -5 的函数值, 又叫 -5 的像; -5 叫 4 的原像.

【例 2】 某网上商城某 T 恤商铺(免运费): 1 件 210 元; 2 件, 每件 190 元; 3~5 件, 每件 175 元; 6~9 件, 每件 160 元; 10 件及以上, 每件 145 元. 写出网购顾客购买件数 x 与总价 y 的函数关系.

解: 设 $y = f(x)$, $x \in D$, 则,

$$y = f(x) = \begin{cases} 210x & x = 1 \\ 190x & x = 2 \\ 175x & 3 \leq x < 6, D = \mathbb{Z}_+ \\ 160x & 6 \leq x < 10 \\ 145x & 10 \leq x \end{cases}$$

这是一个分段函数, 具体而言, 是一个 5 段函数.

思考 1 (1) 函数是 1-1 对应吗?

(2) 使用“原像”和“像”的概念定义“函数”.

问题 1 设 $A = \{13, 19\}$, $B = \{-7, 11, 23\}$. 你可以建立几个 A 到 B 的函数?

问题 2 “函数好像加工厂”. 怎么理解?

1.2.2 定义域

函数的定义域: 自变量使函数有意义的所有取值, 记作 D .

函数的值域: 因变量的所有取值, 记作 I .

定义域一般要满足以下五个方面的要求:

- (1) 分母不等于 0;
- (2) 开偶次方, 底数不为负值;
- (3) 对数函数, 真数为正值;
- (4) 正弦(余弦) 值不得大于 1;
- (5) 具有实际意义的函数, 还要保证有实际意义.

算法 —— 求定义域:

第一步, 建立不等式(组); 第二步, 解不等式(组); 第三步, 把解写成规范形式.

【例 3】 设 $y = f(x) = \frac{\lg(7-2x)}{3-\sqrt{7+x}}$, 求定义域 D .

分析: 要使 y 有意义, x 必须满足:

- (1) 对数的底 > 0 ; 用不等式表示, $7-2x > 0$
- (2) 开平方的底 ≥ 0 ; $7+x \geq 0$
- (3) 分母 $\neq 0$; $3-\sqrt{7+x} \neq 0$

$$\text{解: 令 } \begin{cases} 7-2x > 0 \\ 7+x \geq 0 \\ 3-\sqrt{7+x} \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{解不等式得, } \begin{cases} x < 3.5 \\ x \geq -7, \text{ 即 } D = [-7, 2) \cup (2, 3.5), \text{ 见图 1-3.} \\ x \neq 2 \end{cases}$$



图 1-3 定义域 $D = [-7, 2) \cup (2, 3.5]$

练习 3 设 $y = h(x) = \sqrt[3]{1-x} + \frac{\lg x^2}{1-\sqrt{3-x}}$. 求定义域 D , 并表示在数轴上

(见图 1-4).



图 1-4 定义域 $D = (-\infty, 0) \cup (0, 2) \cup (2, 3]$

思考 2 (1) 函数定义域 D 是一个集合吗? 元素有什么特性?

(2) 函数定义域 D 是一个范围, 能扩大或者缩小吗?

1.2.3 函数的常用表示方法

1.2.3.1 口语叙述

【例 4】 (1) y 为 1, 当 x 为正数时; y 为 -1, 当 x 为负数时; y 为 0, 当 x 为 0 时. 即符号函数, 记作 $y = \operatorname{sgn}(x)$.

(2) y 为不超过 x 的最大整数. 即取整函数, 记作 $y = [x]$.

(3) y 为 1, 当 x 为有理数时; y 为 0, 当 x 为无理数时.

在例 4(3) 中的函数不是分段函数!

思考 3 口语表述的优点、缺点各有哪些?

1.2.3.2 表格法

【例 5】 某直辖市(2013 ~ 2014 年)一手房价 y 随时间变化表:

月份 x	1302	1304	1306	1308	1310	1312	1401
单价 y (元/ m^2)	14 250	14 842	15 048	15 339	16 363	16 813	17 183

数据来源: <http://newhouse.tj.soufun.com/fangjia/>.

思考 4 表格法的优点、缺点各有哪些?

问题 3 怎样获得 $y = f(x)$ 的表格?

1.2.3.3 图像法

【例 6】 某快递公司从上海至湖北荆州的标准快递价格(部分), 即邮费 y (元)与物品重量 x (kg)之间的函数关系如图 1-5 所示.

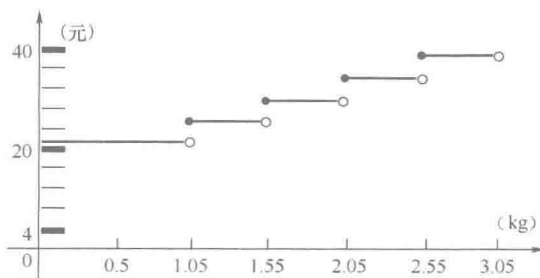


图 1-5 邮费与物品重量的函数图像

数据来源: http://www.sf-express.com/cn/sc/delivery_step/enquiry/rate_enquiry.html.

【例7】某花生油加工厂,每天最多生产5吨花生油.产量与总成本关系如图1-6所示.

看图知:(一)固定成本约为1.5(万元);
(二) y 是增函数,且产量接近5吨时增速较快.

练习4 在图1-6中,依照函数图像,当 $x=4$ 时,用直尺测量: $y=?$ [即求 $f(4)$].

思考5 (1)图像法的优点、缺点各有哪些?

(2)怎样获得 $y=f(x)$ 的图像?

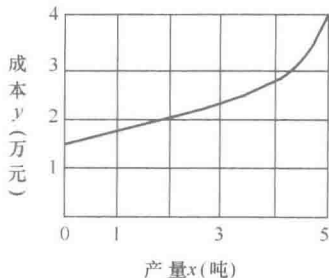


图1-6 总成本 y 与产量 x 函数图像

问题4 (1)圆心在 $(0,3)$,直径为2的圆,可以是一个函数的图像吗?

(2)抛物线总是某个函数的图像吗?直线呢?

1.2.3.4 解析式法

【例8】设某商品总利润 y (元)与销量 x (kg)的函数解析式为:

$$y = L(x) = -0.1x^2 + 15x - 200 \quad x \in [0, 70]$$

只要知道 $x=x_0$,就可以求出函数 y 的值 $y_0=L(x_0)$.

练习5 在例8中,计算 $L(14)$, $L(15)$, $L(50)$.

思考6 解析式法的优点、缺点各有哪些?

问题5 (1)怎样获得 $y=f(x)$ 的解析式?

(2)每个函数都可以写出解析式吗? [分析例4(2)]

(3)每个函数都可以作出图像吗? [分析例4(3)]

世界处于联系中,联系着的事物又处于变化之中.函数正是反映变量之间的关系.所以,函数是微积分学研究的对象,也是整个高等数学最重要的研究对象之一.

1.3 初等函数

1.3.1 基本初等函数

1.3.1.1 六种基本初等函数

常量函数 $y = C$ (C 为常数);

幂函数 $y = x^a$ ($a \in R$);

指数函数 $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$);

对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$);

三角函数 $\sin x$ (正弦); $\cos x$ (余弦); $\tan x$ (正切); $\cot x$ (余切); $\sec x$ (正