

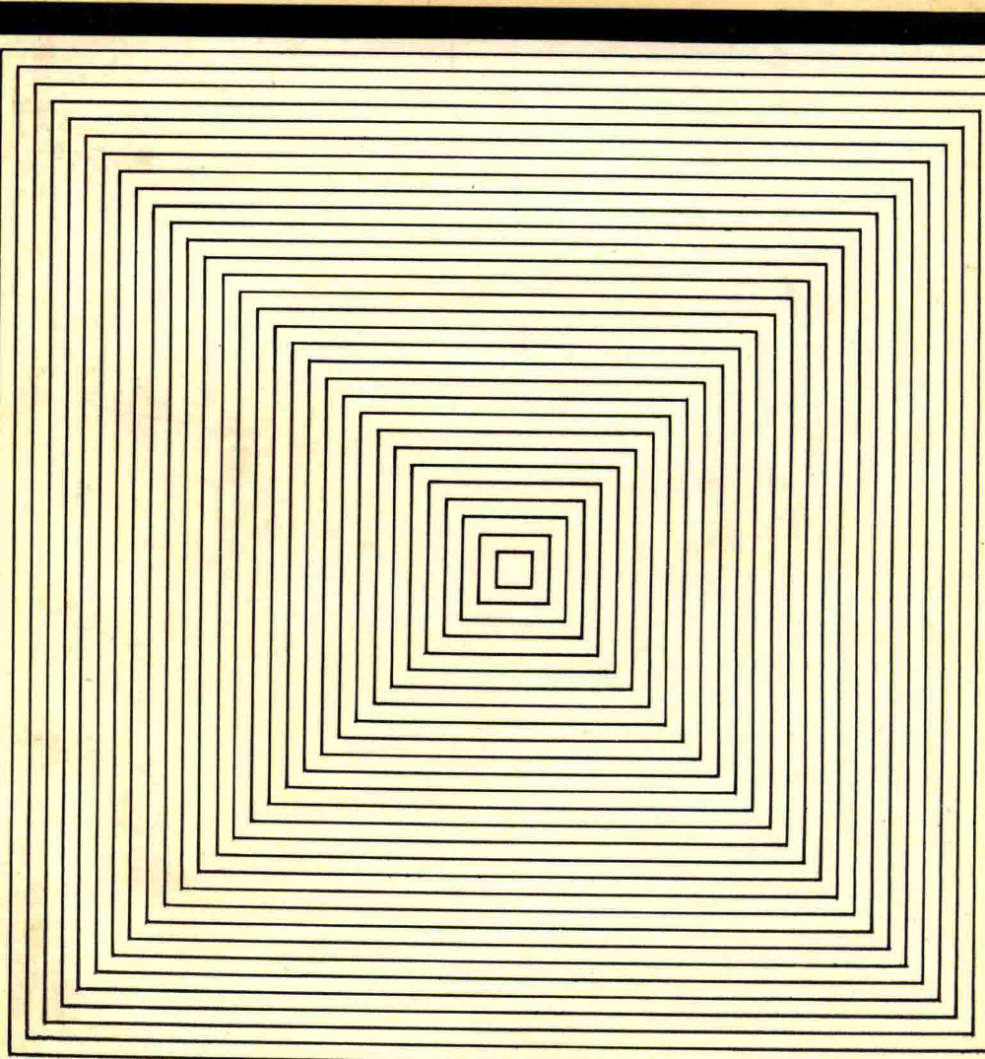
國家科學叢書

高等工程數學

(第四版·上冊)

Erwin Kreyszig 著

丁錫鏞 校閱



ADVANCED ENGINEERING
MATHEMATICS

(Fourth Edition)

高等工程數學
(上冊)

原著者：Erwin Kreyszig

譯者：黃新鈺・郭志鳴・張介

校閱者：丁錫鏞 博士

國家書店有限公司印行

有著作權

不准翻印

高等工程數學(上冊)

