



高等学校理工类学习辅导丛书

力学教学·学习辅导系列

教学 学习 考研

结构力学

学习指导

(第2版)



龙驭球、包世华、袁驷主编《结构力学I——基本教程》(第3版)
《结构力学II——专题教程》(第3版)

雷钟和 主编

雷钟和 龙志飞 编

高等教育出版社



高等学校理工类学习辅导丛书

力学教学·学习辅导系列

教学 学习 考研

结构力学 学习指导 (第2版)

JIEGOU LIXUE XUEXI ZHIDAO

雷钟和 主编

雷钟和 龙志飞 编

龙驭球、包世华、袁驷主编《结构力学I——基本教程》(第3版)
《结构力学II——专题教程》(第3版)

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是学习结构力学课程的辅导用书，主要为配合龙驭球、包世华、袁驷主编的《结构力学 I——基本教程》（第3版）和《结构力学 II——专题教程》（第3版）（“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材）的教学而编写。

本书旨在帮助读者掌握结构力学的基本内容，抓住重点，搞清难点；针对各章特点掌握学习方法，并了解各部分相关内容之间的有机联系，使学习更具启发性和条理性；学会思考问题的方法和解题方法，提高分析问题和解决问题的能力。

书中每章分为四部分：基本内容与学习要求，解题方法与例题分析，思考与讨论，自测题。各章例题和习题力求典型性和多样化，既保证基本训练，又有一定的提高。思考与讨论对一些具有一定深度的思考题进行了讨论与分析。自测题可帮助读者在复习、练习与小结的基础上检测学习效果，并在附录中给出了自测题的提示与答案。附录中亦对主教材中部分使用结构力学求解器的习题给出了解答。最后提供了几份结构力学期末考试模拟试卷及硕士研究生入学考试模拟试卷供读者参考。

本书可与主教材配套使用，同时也是一本独立的学习辅导书，也可供自学读者及工程技术人员使用。

图书在版编目（CIP）数据

结构力学学习指导 / 雷钟和主编；雷钟和，龙志飞编。—2 版。—北京：高等教育出版社，2015.8
(高等学校理工类学习辅导丛书·力学教学·学习辅导系列)

ISBN 978-7-04-043403-3

I. ①结… II. ①雷… ②龙… III. ①结构力学—高等学校—教学参考资料 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 169488 号

策划编辑 水渊
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 水渊
责任校对 殷然

封面设计 李卫青
责任印制 朱学忠

版式设计 杜微言

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 高教社(天津)印务有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 36
字 数 660千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2009年1月第1版
2015年8月第2版
印 次 2015年8月第1次印刷
定 价 52.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 43403-00

第2版前言

本书配套的主教材《结构力学 I——基本教程》(第3版)、《结构力学 II——专题教程》(第3版)已于2012年8月出版。为配合主教材的修订,本书内容也相应进行了修订。根据主教材的修订情况和读者的反映,本书的修订思路是:保留原版的基本内容和基本训练方法,重点仍放在与主教材的基本教程相配合,适当延伸到专题教程部分,并补充了若干有助于教学的内容,删减了一些非基本要求的部分。对应于主教材中某些提法的修改,本书也作了相应修改。对本书第1版中的错漏与不妥之处也进行了勘正。

在新版主教材中,结构力学求解器作了如下改动:

1. 将求解器的讲解、习题等移到主教材的附带光盘中。
2. 增加了用求解器计算截面单杆、计算超静定结构包络图等内容。

本书按照上述的相应改动更新了对应习题的答案,并对求解器中的各种概念和使用经验进行了一些总结,希望读者通过使用求解器能深入理解结构的特点,为使用大型计算分析软件打下基础。

本书请东南大学单建教授审阅,审阅者细心审读,提出了许多宝贵的意见,特此表示感谢。欢迎读者对本书不足之处提出指正。

编 者
2014年秋

第1版前言

本书是学习结构力学课程的辅导用书,是“高等教育百门精品课程教材建设计划”中的一个立项项目。全书按照教育部高等学校非力学类专业力学基础课程教学指导分委员会通过的“结构力学课程教学基本要求”编写而成,主要为配合龙驭球、包世华主编的《结构力学教程》(I, II)(以下称为主教材)的教学而编写。

