

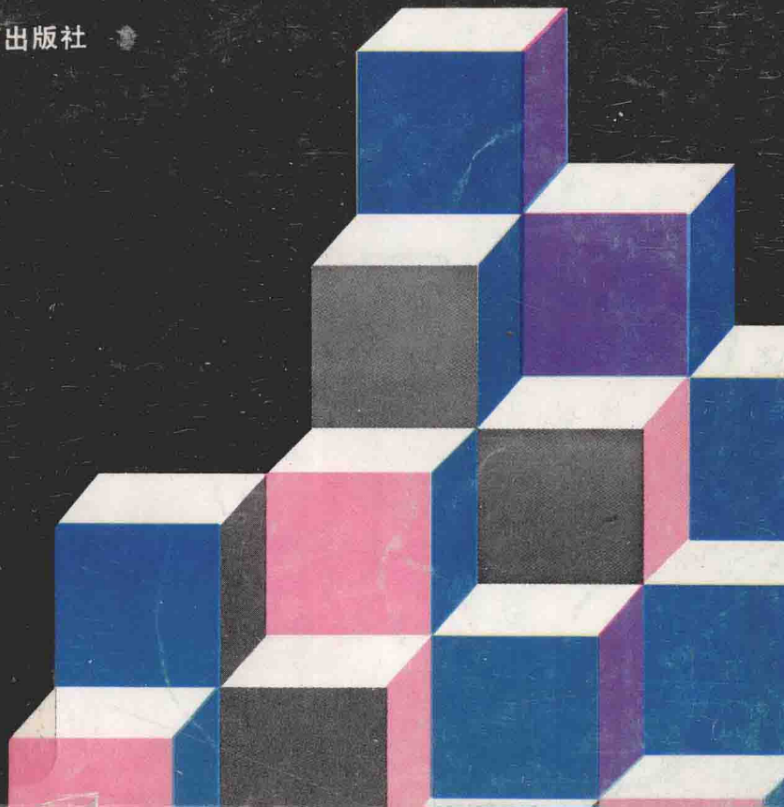
自学提高丛书

初中代数

(第二册)

CHUZHONG DAISHU

上海教育出版社



初中代数

(第二册)

钟永年 杭庆勋编

上海教育出版社

自学提高丛书

初中代数

(第二册)

钟永年 杭庆勋 编

上海教育出版社出版发行

(上海永福路123号)

各地新华书店经销 上海市印刷六厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9.75 字数 200,000

1996年2月第1版 1996年2月第1次印刷

印数 1—10,400本

ISBN 7-5320-3895-5/G·3805 定价:8.70元

前 言

编写《自学提高丛书》有两个目的。一是想通过本丛书使一批对自然科学有兴趣的、学有余力的学生适当提高理科的水平。现代社会需要不同专长、不同层次和不同规格的人才，一个人的兴趣、爱好和特长也是不一样的。因此，教育必须贯彻因材施教的原则，为学生提供不同层次的课外读物。二是想通过本丛书提高中学生的自学能力，因为自学能力是一个人适应未来信息社会生活所必需的一种终生受用的综合能力。

基于上述两个目的，本丛书的编写有如下一些特点。一是可读性。力求通俗易懂、生动活泼，使学生爱读、会读；详略适度、坡度适当，突出重点、难点，以弥补教材之不足，能无师自通。二是系统性。为便于自学，注意知识之间的逻辑结构和相互关系，避免重复和脱节；注意培养学生分析、综合、比较、归纳等整理知识的能力。三是提高性。本书对象为中上水平的学生，根据提高学习兴趣、提高学习能力的需要，适当拓宽和提高对某些知识的要求。四是兼容性。本丛书充分兼顾到各套教材的要求和内容，就高不就低，以扩大它的适应性；本丛书也充分吸收各种教学经验，注意学法的传授、技能的训练和能力的培养，使课内与课外相互配合，相互促进。