定價：新台幣壹佰叁拾元整

原著者：Erwin Kreyszig

譯者：黃新鈺·郭志鳴·張介

校閱者：丁錫鏞

總策劃：林洋慈

發行者：國家出版社

總經理：國家書店有限公司

郵撥：一〇四八〇一帳戶

公司：台北市新生南路一段126之8號三樓

電話：3912425 · 3914261 · 3942824

電話：3926748 · 3917918 · 3926749

印刷所：建昇印刷廠

中華民國七十一年六月初版

行政院新聞局局版台業字第零陸叁貳號

譯者序

Erwin Kreyszig 博士爲德國人，現擔任美國俄亥俄州州立大學的數學教授，係一世界聞名的數學權威之士。其所著“Advanced Engineering Mathematics”（高等工程數學）一書，自 1962 年以來，幾成了研習工程、物理或數學人士所倍加推崇與讚譽的世界名著。十幾年來，歷經二版、三版之修訂，內容益見精闢，所涉亦更廣且深。第四版於 1979 年問世，不但篇幅較前幾版爲廣，並爲適應科技發展之需要，涵蓋了更多的應用問題，以啓迪讀者之數學思路，進而發展其本身之創造能力。

數學在工程科學中日趨重要的今日，本書不但爲理工人員推供了一項精密的科技工具，更可訓練其籌劃科技新知之實驗與構架，並減少其尋求解答之工作與費用，使對於日趨複雜之近代工程問題，具有更堅實之挑戰能力。

本書內容之介紹，作者本人已在原文序中作了精簡之譯述，在此不另贅述。本書篇幅甚廣，習題亦極豐富，譯本分爲上、下兩冊，並另有上、下冊習題詳解之付梓。譯者有幸參加此巨著之譯述工作，深以爲榮，譯校工作有未盡完美之處，尚祈海內外學人先進惠予指正。最後，譯者對國家書店有限公司熱心學術貢獻，不惜代價達成本書譯本及題解之出版發行，表示無上之欽佩！

譯者 謹述

原文序

本書目的 此書主要目的，係對研習工程及物理之讀者，介紹近代數學中，有關實際問題之各種最重要課目，而將其引入一個數學的領域。各項主題，依據其在應用方面遭遇的多寡情形精心加以選擇。近些年來，在工程教育專題討論會上，所發表各種有關現代數學之新觀念，均被考慮予以收集。無論對已經在數學訓練方面，早訂有長期課程計劃之各院校，或正準備適應一般潮流，而加強其數學訓練計劃之學術機構或學校，此書應均適合。

基礎微積分，係研讀本書前之惟一必修課題。

本書所搜集之材料可供作美國、加拿大、及歐洲各學校大學部及研究所內，為研習工程、物理，或數學者所講授之主要課程。

本書第四版之改進部分

本版與第一、二及三版主要不同之處如下：

習題 習題均已改變。並包含了更多的應用問題。

模型化 (Modeling) 可藉於不同章節之應用而更加深印象。

線性常微分方程式 於第二章中包含微分算子 (Differential Operators) 新的一節。相平面法 (Phase plane methods), 穩定性 (Stability) 以及著名的范德伯方程式 (Van der Pol equation) 則於新的一章 (第三章) 中加以探討。

微分方程式系統 增加了不用矩陣之基本方法。利用矩陣的方法，加以擴充則成為新的一節。

拉普拉斯變換法 包含旋捲 (Convolution)。整章重寫而更為緊湊。在此新版中，兩個移位定理 (Shifting theorems) 包含於同一節，微分方程式較早出現，並介紹旋捲及其應用，部分分式法 (Partial fractions) 於稍後討論，並且不那麼強調。

偏微分方程式 本章包含新的一節討論拉氏變法對偏微分方程式的應用。

矩陣 本章部分加以重新組合與重新編寫，以符合近世線性代數之潮流。新的一版也包含較多的應用。

複變分析 改成如下更為有利之方式。關於複數有較短的三節（前面版本為長的一節）對本課題作一簡單的介紹。基於相同的理由，保角寫像（Conformal mapping）的那一章，在開始時有較多的例題。有關數列（Sequence）與級數（Series）之一章則加以重新編寫，以便使在複變分析的班級上，僅需要本章最初兩節，因此可節省許多時間而不致影響前後的關聯性。冪級數（Power series），泰勒級數（Taylor series）與勞倫級數（Laurent series）出現在同一章，也就是說它們比前面版本彼此更接近。