本书旨在帮助读者掌握结构力学的基本内容,抓住重点,分清难点;针对各章特点掌握学习方法和解题方法;在学习基本理论的基础上扩展知识面,启发读者自主学习的积极性,从而提高分析、综合和创新的能力。

全书每章分为四部分:(1)归纳基本内容,明确学习要求和重点,对学习方法作出提示;(2)每章有例题,讨论解题思路、方法与技巧,指出容易出现的错误;(3)对主教材中一些具有一定深度和难度的部分思考题进行讨论与分析,帮助读者深入思考;(4)自测题与解答,有些自测题读者应闭卷独立完成,以检验学习效果。

各章例题和习题力求具有典型性和多样化,既保证基本训练,又有一定的深入和提高。书中有“*”者为选学内容。

在附录中,提供了大学本科生考试模拟试卷和硕士研究生入学考试模拟试卷及解答,以供参考。

本书由清华大学雷钟和教授主编,并编写了第1~4、6~9、12、13章;中国矿业大学龙志飞教授编写了第5、10、11章。

本书由西安建筑科技大学刘铮教授审阅,在审阅中提出了许多宝贵意见,在此表示衷心的感谢。

本书可与主教材配合使用,同时也是一本独立的学习辅导书,也可供青年教师、自学者及有关工程技术人员参考。

欢迎读者对本书的不足之处提出批评指正。

编 者
2004年秋

目录

| | |
|-----------------------|-----|
| 第 1 章 体系的几何构造分析 | 1 |
| §1-1 基本内容与学习要求 | 1 |
| §1-2 解题方法与例题分析 | 7 |
| §1-3 思考与讨论 | 14 |
| §1-4 自测题 | 22 |
| 第 2 章 静定结构的受力分析 | 25 |
| §2-1 基本内容与学习要求 | 25 |
| §2-2 解题方法与例题分析 | 34 |
| §2-3 思考与讨论 | 54 |
| §2-4 自测题 | 61 |
| 第 3 章 静定结构总论 | 71 |
| §3-1 基本内容与学习要求 | 71 |
| §3-2 解题方法与例题分析 | 75 |
| §3-3 思考与讨论 | 85 |
| §3-4 自测题 | 93 |
| 第 4 章 影响线及应用 | 95 |
| §4-1 基本内容与学习要求 | 95 |
| §4-2 解题方法与例题分析 | 101 |
| §4-3 思考与讨论 | 118 |
| §4-4 自测题 | 127 |
| 第 5 章 结构位移计算 | 134 |
| §5-1 基本内容与学习要求 | 134 |
| §5-2 解题方法与例题分析 | 139 |
| §5-3 思考与讨论 | 150 |
| §5-4 自测题 | 157 |
| 第 6 章 力法 | 162 |
| §6-1 基本内容与学习要求 | 162 |

II 目录

| | |
|-------------------------------------|------------|
| §6-2 解题方法与例题分析 | 168 |
| §6-3 思考与讨论 | 190 |
| §6-4 自测题 | 200 |
| 第 7 章 位移法 | 206 |
| §7-1 基本内容与学习要求 | 206 |
| §7-2 解题方法与例题分析 | 211 |
| §7-3 思考与讨论 | 241 |
| §7-4 自测题 | 250 |
| 第 8 章 渐近法、近似法与超静定力的影响线 | 256 |
| §8-1 基本内容与学习要求 | 256 |
| §8-2 解题方法与例题分析 | 263 |
| §8-3 思考与讨论 | 284 |
| §8-4 自测题 | 292 |
| 第 9 章 超静定结构总论 | 296 |
| §9-1 基本内容与学习要求 | 296 |
| §9-2 解题方法与例题分析 | 299 |
| §9-3 思考与讨论 | 313 |
| §9-4 自测题 | 322 |
| 第 10 章 矩阵位移法 | 328 |
| §10-1 基本内容与学习要求 | 328 |
| §10-2 解题方法与例题分析 | 332 |
| §10-3 思考与讨论 | 349 |
| §10-4 自测题 | 350 |
| 第 11 章 结构的动力计算 | 353 |
| §11-1 基本内容与学习要求 | 353 |
| §11-2 解题方法与例题分析 | 363 |
| §11-3 思考与讨论 | 377 |
| §11-4 自测题 | 384 |
| 第 12 章 结构的稳定计算 | 388 |
| §12-1 基本内容与学习要求 | 388 |
| §12-2 解题方法与例题分析 | 395 |

