

地铁列车振源模型及 地表振动响应研究

贾颖绚 ● 著



科学技术文献出版社
SCIENTIFIC AND TECHNICAL DOCUMENTATION PRESS

北京经济管理职业学院资助出版

地铁列车振源模型及 地表振动响应研究

贾颖绚 © 著



科学技术文献出版社
SCIENTIFIC AND TECHNICAL DOCUMENTATION PRESS

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

地铁列车振源模型及地表振动响应研究 / 贾颖绚著. —北京: 科学技术文献出版社, 2016. 3

ISBN 978-7-5189-0811-0

I. ①地… II. ①贾… III. ①地铁动车—列车振动—研究 IV. ①U482.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 264274 号

地铁列车振源模型及地表振动响应研究

策划编辑: 崔灵菲 责任编辑: 王瑞瑞 责任校对: 赵 媛 责任出版: 张志平

出 版 者	科学技术文献出版社
地 址	北京市复兴路15号 邮编 100038
编 务 部	(010) 58882938, 58882087 (传真)
发 行 部	(010) 58882868, 58882874 (传真)
邮 购 部	(010) 58882873
官 方 网 址	www.stdp.com.cn
发 行 者	科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者	北京教图印刷有限公司
版 次	2016年3月第1版 2016年3月第1次印刷
开 本	710×1000 1/16
字 数	185千
印 张	11.5
书 号	ISBN 978-7-5189-0811-0
定 价	38.00元



版权所有 违法必究

购买本社图书, 凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责调换

前 言

列车运行会对周边环境产生振动和噪声污染,包括对居住人群、建筑物、精密仪器、既有线路、古代建筑群等产生影响,随着地铁网络密集度不断增加,列车振动引起的环境问题已成为国内外关注的热点。地铁列车引起的振动是一个车辆-轨道-隧道-地层的整体系统,其中车辆和轨道是激发振动的主要振源,隧道和地层是振动传播的主要介质。各子系统相互作用耦合,使得地铁列车振动问题十分复杂,需要将理论解析、实地测试和数值模拟有效地结合起来,才能取得良好的研究结果。

本书从理论的角度建立了地铁列车振源模型,即基于解析的车辆-轨道耦合系统,该系统考虑整车模型、无限长轨道结构、轨道不平顺、轮轨接触等因素。在车轨耦合的无限长轨道结构中,通过轨枕的周期性,将无穷域的时空积分问题转换为“车轨耦合基本单元”频率域分量的叠加问题,得到了轨道结构任意观察点的动力响应的解析解,并编制了车轨耦合解析模型软件包 TMCVT,整个求解过程都是在解析推导下完成的,各物理量均用矩阵和向量来表示,并且在波数-频率域内进行,方便分析整个系统结构的动力响应的频率特性。

以北京地铁 5 号线宋家庄—刘家窑区段为背景,进行不同线路条件(圆曲线、缓和曲线、直线)、不同扣件型式(DTVI₂扣件、Vanguard扣件)的地表振动现场测试,通过建立隧道—地层系统有限元分析模型,从时域、频域及振动衰减规律多个角度,分析地表的振动响应及传播规律。

根据建立的理论模型和有限元模型,采用正交设计的方法,对振动的各影响因素进行参数分析。以计算得到的解析荷载为激励源,作用在隧道—地层动力有限元数值模型上,分析其地表的振动响应特性及传播规律,研究了不同参数(轨面埋深、扣件型式、行车速度、隧道型式)对地表振动影响的显著性程度。