數值分析 本版包含關於線規（Splines）新的一節，它對於工學專家之重要性與日增加。

機率與統計 習題加以擴充而包含較多的應用問題。

參考資料 於附錄 1 中者，補充了新的資料。

本書內容及其安排 本書各重要部分之間，其主題材料之安排，可以由下列圖解來表示。（下頁所示）

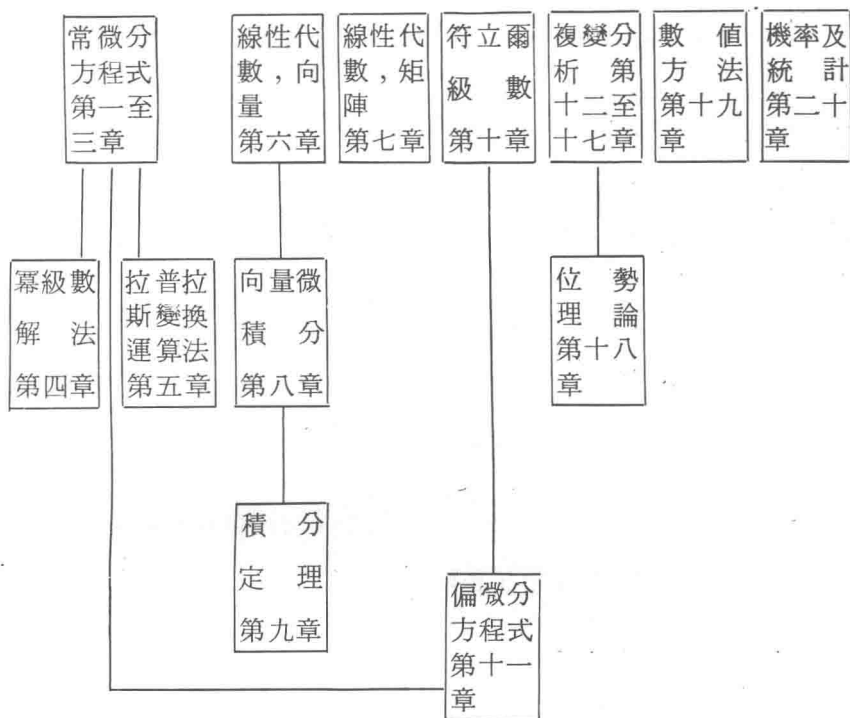
本書中對常微分方程式、線性代數和向量分析，以及複變分析，此三種也許是工程師們最感重要之部門，所提供之討論，極具份量。其他如符立爾級數；偏微分方程式、數值分析等各章之篇幅，亦使能包含足夠之材料，以便於一般的各類相似課程採作教本之用。

為便利選用本書部分內容起見，各章均儘可能保持其獨立性。

所有各章均分為若干較短之節數，每節均含有闡釋觀念、方法、結果、以及工程應用之例題及習題。

本書包含各種歷史性之註腳、原始參考文獻，以及約 400 個以上之插圖。

參考資料 若干用作參考及進一步研究之書籍，可於本書末尾由原



書 A-1 頁開始查得。部分有關特殊函數之公式，則包含在附錄 3 內，由原書 A-54 頁開始。

習題和答案 本書備有 3,500 個以上精挑細選之習題，包含簡單之一般練習，以及甚為複雜之實際應用。單號習題答案，列於本書末尾附錄 2 內，由原書 A-6 頁開始。