《自学提高丛书》包括数学、物理、化学和计算机，分为初中版与高中版。读者从自己的实际出发，可以按顺序系统地自

学,也可以有选择地自学;可以配合课堂教学同步学,也可以提前自学,或在课堂教学之后再学。

虽然本书编者都是有丰富教学经验的特级教师或中学高级教师,但不足或欠妥之处在所难免,祈望读者能批评指正。

孙元清

1994年3月于上海

《自学提高丛书》编委会

主 编：孙元清 陈 和

副主编：包南麟 许象国

编 委：孙元清(兼化学主编) 陈和 许象国 包南麟
唐盛昌(兼数学主编) 吴孟明(兼物理主编)
汪奕华(兼计算机主编) 陆如俊

自学提高丛书

主 编：唐盛昌

副主编：顾鸿达 杨安澜 蔡武冈

说 明

随着教育的不断深入,一个大纲、多本教材的局面已经出现.提高自学能力这个各类新编教材都提出的要求,也已成为广大学生的共同心声,学习人民教育出版社(以下简称人教社)新编教材的学生,希望有一本能帮助他们系统地提高自学能力,并且可望领略一点别种教材风貌的参考读物.学习其他教材的学生,则希望有一套指导丛书,能帮助他们通过自学,了解与学习人教社新编教材的基本内容.本丛书正是根据广大学员的这一要求而编写的.

我们以国家教委制订的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用)》为主线;着眼于中等学习水平以上的学生,强调重点,突破难点,发展技能,拓宽视野,以满足广大学员自修提高的需要.

本书的内容,以人教社新编教材为基础,适度地吸取了各地,特别是上海新编教材的精华,结合编写者的教学经验,着重在知识的发生与发展,有关技能、技巧的形成与熟练,教材内容的适当拓广与加深等几个方面展开.在内容的编排上,特别注意做到详略适度,坡度恰当,使本书既不同于教材,又有利于学好教材.在书写行文时,特别注意可读性、趣味性与知识性的有机结合.在习题配置方面,根据本书内容与要求,合理确定了形成性、巩固性、技巧性与发展性等不同类型习题的份量和比例,并适度介绍了一些国外常见的开放性习题.

本丛书的初中数学,可供初中学生及同等程度的自学者使用,也可供初中数学教师教学时参考。

这几册书的主要编写者,虽然大多是特级教师,编写者也都有丰富的教学经验,并对所撰写部分的内容有过专门的研究,但难免有欠妥之处。我们恳切希望读者能提出宝贵意见,帮助作者进一步完善本书。

唐盛昌

1994年2月

目 录

第八章 因式分解	1
一 因式分解	1
8.1 因式分解的意义	1
二 因式分解的方法	1
8.2 提公因式法	1
8.3 运用公式法	8
8.4 分组分解法	23
8.5 用观察法和十字相乘法分解因式	29
8.6 因式分解的其他一些方法	40
8.7 因式分解的一些运用	48
第九章 分式	59
一 分式及其基本性质	59
9.1 分式	59
9.2 分式的基本性质	63
9.3 分式的符号变化	67
二 分式的运算	72
9.4 约分	72
9.5 分式的乘除法	75

9.6	分式的乘方	77
9.7	通分	82
9.8	同分母的分式加减法	86
9.9	异分母的分式加减法	89
9.10	分式混合运算	94
9.11	繁分式的化简	96
9.12	分式运算的综合应用	99
三	比例	108
9.13	比例	108
9.14	比例的基本性质	110
9.15	合比性质与等比性质	114
四	含有字母系数的一元一次方程	120
9.16	含有字母系数的一元一次方程	120
9.17	公式变形	123
五	可化为一元一次方程的分式方程及其应用	126
9.18	可化为一元一次方程的分式方程	126
9.19	分式方程的应用	136
第十章	数的开方	153
一	平方根	153
10.1	平方根的意义	153
10.2	算术平方根	158
10.3	完全平方数	164
10.4	平方根表	167
二	立方根	173
10.5	立方根的意义	173
10.6	n 次方根	179
10.7	立方根表	181

三 实 数	185
10.8 无理数	185
10.9 实数	189
四 笔算开平方	194
10.10 正数开平方	194
10.11 多项式开平方	199
第十一章 二次根式	208
一 二次根式	208
11.1 二次根式的意义	208
二 二次根式的运算	212
11.2 二次根式的乘法	212
11.3 二次根式的除法	217
11.4 最简二次根式和同类二次根式	224
11.5 二次根式的加减法	232
11.6 二次根式的混合运算	236
11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	248
附录 习题、复习题答案或提示	269

第八章 因式分解

一 因式分解

8.1 因式分解的意义

在小学算术里学习分数时,为了要进行约分和通分,常常要把整数进行因数分解,例如,把24分解成 $2 \times 2 \times 2 \times 3$,把36分解成 $2 \times 2 \times 3 \times 3$.