2 | 地铁列车振源模型及地表振动响应研究

本书基于笔者博士学位论文的基本框架展开研究，书中凝聚着导师刘维宁教授的悉心指导和研究团队的珍贵观点，书中还参考了国内外大量文献和研究成果，在此一并表示感谢。

限于笔者水平，书中难免有疏漏和不足之处，恳请读者批评指正。

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 地铁环境振动传播机制	2
1.2 列车动荷载振源的研究	4
1.3 列车振动对隧道结构与周围环境的影响研究	17
1.4 减振措施	23
1.5 还在发展的研究热点	24
第 2 章 车辆 - 轨道 - 隧道 - 地层系统振动分析方法	26
2.1 车辆 - 轨道耦合系统的振源模型研究理论基础	28
2.1.1 车辆模型	28
2.1.2 轨道模型	31
2.1.3 轨道不平顺	34
2.2 隧道 - 地层系统有限元的计算方法	39
2.2.1 动力分析的基本原理	40
2.2.2 动力响应的计算方法	42
2.2.3 土体模型	45
2.2.4 数值模拟中的几个问题	46
第 3 章 车辆 - 轨道耦合的振源解析模型	55
3.1 车辆 - 轨道耦合的振源解析模型总体思路	56
3.2 车辆系统的动力方程	57
3.3 轨道系统的动力方程	61
3.3.1 轨道结构在移动荷载作用下的解析解	63

2 | 地铁列车振源模型及地表振动响应研究

3.3.2	移动荷载作用下周期支承 Timoshenko 梁的传递函数	69
3.3.3	轨下弹性支撑模型	74
3.3.4	轨道结构位移影响矩阵的形成	76
3.4	车轨耦合关系	80
3.4.1	轨道不平顺	80
3.4.2	轮轨赫兹接触	82
3.5	车轨耦合系统的动力方程	84
3.6	程序实现	88
3.6.1	总体思路	88
3.6.2	TMCVT 系统的程序流程	89
3.6.3	TMCVT 系统的结构	92
3.7	算例分析及模型试验验证	95
3.7.1	算例分析	95
3.7.2	对比验证	100
3.8	轨道振动作用影响的参数分析	101
3.8.1	车辆系统参数对轨道振动作用的影响	102
3.8.2	轨道结构参数对轨道振动作用的影响	103
3.9	本章小结	104
第 4 章	线路条件对地铁列车振动的影响研究	106
4.1	北京地铁 5 号线地面振动测试	107
4.1.1	测试背景	107
4.1.2	测点布置	108
4.1.3	测试仪器	111
4.1.4	测试结果及数据分析	113
4.2	北京地铁 5 号线地面振动计算预测分析	135
4.2.1	数值模型的建立	136
4.2.2	测试结果与预测结果对比分析	139
4.3	本章小结	141
第 5 章	列车振动对环境影响因素的参数分析	143
5.1	模型设计与试验参数选取	143

5.2 分析模型的建立	144
5.2.1 车辆荷载的计算	144
5.2.2 动力有限元模型	146
5.3 模拟结果与分析	150
5.3.1 地表振源正上方的时程及参数显著性分析	150
5.3.2 地表动力响应随距离的变化规律	156
5.4 本章小结	160
第6章 结 论.....	162
参考文献.....	164

第1章 绪 论

目前,各大城市都在大力发展城市轨道交通建设,截至2015年年末,全国27个城市共开通城市轨道交通运营线路长度达3376 km,其中,北京市轨道交通运营线路已由原来的地铁1号线、2号线环线迅速增长为18条运营线路,北京市轨道交通的总里程已达554.69 km。同时,尚有大批线路正在建设和规划中,根据北京市轨道交通发展规划,2050年北京市轨道交通的总里程将达到1053 km。从长远规划来看,这些地下铁道的建设必将为改善我国城市交通环境、缓解城市交通拥挤、减少城市污染起到积极的作用,并进一步推动我国城市的建设和经济发展。

然而,随着地铁网络密集度不断增加,地下铁道运行对环境所产生的振动和噪声的影响成为亟待解决的问题,列车振动引起的环境问题成为国内外关注的热点^[1-7]。

地铁列车运行对周边环境产生的振动和噪声污染包括对周边的居住人群、建筑结构物、精密仪器、既有线路、古代建筑群等。在国外,很早就出现了由于列车的振动和噪声而引起沿线建筑物的破坏和沿线居民对其生活影响投诉的案例^[8-14],在捷克^[8]、比利时安特卫普(Antwerp)^[12,13]、美国纽约(New York)^[14]等地铁附近一些古建筑物均受到列车振动影响。在国内,随着城市轨道交通的迅速发展,地铁引起的环境振动也成为亟待解决的课题,以北京为例:地铁2号线西直门附近居民对列车振动和噪声有强烈感受,并使家具移位、墙体开裂;而4号线穿越北京大学理科试验基地,对其精密仪器产生影响^[7,15,16];北京站到北京西站的地下直径线对临近地铁结构(2号线、4号线、5号线)及周边古建筑(北京明城墙遗址、京奉铁路正阳门老车站旧址、正阳门城楼和箭楼)产生影响^[17,18];地铁5号线在一些未采取减振措施的地段,临近民房由于受到地铁列车的振动影响而出现裂缝延