函數表 綜合列入附錄 4，由原書 A-61 頁開始。

課程順序建議 全部材料，可按下列次序研讀，並適宜分作每週 3 ~ 5 小時，四個連續學期課程之用：

第一學期：常微分方程式（第一至五章）

第二學期：線性代數及向量分析（第六至九章）

第三學期：符立爾級數，偏微分方程式（第十、十一章），數值

值方法（第十九章）

第四學期：複變分析（第十二至十八章）

另一有關工程統計學（每週3～5小時；第二十章）之課程，則可在上列之任一學期中，或以後開授。

單獨一學期課程 此外本書亦適宜作一學期獨立課程，每週三小時之用，例如：

常微分方程式入門（第一、二章）

拉氏變換運算法（第五章）

向量代數及微積分（第六、八章）

矩陣及線性方程式系統（第九章）

符立爾級數及偏微分方程式（第十、十一章）

複變分析（第十二至第十七章）

數值分析（第十九章）

縮短課程 縮短課程時，可予省略之節數，均在每章前面，加以註明。

選擇主題之準則 本書一類之著作，究應包含那些主題？以及此等主題應如何去安排和介紹？

為尋得上述各基本問題之答案起見，我們可追溯工程數學發展之一段歷史，此項發展顯示出如下兩種有趣之事實。

1. 數學在工程科學中日趨重要，且可預測此種情形，將一直繼續下去。此種趨勢之一重要原因，係由於近代工程問題已變成如此複雜，使得我們不可能如以往純靠物理之直覺，或僅憑過去經驗以求得其解答。此種實驗方法，過去對若干問題之解答，相當成功。但當極高速度，極大力量，極高溫度，或其他不正常條件加入時，則無法予以解決而終致失敗。且當各種具有不尋常物理特性之近代新穎材料（如塑膠，合金等）出現後，情況更加嚴重。因此上述之實驗工作，達到費時，費力之驚人複雜程度。此時數學乃可予以協助，以籌劃實驗及其構造，計算出實驗數據，並減少其尋求解答之工作及費用。

2. 過去基於純理論性之原因而發展之數學方法，在工程數學中突然變成十分重要。例如矩陣，保角寫像之理論，以及具有週期性解答之微分方程式之理論等。

以上之發展事實，對工程數學教學方面之反應如何？由於所需求之數學不斷增加，我們應否在課程中，增加更多之主題數目，而致減少每一主題所佔有之時間？或應集中精力，選出若干具有實際重要性之少數重要事物，俾便適於教學訓練，並啓迪學生之數學思想，以發展其本身之創造能力？

六十或八十年以前，無人能預知保角寫像或矩陣，將在工程業務之數學部分，佔據重要之位置。在相似情形下，欲預測何類數學理論，在今後二十或三十年，將對工程應用方面增加其重要性，亦屬極為困難。惟無論將發生的事實如何，具有良好數學訓練基礎之學者，將可適合未來之各種需要，而能利用其所學，以熟習新穎數學方法。

因此工程數學教育最重要之目標，在使學生如何熟習運用數學之思考方法，並認識各項指導原理及觀念之幕後背景。此點較僅學習如何正式運用數學方法，更為重要。學者應認識數學並非搜羅戲法或秘訣，而係建立在較少數基本觀念上的一門具有實際重要性和系統性科學，其中包含有極具效力之各種統一方法。學者尤其應該深切體會運用數學程序於工程問題之必要，而發覺理論和應用間之相互關係，有如樹木和果實間之彼此密切關係一樣。

讀者將可看出應用數學來解答工程問題時，包含三項主要步驟：

1. 將已知物理資料翻譯成數學形式（模型化）(Modeling)如此我們可以得出該物理情況之一種數學翻版模型。此模型可能即為一微分方程式，一組聯立線性方程式，或其他之數學表示式。

2. 將此模型利用數學方法處理之，此即導致已知問題數學形式之解答。

3. 將此數學解答之結果，以物理條件解釋之。

所有以上三步驟似有相等之重要性，而本書在作各種介紹時，主

要在輔助讀者，能充分發揮其完成三項步驟之技術。故有關應用問題之選擇，以具有一般性者為優先。

在若干之討論情形下，常不免依賴各種已知結果，其證明之手續或方法，常超出類似本書水準之範圍。遇有此等情形時，書中均一一加以明顯之註解。因困難之隱瞞，或事物之過度簡化，對從事職業性工作之讀者均無俾益。

以上即係作者對選擇及介紹本書題材之若干指導原則。各項材料之選擇，均曾根據過去及目前之教學及研究經驗，在極為審慎之態度下，作成決定。有時寧可對勸使包含工程數學中之“每一重要事物”之誘惑性建議，拒絕加以考慮。