同样,在代数里学习分式时,也常常要进行约分和通分,因此,也常要把一个多项式化成几个整式的积.

把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做把这个多项式**因式分解**,也可以叫做把这个多项式**分解因式**.

因式分解和乘法正好相反.例如,从 $(x+a)(x-a)$ 求得 $x^2 - a^2$ 是多项式的乘法;反过来,从 $x^2 - a^2$ 求得 $(x+a) \cdot (x-a)$ 就是因式分解.

本章要学习多项式因式分解的几种基本方法.

二 因式分解的方法

8.2 提公因式法

多项式中各项都含有的相同的因式,叫做这个多项式各项的**公因式**.公因式可以是数字、单项式,也可以是多项式.

例如,在多项式 $4a+6b-12c$ 中,2 是各项都含有的相同的因式,所以 2 是这个多项式各项的公因式;多项式 $ax-ay+az$ 各项的公因式是 a ;多项式 $m(a+b)-n(a+b)$ 各项的公因式是 $a+b$.

反过来运用乘法对加法的分配律,可以将上述各多项式分别写成

$$4a+6b-12c=2(2a+3b-6c);$$

$$ax-ay+az=a(x-y+z);$$

$$m(a+b)-n(a+b)=(a+b)(m-n).$$

这就是说,可以把多项式各项的公因式提出来作为多项式的一个因式,多项式各项中提出公因式后的式子放在括号里,作为另一个因式,这样就可把这个多项式写成两个因式的积.这种分解因式的方法叫做提公因式法.

例 1 把下列各多项式因式分解:

$$(1) 6a^6b^3-4a^2b^2c; \quad (2) \frac{8}{27}x^3y^2-\frac{4}{9}x^2y^3;$$

$$(3) -2x^2y-3xy^2+xy; \quad (4) x^n-2x^{n-1}+3x^{n-2}.$$

$$\text{解} \quad (1) 6a^6b^3-4a^2b^2c=2a^2b^2 \cdot 3a^4b-2a^2b^2 \cdot 2c \\ =2a^2b^2(3a^4b-2c).$$

$$(2) \frac{8}{27}x^3y^2-\frac{4}{9}x^2y^3=\frac{4}{27}x^2y^2 \cdot 2x-\frac{4}{27}x^2y^2 \cdot 3y \\ =\frac{4}{27}x^2y^2(2x-3y).$$

$$(3) -2x^2y-3xy^2+xy=-(2x^2y+3xy^2-xy) \\ =-(xy \cdot 2x+xy \cdot 3y-xy \cdot 1) \\ =-xy(2x+3y-1).$$

$$(4) x^n-2x^{n-1}+3x^{n-2}=x^{n-2} \cdot x^2-x^{n-2} \cdot 2x+x^{n-2} \cdot 3 \\ =x^{n-2}(x^2-2x+3).$$

说明：用提公因式法分解因式时，要注意下列各点：

(1) 公因式的系数是各项系数(整数)的最大公约数；字母取各项内均有的相同的字母，各字母的指数取次数最低的。例如，第(1)小题中不能只把 $2ab$ 、 $2a^2$ 或 $2b^2$ 当作各项的公因式提出来。