展、门窗玻璃振裂、屋顶天花板脱落等现象，当地居民对由于列车产生的振动和噪声影响反映强烈。

由此可见，对于振动环境影响问题的解决，是未来轨道交通路网规划实现过程中不可避免的问题，无论是对既有线路振动响应规律的研究还是新线路开通运营后的振动预测，深入开展列车振动机理分析及对周边环境的振动响应规律预测的研究意义深远。

1.1 地铁环境振动传播机制

地下铁道交通引起的环境振动是通过运行车辆对轨道产生冲击作用，再通过隧道结构传递到周围土层，进而激发临近建筑物或构筑物（地面和地下）产生振动，这种振动可能诱发室内结构的二次振动，并产生噪声。结构振动（不论直接或间接）和噪声可能对在其中人员的工作、生活或仪器设备的正常使用等产生影响，对一些处于临界状态的古建筑物结构的安全造成威胁。

地铁列车经由隧道引起的环境振动与列车经过地面线路和桥梁结构所引起的振动有所不同，这种振动是来自于地层深部的移动振源，依赖于隧道结构和地层结构的传播特性，这种振源将列车移动所产生的行进波，与经由轨枕振动所产生的振动波相叠加，经由隧道结构和地层传递到地表，并与在地表所诱发的表面波相叠加后向周围传播。如图 1.1 所示^[19]。

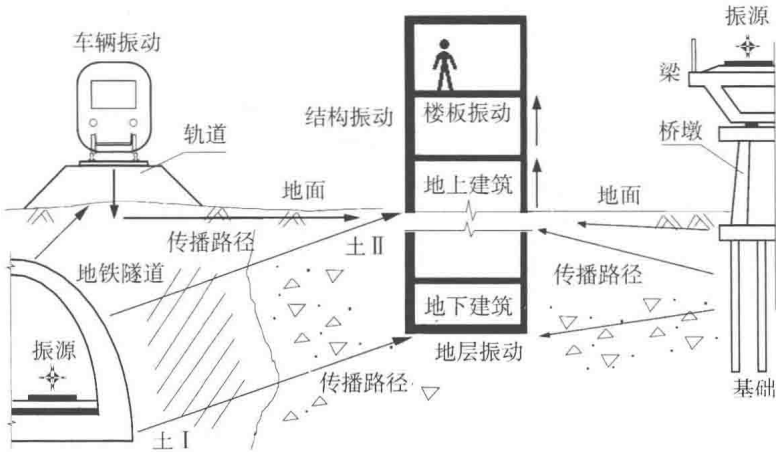


图 1.1 轨道交通系统引起的环境振动

地铁列车移动行进所产生的行进波,在列车到达观察位置之前就已先期到达,这是移动荷载的波前作用所产生的振动,与列车轮轴分布和轨道支承方式无关。其波速与隧道结构和地层的动力特性有关,其波动的强弱随车速度的变化而变化。这种行进波不占主要成分。

地铁列车经由轨枕所产生的振动,经道床结构传递到隧道结构上,再由隧道结构经由地层向周围传播,振动的强弱不仅与隧道结构和地层特性关系密切,还与轨道结构关系密切,也与行车加速度有关。其衰减取决于隧道结构和地层的阻尼特性。研究表明,这是地铁列车振动的主要成分。所以对地铁列车振动特性研究的关注焦点也集中在这里。

列车振动经道床结构传递到隧道结构上,再由隧道结构向周围地层传播,这种振动的传递与隧道结构和地层之间的接触状态也有很大关系。一般来说,隧道结构分预制钢筋混凝土管片结构和现浇钢筋混凝土衬砌结构,两者的纵横向刚度有所不同。但与地层相比,起主导作用的还是地层条件。地层与隧道结构的动态刚度差异决定着列车振动波由隧道传递到地层的频率组成和强弱。