| | |
|--|------------|
| §12-3 思考与讨论 | 414 |
| §12-4 自测题 | 425 |
| 第 13 章 结构的极限荷载 | 430 |
| §13-1 基本内容与学习要求 | 430 |
| §13-2 解题方法与例题分析 | 434 |
| §13-3 思考与讨论 | 446 |
| §13-4 自测题 | 451 |
| 附录 1 自测题参考答案 | 456 |
| 附录 2 配套主教材中使用求解器(2.6.1 版本)的习题解答 | 475 |
| 附录 3 大学本科结构力学考试模拟试卷 | 520 |
| 附录 4 硕士研究生入学考试结构力学模拟试卷 | 536 |
| 附录 5 模拟试卷解答与评分参考标准 | 544 |
| 参考文献 | 562 |

第1章 体系的几何构造分析

§ 1-1 基本内容与学习要求

一、几何构造分析中的几个概念

(一) 几何不变体系与几何可变体系

在几何构造分析中不考虑材料的微小应变,杆件看作刚片。几何形状和位置固定不变的刚片系称为几何不变体系;几何形状和位置可以改变的刚片系称为几何可变体系。

(二) 体系自由度

体系的自由度,等于体系运动时可以独立改变的坐标参数的数目,也就是完全确定体系的位置所需要的独立坐标数。

一个点在平面内的自由度 $S=2$,在空间 $S=3$;一个刚片在平面内的自由度 $S=3$,在空间 $S=6$ 。

(三) 约束、必要约束与多余约束

限制体系运动的装置称为约束(或称联系)。能有效减少体系自由度的约束称为必要约束(非多余约束);不能减少体系自由度的约束称为多余约束。

连接两个刚片的一根单链杆(或支杆)相当于一个约束(图 1-1a,b),在 n 个铰点上分别连接 n 个刚片的复链杆相当于 $2n-3$ 个单链杆(图 1-1c)。

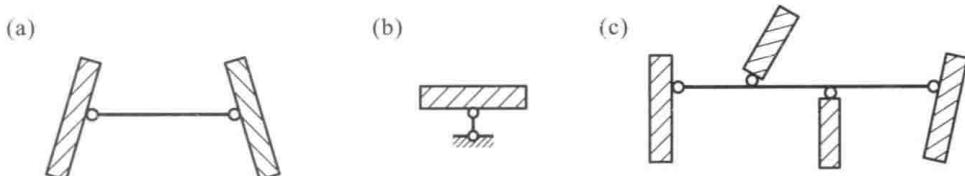


图 1-1

连接两个刚片的简单铰相当于两个约束(图 1-2a),连接 n 个刚片的一个复铰相当于 $n-1$ 个简单铰(图 1-2b)。

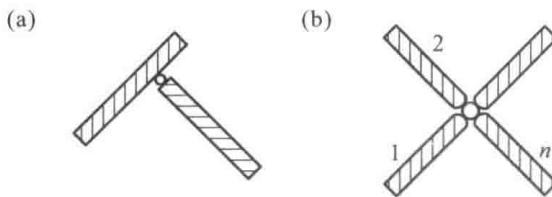


图 1-2

连接两个刚片的简单刚结相当于三个约束,连接 n 个刚片的复杂刚结相当于 $n-1$ 个简单刚结。一个无铰闭合框内存在一个多余简单刚结,即内部有三个多余约束(图 1-3a、b)。

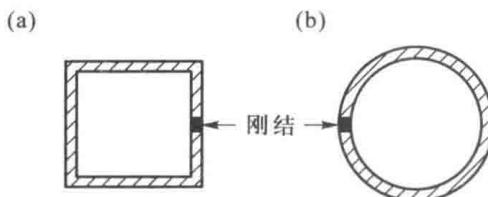


图 1-3

(四) 瞬铰

两刚片由两根链杆连接(并联),这两根链杆的约束作用等效于链杆交点(或延长线交点)处一个简单铰的作用(图 1-4a、b 中的 O 点),这种等效约束称为瞬铰,也称为虚铰。