(2) 开始学习时，应先将多项式中的每一项写成公因式与另一因式的乘积，熟练后，这一步可省略。另一因式可以通过多项式中的各项除以公因式得到。例如，第(1)小题中括号内的各项就是

$$\frac{6a^6b^3}{2a^2b^2} = 3a^4b, \quad \frac{-4a^2b^2c}{2a^2b^2} = -2c.$$

(3) 当多项式各项系数是分数时，如第(2)小题，一般应在提出公因式后使括号内各项系数成为互质的整数。

(4) 当多项式的首项系数是负数时，如第(3)小题，提出的公因式应带有负号，这时括号内各项的符号都要变号。

(5) 当公因式与多项式中的某一项相同或仅符号不同时，括号内的相应项应该是 1 或 -1。要防止出现这样的错误：

$$-2x^2y - 3xy^2 + xy = -xy(2x + 3y).$$

提出公因式后，括号内的多项式的项数应该和原多项式的项数相同。

(6) 当指数是字母时，要认清次数最低的指数。

例 2 把下列各式分解因式：

(1) $6m^2n(3m-2n) + 4mn^2(2n-3m)$ ；

(2) $(2a+3b)^2 - b(2a+3b)$ 。

解 (1) $6m^2n(3m-2n) + 4mn^2(2n-3m)$
 $= 6m^2n(3m-2n) - 4mn^2(3m-2n)$

$$= 2mn(3m-2n)(3m-2n)$$

$$= 2mn(3m-2n)^2.$$

$$(2) (2a+3b)^2 - b(2a+3b)$$

$$= (2a+3b)(2a+3b-b)$$

$$= (2a+3b)(2a+2b)$$

$$= 2(2a+3b)(a+b).$$

说明：(1) 因式分解中若出现相同因式的乘积，结果应写成幂的形式。

(2) 提出公因式后，括号内的多项式应该化简整理，若有公因式，应继续提取出来。

例3 把 $12(x-y)^2 - 6(y-x)^3$ 分解因式。

解一 $12(x-y)^2 - 6(y-x)^3$

$$= 12(y-x)^2 - 6(y-x)^3$$

$$= 6(y-x)^2[2 - (y-x)]$$

$$= 6(y-x)^2(x-y+2).$$

解二 $12(x-y)^2 - 6(y-x)^3$

$$= 12(x-y)^2 + 6(x-y)^3$$

$$= 6(x-y)^2[2 + (x-y)]$$

$$= 6(x-y)^2(x-y+2).$$

说明：在提出公因式时，经常要用到“两相反数偶次方相等，奇次方仍为相反数”这个结论，比如

$$y-x = -(x-y),$$

$$(y-x)^2 = (x-y)^2,$$

$$(y-x)^3 = -(x-y)^3.$$

初学者要防止在符号上犯如下的错误：

$$(y-x)^2 = -(x-y)^2 \text{ 和 } (y-x)^3 = (x-y)^3.$$

练习

1. 选择题:

将多项式 $15x^2y^3 - 25x^3y^2$ 因式分解, 正确的结果是

()

- (A) $xy(15xy^2 - 25x^2y)$; (B) $x^2y(15y^2 - 25xy)$;
(C) $x^2y^2(15y - 25x)$; (D) $5x^2y^2(3y - 5x)$.

2. 填空题:

- (1) $x^2 - 3x = x(\quad)$;
(2) $-14x^2y - 21xy^2 = -7xy(\quad)$;
(3) $\pi d_1 - \pi d_2 = \quad (d_1 - d_2)$;
(4) $5a^2 - 10a^3 = 5a^2(\quad)$.

3. 把下列各式分解因式:

- (1) $abc - bcd$; (2) $-a^2 + ab$;
(3) $4y^6 - 6y^2$; (4) $\frac{4}{3}x^2 - 2xy$;
(5) $0.8a^2 - 0.6ab$;
(6) $9m^2n - 18mn^2 - 3mn$;
(7) $3y^{n-1} - 6y^{n-2} - 9y^{n-3}$;
(8) $-10ax^4y^2 + 15bx^3y^2 + 25cx^3y^2$.

4. 判断题:(对的在括号内填“√”, 错的填“×”)

- (1) $x - y = -x + y$; ()
(2) $x - y = -(x + y)$; ()
(3) $-x - y = x + y$; ()
(4) $-x - y = -(x + y)$; ()
(5) $b - a = a - b$; ()