列车振动经由地层传递到地表,大量实测表明,其动应变不超过 10^{-4} ,加速度不超过 $2000\ \mu\text{g}$ 。因此,对其波动响应可作为弹性波来进行分析。振动波在地表演化为瑞利波(Rayleigh wave),在成层地层条件下还会出现乐甫波(Love wave),随着列车的行进以一定的波速向线路两侧传播出去。这种波在离开线路中线一定距离时,出现列车前部的波与列车后部的波相叠加的现象,这是埋置于地层中的地铁列车振动的一种特殊现象,其出现的位置与隧道的埋深和列车速度,以及线路条件有关。

地铁列车振动对人、精密仪器或建筑物本身的影响都是经由建筑结构自身得以体现的。生活、工作在地铁沿线的人员、研究机构试验室、音乐厅、医院等对地铁列车振动的感受是通过建筑结构而发生的。因此,不同形式的建筑结构,包括基础形式、结构形式、结构体量、建筑布局 and 位置都对感受地铁列车振动有重要影响。比如处于相同位置,砖石结构的平房振动远大于带有基础的框架楼层结构。传递到建筑结构上的列车振动,会再次引发楼板、墙壁、门窗等频率响应构件的二次振动并产生固体噪声。由于固体声的低频部分与振动频率可能重叠,所以有时人们很难分辨令人讨厌的振动究竟是振动还是固体噪声。对于历史悠久的砖石古建筑结构,或一些木结构,尤其是高耸的古塔等,列车振动在其连接部位所产生的持续性累加位移,可能

对其结构的完整性造成影响。

人、仪器和古建筑,由于其对于振动的敏感频段和振动描述物理量(位移、速度、加速度)的差异,使得这一问题异常复杂。实际上,不存在一个统一的预测公式和评价标准,也不能简单地用一个时域振级来评价,应当分不同的物理量,在频域内仔细研究地铁列车振动的响应和评价方法。

综上所述,地铁列车振动在传播途径中的影响因素可分为5个子系统:列车、轨道、隧道结构、地层和建筑结构。其中车辆簧下质量直接影响轮轨接触力,是激发振动的主要振源;轨道将振源转化为线状排列的分散定点式振动激励,并将这种振动进一步传递;隧道结构和地层是振动传播的主要介质;建筑结构对列车振动有强化或衰减的作用,这取决于建筑物自身的结构特性。上述5个子系统相互作用、相互耦合,使得地铁列车振动问题异常复杂。单纯依靠理论解析,或实地测试,或室内试验,或经验估计,或数值模拟都难以对地铁列车振动的影响进行评估和预测,必须将多种方法有效地结合起来,才能取得良好的研究结果,而这其中任何一项还都有大量的问题有待解决。

1.2 列车动荷载振源的研究

最早开始涉及列车动荷载振源问题,即车轨动力分析,可追溯到1867年,当时文克勒(Winkler)提出了弹性地基梁理论,这一理论很快被用于轨道建模。1926年,铁木辛柯(Timoshenko)应用弹性地基梁模型首先研究了钢轨的动应力问题^[20],这便是今天广泛采用的经典方法。自1943年Dorr提出应建立更好的轨道模型以适应列车运行速度的增长,直到20世纪50年代很少见到应用新的模型解决轨道实际问题的成果。20世纪50年代,原苏联的沙湖年慈等对轨道不平顺引起的轮轨动荷载做了不少理论计算和试验研究,并将随机理论引入轮轨相互作用分析,但所用分析模型并无本质变化。人们开始关心移动荷载(车辆)在梁(钢轨)上的动力学稳定性问题。20世纪70年代初,英国Derby铁路技术研究中心开展的轨道接头处轮轨动作用力试验与理论研究^[21,22],标志着车辆与轨道相互作用研究进入了新时代。英国铁路为防止和整治轨道接头区病害,率先进行了车辆通过轨道低接头的轮轨动力试验,并由此定义了轮轨