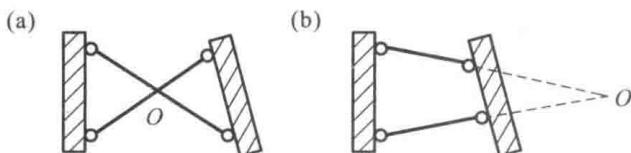


图 1-4

注意:若连接两刚片的两链杆自相串联(图 1-5a),或者两链杆的两端分别连接到三个刚片上(图 1-5b),则链杆交点 A 不是瞬铰。

(五) 无穷远瞬铰

若连接两刚片的两根链杆互相平行,则两链杆的约束作用相当于无穷远处的一个瞬铰(图 1-6)。

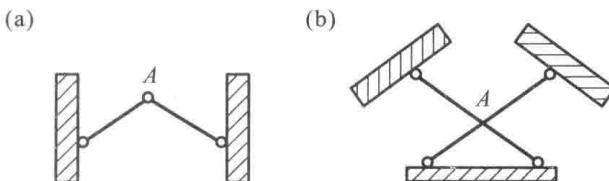


图 1-5

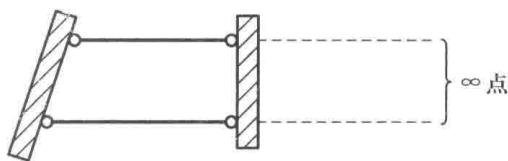


图 1-6

关于 ∞ 点和 ∞ 线有下面几点结论：

- (1) 每个方向有一个 ∞ 点(该方向各平行线的交点)。不同方向有不同的 ∞ 点。
- (2) 所有的 ∞ 点都在一条广义直线上,此广义直线称为 ∞ 线。
- (3) 所有的有限点都不在 ∞ 线上。

二、平面杆件体系的计算自由度

(一) 体系的实际自由度 S 、计算自由度 W 与多余约束数 n

设全部约束对象自由度总和为 a , 非多余约束数为 c , 全部约束总数为 d , 则有

$$\text{实际自由度 } S = a - c$$

$$\text{计算自由度 } W = a - d$$

$$\text{多余约束数 } n = d - c = S - W$$

所以

$$S \geq W, \quad n \geq -W$$

(二) 平面体系计算自由度的公式

1. 刚片系

$$W = 3m - (3g + 2h + b) \quad (1-1)$$

式中: m ——内部无多余约束的刚片数;

g ——单刚结数(若刚片为图 1-3 所示闭合框, 内部有一刚结约束);

h ——单铰数;

b ——单链杆数。

2. 链杆系

$$W = 2j - b \quad (1-2)$$

式中: j ——结点数;

b ——单链杆数。

3. 内部可变度(内部计算自由度) V

$$V = W - 3 \quad (1-3)$$

4. 计算结果分析

若 $W > 0$ (或 $V > 0$), 体系(或内部)几何可变。

若 $W \leq 0$ (或 $V \leq 0$), 体系(或内部)满足几何不变的必要条件, 但不一定几何不变, 还应进行构造分析。其中若 $W = 0$, 则 $S = n$, 当 $n = 0$, 体系几何不变; 当 $n > 0$, 体系几何可变。若 $W < 0$, 无论是否几何不变, 体系均有多余约束。