關於如何方能使各項主題，儘可能作簡單明瞭而準確之介紹方面，作者曾加以特別之努力，其中亦包括註解符號之選擇，每章中水準之深度，逐漸增加，並避免各種艱深理論之跳越及累積。

銘謝 作者對其從前許多老師、同事、和同學，在編著本書時所提供之協助和建議，深致謝意。原稿之若干部分，係以油印形式，先分發給各班同學，再由他們詳細閱後，加註改進建議退還。與許多工程師及數學家口頭或書面之討論，對作者實在有極大之幫助，其中本人願特別提到 S. Bergman, S.L. Campbell, J.T. Cargo, P.L. Chamberé, A. Cronheim, J. Delany, J.W. Dettman, R.G. Helsel, W.N. Huff, E.C. Klipple, V. Komkow, H. Kuhn, G. Lamb, H. B. Mann, I. Marx, W.D. Munroe, H.W. Pu, T. Pado, P. V. Reichelderfer, J.T. Scheick, H.A. Smith, J.P. Spencer, J. Todd, H.J. Weiss, 及 A. Wilansky 等在美國之各位教授，Toronto 之 H. S. M. Coxeter 教授，以及在歐洲之 B. Baule, H. Behnke, H. Florian, H. Graf, F. Hohenberg, K. Klotter, M. Pinl, F. Reutter, C. Schmieden, H. Unger, A. Walther, H. Wielandt 教授等。在此作者僅能表示其誠摯之謝意。

最後，本人應向約翰·衛律和孫氏公司 (John Wiley and Sons

）對其編印此版本書時之有效合作和審慎精神，表示感謝。

許多讀者所提供之寶貴建議，均在編印本版時，予以採納。其他任何對改進本書之意見和批評，將受本人之衷心歡迎。

Erwin Kreyszig

高等工程數學 (上冊)

目 錄

譯 者 序

原 文 序

第一章 首階常微分方程式.....	1
1-1 基本觀念與認識.....	2
1-2 幾何意義、等斜線.....	12
1-3 可分離變數方程式.....	16
1-4 可化為分離變數之方程式.....	32
1-5 恰當微分方程式.....	35
1-6 積分因子.....	39
1-7 線性首階微分方程式.....	42
1-8 參數之變化.....	49
1-9 電路問題.....	53
1-10 曲線族、正交軌線.....	61
1-11 彼卡德疊代法.....	68
1-12 解答之存在性及唯一性.....	72
第二章 線性常微分方程式.....	79
2-1 二階齊性 (或齊次) 線性方程式.....	80
2-2 常係數二階齊性方程式.....	84
2-3 通解、基本解系、初值問題.....	88
2-4 特性方程式的實根、複根、重根.....	94
2-5 微分算子.....	102

2-6	自由振盪	105
2-7	歐西方程式	116
2-8	解答之存在性及唯一性	119
2-9	任意階齊性線性方程式	128
2-10	常係數任意階齊性線性微分方程式	133
2-11	非齊性線性方程式	137
2-12	解非齊性線性方程式之一法	140
2-13	強迫振盪、共振	145
2-14	電路問題	153
2-15	以複數求特解之方法	160
2-16	非齊性方程式之一般解法	164
第三章 微分方程式、相平面、穩定性		169
3-1	微分方程式系統	169
3-2	相平面	176
3-3	臨界點、穩定性	180
第四章 微分方程式之冪級數解、正交函數		191
4-1	冪級數解法	191
4-2	冪級數法的理論基礎	197
4-3	雷建德方程式與多項式	205
4-4	推展的冪級數法、指標方程式	211
4-5	貝索方程式、第一類貝索函數	227
4-6	第二類貝索函數	234
4-7	函數的正交集合	241
4-8	史特姆 - 利奧維爾問題	247
4-9	雷建德多項式與貝索函數之正交性	254