冲击作用过程中客观存在的两种特殊类型的作用力——高频冲击力 P_1 和中低频响应力 P_2 ，同时由 Lyon^[21] 和 Jenkins^[22] 等建立了轮轨动力作用分析的基本模型，并首次研究了车辆与轨道基本参数（簧下质量和轨道刚度等）对轮轨动作用力的影响。这一基本模型将轨道描述成连续弹性基础支承的欧拉梁，将车辆简化为簧下质量，并考虑梁一系列悬挂特性，轮轨接触采用 Hertz 非线性弹簧模型。1979 年，Newton^[23] 等为研究车轮踏面擦伤对轨道的动力作用，又进行了一次轨道动力测试，对模型进行了局部改进，以 Timoshenko 梁计算钢轨的动态应力，从而使计算所得钢轨剪应变参数能直接同现场实测参量相比较，理论与试验取得了较好的一致性。1982 年，Clark^[24] 等为研究车轮在波浪型磨耗钢轨上行驶的动态效应，采用了弹性点支承连续梁模拟轨道，并单独考虑了轨枕振动的影响，使模拟更趋于实际。

日本学者 Sato^[25] 对轮轨动力分析做了大量有价值的工作。他们曾经采用集总参数模型和连续弹性基础梁模型研究了轨道的动力效应，其中比较有代表性的是所谓“半车-轨道”集总参数模型，为模拟新干线板式轨道，日本学者还提出了双层连续弹性基础上无限长梁模型。美国的 Ahlbeck^[26] 等也曾经提出了一个与 Sato 模型相仿的“半车-轨道”集总参数模型，所不同的是轨道部分增加了一个基础参振质量，并且考虑了钢轨接头因轮轨冲击变形而引起的刚度削弱影响。近年来，加拿大 Cai^[27] 等为研究车辆与轨道相互作用问题，采用了“转向架-轨道”分布参数模型，轨道为二层离散支承连续梁，并分别用此模型分析了车辆擦伤引起的轮轨冲击作用问题。

国内，吴章江等^[28] 采用最简单的轮轨集总参数模型，计算了轨道低接头处轮轨冲击力；李定清^[29] 给出了 Derby 基本模型的有限元分析列式，并考虑了接头区接头夹板的作用；许实儒^[30] 采用连续弹性地基上的 Timoshenko 梁进行了钢轨接头处轮轨冲击力的模拟分析；王澜^[31] 采用较细致的轨道模型研究了轨道结构本身的随机振动；刘维宁^[2,32] 等在采用单自由度体系的车轨模型并结合现场测试，研究了车轨相互作用；夏禾^[33,34] 等采用有限元法建立车轨耦合模型，计算得到作用基床上的荷载力，这一模型最初应用与桥梁结构，取得了很好的效果，现已广泛应用；翟婉明^[35-38] 等建立了客、货车整车-轨道垂向、横向相互作用等详细分析模型，并应用于高速、重载铁路及提速线路轮轨动力作用分析研究。

由以上的研究过程可知,列车引起的环境振动的振源系统是由运行列车和轨道结构组成的,所以振源问题实质就是车辆-轨道的相互作用问题,即轮轨动力分析问题,而在分析振源模型,求解列车轨道耦合系统基本方程时,应该分解为上部列车子系统和下部轨道子系统,以及两个子系统间通过轮轨相互作用力的耦合关系。

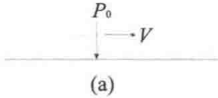
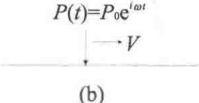
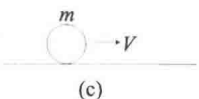
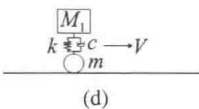
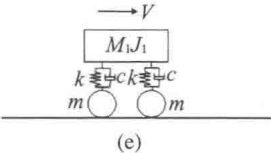
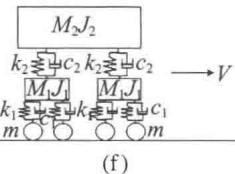
(1) 列车模型