三、平面几何不变体系组成的基本规律

(一) 二元体规律

一刚片与一点间用不共线的两根链杆相连, 组成无多余约束的几何不变体系。如图 1-7a, 两根链杆在一端铰结, 另一端连接同一刚片, 又称为二元体。

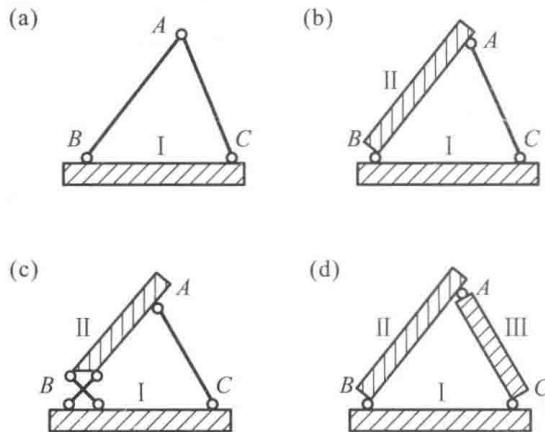


图 1-7

在一个体系上增加或排除二元体, 不改变原体系的几何组成性质。

(二) 两刚片规律

(1) 两刚片间用一铰和一根不通过该铰的链杆相连,组成无多余约束的几何不变体系,如图 1-7b 所示。

(2) 两刚片用三根不共点且不完全平行的链杆相连,组成无多余约束的几何不变体系。如图 1-7c 所示,其中 B 处的两根链杆的约束作用等效于图 1-7b 中的铰 B。

(三) 三刚片规律

三刚片用不共线的三个铰两两相连,组成无多余约束的几何不变体系,如图 1-7d 所示。

比较图 1-7 中的四种情形可见:刚性链杆可以用刚片代换,单铰可以用两根链杆代换。这样,四种情形的分析方法便是相通的。

以上三条规律本质相同,可以归结为铰结三角形规律:三个刚片(或链杆)用三个铰(含瞬铰)两两相连,形成铰结三角形。若三个铰(含瞬铰)不共线,则铰结三角形几何不变,且无多余约束。

注意: 三刚片规律中指明三刚片用三铰两两相连,是指三个铰都是单铰,每铰只连两个刚片。因此“两两”二字不可漏掉。图 1-8 所示体系也是三刚片用不共线三铰相连,但不是两两相连,复铰 A 同时连接三刚片。该体系虽为几何不变,但有两个多余约束。

四、瞬变体系

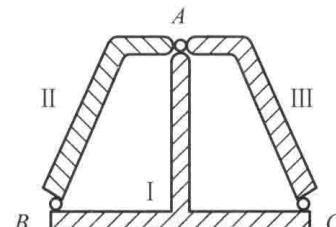


图 1-8

计算自由度 $W \leq 0$ 、原为几何可变、在发生微小位移后又成为几何不变的体系,称为瞬变体系(严格定义在后面讨论)。基本的瞬变体系有三铰共线(图 1-9a)、三链杆共点(图 1-9b)、不等长三链杆平行(图 1-9c)等体系。

当 $W=0$ 时,瞬变体系在与瞬时相对运动不同方向(一般为正交方向)上必有一个多余约束,而在运动方向上缺少一个约束,故称“体系瞬变,有多余约束”。

瞬变体系不能作为结构使用。

五、瞬铰在无穷远处时判断三铰共线的条件

以三刚片为约束对象,引入 ∞ 点瞬铰后,三铰在下列情况下必定共线:

(1) 两个实铰(或有限点瞬铰)的连线与组成 ∞ 点瞬铰的链杆相平行,则三铰共线,体系瞬变。如图 1-10a 中, A 为实铰, O_1 为有限点瞬铰, 平行链杆 1、2 等效于 ∞ 点瞬铰 O_2 , 若连线 AO_1 与链杆 1、2 平行, 则 A, O_1, O_2 三铰共线, 体系瞬变。