第五章 拉普拉斯變換法	261
5-1 拉普拉斯變換式、反變換式、線性.....	262
5-2 導數及積分之拉氏變換.....	269
5-3 s -軸之移位、 t -軸之移位、單位步階函數.....	279
5-4 變換式之微分與積分.....	288
5-5 旋 捲.....	292
5-6 部分分式法.....	298
5-7 週期性函數、其他應用.....	310
5-8 一些拉氏變換公式表.....	323
第六章 線性代數第一部份：向量	327
6-1 純量和向量.....	328
6-2 向量的分量.....	330
6-3 向量加法、向量乘以純量.....	334
6-4 向量空間、線性相依及獨立.....	338
6-5 內積、點積.....	344
6-6 內積空間.....	352
6-7 向量積（叉積）.....	354
6-8 向量積的分量項.....	356
6-9 純量三乘積、其他連乘積.....	364
第七章 線性代數第二部份：矩陣與行列式	371
7-1 基本觀念.....	372
7-2 矩陣加法、以數字乘矩陣.....	375
7-3 矩陣之轉置、特殊矩陣.....	377
7-4 矩陣乘法.....	383
7-5 線性方程式系統、高斯消去法.....	396

7-6	矩陣之秩	406
7-7	線性方程式系統：解答之存在及一般性質	411
7-8	矩陣的反式	416
7-9	二階與三階行列式	422
7-10	任意階的行列式	430
7-11	以行列式表示之秩、克勞麥法則	444
7-12	雙線性式、二次式、赫米特式、與反赫米特式	453
7-13	特值、特徵向量	459
7-14	赫米特式、反赫米特式、與單元矩陣的特值	465
7-15	線性微分方程式系統	472

第八章 向量微分、向量場 483

8-1	純量場及向量場	483
8-2	向量微積分	488
8-3	曲線	492
8-4	弧長	496
8-5	切線、曲率及撓率	499
8-6	速度與加速度	504
8-7	多變數函數之鏈鎖規則與均值定理	509
8-8	方向導數、純量場的梯度	515
8-9	坐標系與向量分量的變換	524
8-10	向量場的發散	529
8-11	向量場之旋轉	535

第九章 線積分及面積分、積分定理 539

9-1	線積分	539
9-2	線積分的求值	543
9-3	雙重積分	550

9-4	雙重積分改爲線積分的變換	559
9-5	曲 面	566
9-6	切平面、第一基本形式、面積	570
9-7	面積分	579
9-8	三重積分、高斯發散定理	586
9-9	發散定理的結果與應用	592
9-10	史托克定理	600
9-11	史托克定理的結果與應用	604
9-12	與路程無關的線積分	607
第十章 符立爾級數及積分		619
10-1	週期性函數、三角級數	620
10-2	符立爾級數、尤勒公式	623
10-3	任意週期的函數	631
10-4	偶函數及奇函數	635
10-5	半幅展開式	641
10-6	不由積分求符氏係數	646
10-7	強迫振盪	652
10-8	以三角多項式之近似法、平方誤差	657
10-9	符立爾積分	660
附錄一 參考文獻		671
附錄二 單號習題答案		676
附錄三 特殊函數		677
附錄四 數值表		686

1

首階常微分方程式

Ordinary Differential Equations of The First Order

在工程數學範疇中，微分方程式具有其基本重要性。這是因為極多的物理定律與關係，皆可以微分方程式的數學形態來表示之故。本章內將述及各種不同之物理與幾何問題，及如何導致其微分方程式，跟求解此類方程式最為重要的標準方法。因為在解答中通常用到積分法。

本章將特別重視如何由物理情況來推導出其微分方程式。這種由“物理問題”取得其對應“數學模型”之轉移過程叫做模型化 (Modeling)，此點對工程師與物理學家有極大之重要性，另以典型例題，來加以說明。

本書最前面五章，專門討論常微分方程式，而本章則係由此等微分方程式中之最簡單者，即所謂首階方程式者開始。

利用近代計算機來解答微分方程式，便利至極。用來取得首階微分方程式近似解答之數值方法，將包含於 19-7 節內，該節與第十九章內其他各節無關。對於二階微分方程之數值方法，則於 19-8 節加以述及。

研讀本章前之必修課題：積分學。

短期課程可省略之節數：1-8 ~ 1-12 各節。

參考資料：附錄 1，B 部份。

習題答案：附錄 2。