列车由机车和若干节客、货列车组合而成,每节列车又是由车厢体,转向架、轮对及弹簧-阻尼悬挂装置等组成的多自由度振动体系。长期以来,在轮轨动力分析模型中,人们较多注重于轨道结构的详细描述,而对车辆部分考虑较少。事实上,车辆与轨道的耦合作用对轮轨动力效应影响显著。对车辆模型的各种简化,虽能大大地简化分析计算工作量,但难免会导致不同程度的分析误差。分析结果表明^[35]:在轨道弹性良好的情况下,临轮对本位轮处轨道位移的影响较大(约37%),各轮对经由钢轨波传递而引起的相互动力作用在200 Hz的强迫振动频率附近显得十分明显。因此,将车辆简化成单轮对模型是不甚合理的。导致计算误差的原因主要是:轮对与轨道的动力作用经由车辆(构架及车体)和轨道(钢轨)两种途径向相邻轮对处传递,引起相互耦合叠加所致。由于轨道定点激振传播影响最为强烈的区域是激振点前后各三跨轨枕范围,这一距离正好接近于转向架的固定轴距,考虑同一转向架二轮对耦合影响后,计算偏差得到明显降低,这也是“半车”(转向架)模型优于单轮对模型原因之所在。当轨面存在连续正弦型不平顺时,整车四轮将同时受到激扰,并引起各自动力作用,这些动力作用又会互相传播、叠加,而单轮对模型(或半车模型)不能反映(或不能充分反映)这种耦合作用,所以计算结果与整车轨道模型差别很大。

所以,列车模型经过了早期的简化,到逐渐完善的过程,文献[28-38]给出了列车荷载模型的研究进程,表1.1为列车轨道相互作用分析中列车模型的发展过程。

表1.1中,第Ⅰ类列车模型(a)、(b)将力考虑为单点的移动荷载;第Ⅱ类列车模型(c)考虑移动的车轮质量,并产生轮轨间相互作用问题;第Ⅲ类列车模型(d)、(e)将车辆简化为一系结构;第Ⅳ类列车模型(f)考虑车辆实际的二系结构,是较为完善的列车模型。

表 1.1 列车模型的发展

第 I 类 列车 模型	 (a)	(a) 是最早的模型, 将上部激励考虑为移动的常力荷载
	 (b)	(b) 考虑了力的变化, 如谐振力或冲击力等荷载
第 II 类 列车 模型	 (c)	(c) 将列车荷载考虑为移动的质量
第 III 类 列车 模型	 (d)	(d) 用弹簧和阻尼器将簧上和簧下质量联系在一起, 可以同时考虑 2 个质量的惯性力及其相互作用
	 (e)	(e) 为比较现代的模型, 簧上质量同时考虑了平动和转动 2 个惯性力, 可以较好地模拟 1 个二轴车或转向架的垂向振动
第 IV 类 列车 模型	 (f)	(f) 是车辆 - 轨道组成的多自由度振动系统, 不仅对列车的车体、转向架和轮对的振动都进行了分析, 还通过轮轨接触弹簧将列车模型和轨道模型连接起来, 体现列车轨道的动力相互作用

(2) 轨道模型

轨道由钢轨、轨枕、扣件、道床等主要部件组成, 直接承受由列车轮对传来的动静荷载, 并将其传递分布给地基。

轨道有不同的类型, 如有砟轨道、无砟轨道、有路堤轨道、无路堤轨道、浮置板式轨道等, 在地铁隧道中常用整体式无砟轨道。轨道模型主要有以下几种不同的划分。

1) 不同的钢轨模型

对于钢轨, 一般采用欧拉 (Euler) 梁或铁木辛柯 (Timoshenko) 梁来

建模。Euler 梁不考虑梁的剪切刚度和转动惯性矩，而更复杂的 Timoshenko 梁理论考虑了这两个因素，可以更加全面地考虑波在梁中的传播问题。建模时选择哪种梁模型是由要解决问题的侧重点来决定的。通常，重点考察轨道结构的动力特性时选择 Timoshenko 梁，而计算重点为地面和附近建筑物的振动时多选择 Euler 梁。

2) 不同的支承模型

根据支承形式不同，有连续支承弹性梁模型与离散支承弹性梁模型，其中连续支承弹性梁模型与离散支承弹性梁模型的不同在于前者将轨下基础作为均匀分布的整体地基，地基符合 Winkler 假设；而后者则把轨下结构描述成为一系列按轨枕间距相隔的离散弹性-阻尼点支承体系。很显然，前者反映的是轨道系统的最基本的特征，而且是总体上的效果；而后者还可以进一步描述各个轨枕支承点的局部影响（如轨枕质量对振动的影响），能够更客观地反映“钢轨是靠各个轨枕沿纵向支承于道床和路基”的事实。不仅如此，弹性点支承梁模型可以较为方便地考虑轨道系统参数沿纵向非均匀分布的情形。

