中国石油大学（华东）“十二五”规划教材

基于MATLAB的有限元法与ANSYS应用

周博　薛世峰　编著

科学出版社

中国石油大学（华东）“十二五”规划教材

基于 MATLAB 的有限元法与 ANSYS 应用

周　博　薛世峰　编著

科　学　出　版　社
北　京

内 容 简 介

本书主要阐述有限元法的基本原理、程序设计技术、有限元软件的应用，包括上、下两篇共12章。上篇（第1～7章）为基于MATLAB的有限元法，主要阐述有限元法的基本概念和理论基础、MATLAB的应用基础、杆系结构的有限元法、杆系结构的程序设计、弹性平面问题的有限元法、弹性平面问题的程序设计的内容。下篇（第8～12章）为ANSYS的应用实例，主要阐述静力学分析实例、非线性力学分析实例、接触分析实例、动力学分析实例、屈曲分析实例等。

本书可作为机械工程、土木工程、石油工程、航天工程、船舶与海洋工程、工程力学等理工科专业本科生和研究生的教学用书，还可作为相关领域的工程技术人员和科研工作者学习和实践有限元法的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

基于MATLAB的有限元法与ANSYS应用/周博，薛世峰编著. —北京：科学出版社，2015

中国石油大学（华东）“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-045343-3

Ⅰ. ①基… Ⅱ. ①周… ②薛… Ⅲ. ①有限元分析－应用程序 Ⅳ. ①0241.82

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第188439号

责任编辑：任加林 / 责任校对：马英菊

责任印制：吕春珉 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015年8月第 一 版 开本：720×1000 B5

2015年8月第一次印刷 印张：17

字数：312 000

定价：42.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈新科〉）

销售部电话 010-62142126 编辑部电话 010-62137026（HA18）

前　　言

有限元法是20世纪60年代兴起的一种数值方法。随着计算机技术的快速发展，各种商用有限元软件相继问世，使有限元法成为科学研究、工程设计及结构分析等工作中不可或缺的核心技术，在不同科学与工程领域被广泛利用。科研工作者或工程技术人员如果仅会机械地使用商用有限元软件，而不掌握支撑这些有限元软件的核心技术即有限元法的基本理论及其程序设计方法，则很难高效、正确地完成各种不断出现在科学研究、工程设计、结构分析等不同领域的具体问题。

有限元法的传统教材主要有两大类：一类是只介绍有限元的基本理论，不涉及有限元法的程序设计；另一类是在介绍有限元的基本理论后，给出一些基本问题的有限元计算程，并简单介绍程序的使用方法。教学实践证明上述两类教材，不利于传授有限元法的程序设计技术。而现代科研工作者和工程技术人员，若不具备有限元程序设计能力，是不可能应用有限元法解决各种新出现的科学问题，也很难有效地利用商用有限元软件解决复杂的工程实际问题。

基于上述考虑，我们结合多年的教学和科研经验，编著了这部集有限元法基本理论、程序设计方法、商用软件应用于一体的《基于MATLAB的有限元法与ANSYS应用》，帮助读者有效结合现代计算机技术，更有效地利用有限元法解决各种实际问题。

本书主要特点包括：①内容上不贪多求全，注重有限元法的基本原理、程序设计、商用软件应用的有机结合；②结合现代科学计算语言MATLAB，详细阐述有限元法的程序设计技术，以提高读者的有限元法程序设计能力；③以命令流方式，阐述ANSYS的应用实例，以提高读者利用ANSYS解决具体问题的实战能力；④提供可供下载的包含书中所有的MATLAB源程序和ANSYS命令流的实例文件（请与编辑部联系），以提高读者的学习和引用效率。

由于有限元法理论与技术的博大精深，我们教学和科研经历的有限，书中可能存在疏漏和有待完善之处，恳请广大读者批评指正，我们不胜感激！

作　者

2015年于青岛

目　　录

上篇　基于 MATLAB 的有限元法

下篇　ANSYS 的应用实例

上篇　基于 MATLAB 的有限元法

第 1 章　有限元法理论基础

1.1　有限元法概述

1.1.1　有限元法基本概念

在科学研究和工程设计与分析中，很多问题都可以归结为求偏微分方程的边值特解问题。但对于大多数情况下，由于求解区域或定解边值条件的复杂，很难得到问题的解析解。有限元法（Finite Element Method, FEM）是求解偏微分方程的边值问题的有效数值方法。