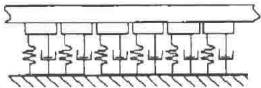
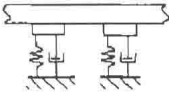
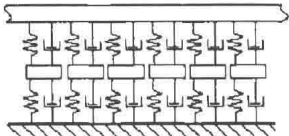
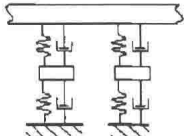
在离散点支承模型中，轨道层次有单层点支承梁模型与多层点支承梁模型，由于轨下基础各组成部件（轨枕、垫层、道床、基础）在实现轨道功能中所起的作用各不相同，它们对轨枕动力作用的影响也互不一致，因此只有将它们分开考虑，模型才更符合实际。从动力作用的模拟分析角度来看，只有将钢轨、轨枕、道床及基础分开考虑，才能获得各自的振动响应，也才能较为全面地了解轨道结构的振动规律。

在轨道系统中，轨枕在力的传递方面起着很重要的作用。轨枕把作用在轨道上的列车移动荷载转化成位置固定的垂向振动荷载，从数学角度看，是把荷载从一个对时间-位置变化的函数变换成只是时间的函数。另外，轨枕对于钢轨是离散的支承，对于地面而言是空间离散分布的系列荷载。轨枕的这两个特性在轨道和地基的振动中必须考虑。轨枕支承的轨道运动可以简化为多点离散支承的欧拉梁在移动荷载作用下的振动，其中考虑了轨枕垫片的存在，其作用可用一个弹簧和一个阻尼器来替代。

表 1.2 是常用的几种轨道结构模型^[39-41]，它们的主要区别：一是钢轨下的结构层数。一次梁（单层）轨道模型认为钢轨和轨枕间是紧密接触的，二次梁（双层）轨道模型认为钢轨和轨枕间具有相互作用，并通过弹簧-阻尼器来模拟，还有一种三层轨道模型又增加了对道床的细化考虑使模型更

为复杂；二是轨枕对钢轨的支承是连续支承还是离散支承。由于轨枕离散支承模型中考虑了轨枕的间隔，更能反映钢轨下轨枕分布和由于轨枕间距造成的列车通过频率，所以离散支承模型在各项研究中使用的比较多。连续支承模型忽略了轨枕间距，沿轨道方向将离散支承模糊化，把轨枕模拟为具有分布质量和刚度的刚体或长梁。

表 1.2 常用轨道模型

轨道模型	连续支承	离散支承
一次梁模型		
二次梁模型		

3) 有限及无限轨道结构

轨道模型可分为有限长度及无限长度，模型的结构形式与求解方法密切相关。实际的轨道是无限长的，但为了计算方便，它经常被模拟成有限长结构。有限长的轨道结构在建模时往往会遇到比较棘手的边界问题，而边界处理方式则会对计算结果产生较大影响。通常，在时域内对轨道结构进行求解时选用有限长结构，尤其是考虑非线性问题时；而在频域内求解时多选用无限长结构。图 1.2 为文献[42-48]所考虑的 8 种轨道结构形式，该模型为无限长结构并在频域内求解。图 1.4 为文献[5]所考虑的轨道结构形式，该模型为有限长结构并在时域内求解。

有时为了简化模型，会将轨枕和道床的影响作用包括在钢轨中，合称为轨道。再考虑地基对轨道的支承作用，根据 Winkler 地基的假设，使得半无限地基介质可以简化成弹簧的连续支承。如果考虑了地基中的黏弹性效果，也就是在模型中加上阻尼器，这时的地基模型便被称为 Kelvin 模型^[49]。

Bogaez (1983)^[50]分析了在一个指定区间中移动的等强度分布荷载作用下轨道的振动问题，考虑了多种不同轨道模型，其中包括考虑了剪切刚度和转动惯性矩的 Timoshenko 梁理论和不考虑这两者作用的欧拉梁模型，并且