有限元法的基本思想是：将连续求解区域离散成有限个求解子域，将每个求解子域内的解表示为该子域上有限个插值点上解的插值函数；对求解子域进行相关的物理分析，得到求解子域内有限个点上的解与边值定解条件的子域关系方程；对整个求解区域进行相关的物理分析、并利用子域方程，得到整个求解区域内所有插值点上的解与边值定解条件的全域关系方程；求解全域关系方程得到整个求解区域内所有插值点上的解；利用求解子域内的插值函数进一步求出每个求解子域内任一点的解。

上述将求解区域划分成有限个求解子域的过程，称为有限元离散过程，离散而成的求解子域称为单元，求解子域上的插值点称为结点，子域关系关系方程成为单元方程，全域关系方程称为总体方程。通常情况下单元方程和总体方程均为代数方程组，由于代数方程组有标准的数值解法，这样就保证了原问题通过有限元离散后能够顺利求解。

有限元法的计算过程可归纳为：①求解区域的离散化，即将连续的求解区域划分成有限个单元；②单元方程的建立，即进行单元的物理分析，得到单元结点解和单元边界定解条件的关系方程；③总体方程的组装，即对整个求解区域进行物理分析、并利用单元方程，得到所有结点解和整个求解区域的边界定解条件的关系方程；④结点解的求解，即求解整体方程，得到求解区域内所有结点上的解；⑤非结点解的计算，即根据实际需要可以通过插值运算，进一步得到各单元内任意非结点处的解。

1.1.2　有限元法发展历史

有限元法的概念可以追溯到 20 世纪 40 年代，1943 年 Courant 第一次在他的论文中，取定义在三角形分片上的连续函数，利用最小势能原理研究了 St. Venant 的扭转问题，是变分有限元的开始。1954～1955 年，Argris 推广和统一了弹性结构的基本能量原理，发展了用于结构分析的矩阵位移法，为有限元法的程序实施奠定了基础。1956 年 Turner 和 Clough 等进一步将矩阵位移法推广到求解平面应力问题，并将机翼类连续结构体划分为三角形和矩形单元的组合，利用单元内近似位移函数求得单元刚度矩阵。1960 年 Clough 在其发表的论文中首次采用了有限元法一词，标志着有限元法成为连续体离散化的一种标准研究方法。

1963～1964 年，Besseling, Melosh, Jones, Gallagher, 汴学鐄等人证明了有限元法是基于变分原理的 Ritz 法的另一种形式，从而使 Ritz 法的所有理论基础都适用于有限元法。此后基于各种变分原理的有限元法得到迅速发展。1965 年，我国数学家冯康发表了基于变分原理的差分格式，Zienkiewicz 和 Cheung 在求解拉普拉斯方程和泊松方程时发现，只要能写成变分形式的所有场问题，都可以采用和固体力学有限元法同样的步骤求解。

1967 年，Zienkiewicz 和 Cheung 出版了第一本关于有限元法的教材。1969 年，Szabo 和 Lee 指出可以用 Galerkin 加权余量法导出有限元列式，1972 年出版了第一本非线性有限元的书籍。此后大批数学家的介入，进一步奠定了有限元法的数学基础，新型单元发展、有限元解的收敛性研究等方面取得了突破性进展。20 世纪 80 年代起，有限元软件的开发与应用开始成为产业，大量的商品化有限元程序开始成功应用，有限元法作为一种实用的数值模拟方法开始获得广泛应用。

1.1.3　有限元法工程应用

有限元法的下述自身特点是其被广泛应用的重要基础。①对于复杂几何构型的适应性：单元在空间上可以适用一维、二维或三维空间，而且每种空间内的单元可以有不同的几何形状，各种单元可以采用不同的连接方式，因此任何复杂的结构都可以有效离散成有限元模型。②对于各种物理问题的适用性：由于用单元内近似函数分片地表示整个求解域的场函数，并未限制场函数所满足的方程形式和各单元所对应的方程必须有相同的形式，因此适用于各种物理场问题。③建立于严格理论基础上的可靠性：有限元法的理论基础变分原理或加权余量法是微分方程和边界条件的等效积分形式，所以只要问题的数学模型正确的，且求解有限元方程的数值算法是稳定可靠的，则随着单元数目的增加有限元解逐渐趋近解析