反之,若 AO_1 与链杆 1、2 不平行,则体系几何不变。

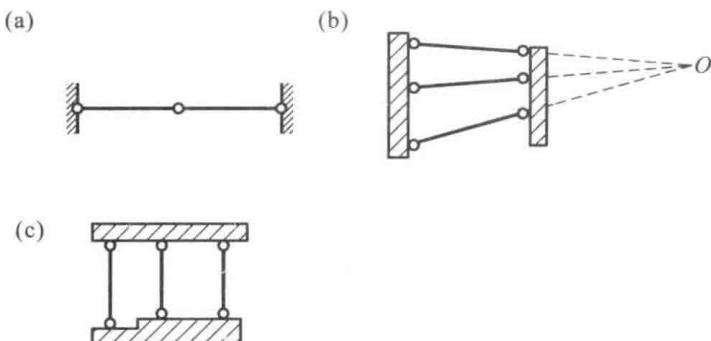


图 1-9

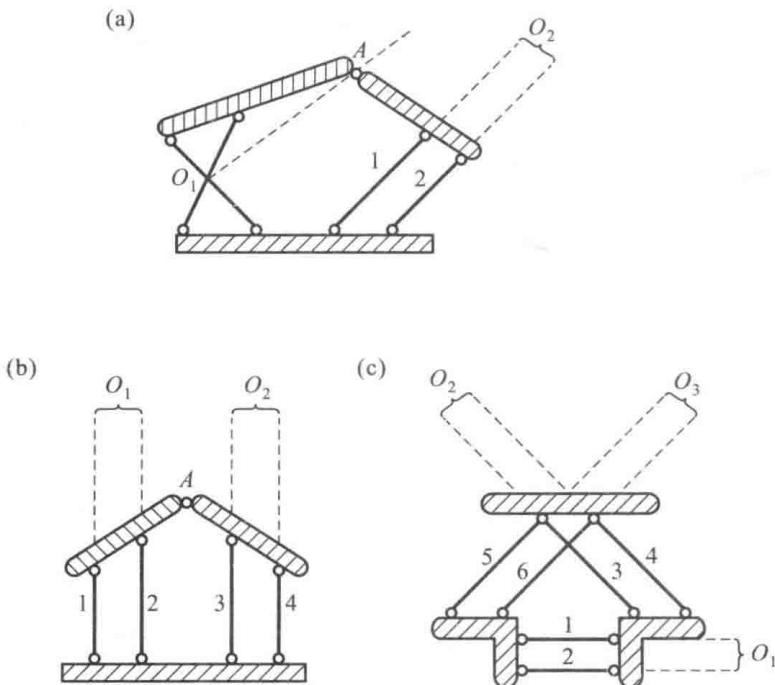


图 1-10

(2) 一个实铰(或有限点瞬铰)和两个相同方向的无穷远瞬铰,三铰共线。如图 1-10b 中链杆 1、2、3、4 互相平行,即 ∞ 点瞬铰 O_1 、 O_2 合为一点,体系瞬变。若组成瞬铰 O_1 、 O_2 的两对平行链杆不全平行,则体系几何不变。

(3) 三个瞬铰均在无穷远,则三铰共线。如图 1-10c,平行链杆 1、2 组成瞬铰 O_1 ,平行链杆 3、4 组成瞬铰 O_2 ,平行链杆 5、6 组成瞬铰 O_3 ,而三瞬铰在不同

方向的 ∞ 点,三铰共 ∞ 线,体系瞬变。

六、学习要求与学习方法提示

(一) 学习要求

(1) 重点掌握平面体系几何构造分析的基本规律,正确、灵活地运用基本规律及分析方法对一般平面体系进行几何构造分析。

(2) 了解体系自由度与计算自由度的意义和区别,学会计算自由度 W 的计算方法。

(二) 学习方法提示

(1) 分析常规平面体系几何构造时,注意抓住问题的核心——铰结三角形规律和它的不同表现形式,即二元体规律、两刚片规律(又分两种连接方式)、三刚片规律;在引入瞬铰(包含 ∞ 点瞬铰)概念后又推广到三刚片六链杆体系。要善于找到它们的内在联系和共同本质。

(2) 分清约束的等效性,约束效果相同的不同约束可互相替换。注意灵活运用等效约束,特别是瞬铰的正确运用。同时注意约束对象的正确选择,使对象之间的约束成为有效约束。

(3) 计算自由度 $W>0$,体系一定可变,不必作构造分析; $W\leq 0$,只是满足了几何不变的必要条件,不一定几何不变,还应作构造分析。因此,计算 W 值只是一个辅助手段。如果不求 W 而直接进行构造分析当然也可以。在求 W 时,应将内部有多余约束的刚片变为无多余约束刚片,将复约束换算成单约束。

(4) 不同的研究对象有不同的基本假定。本章研究杆系几何形状是否不变,不需考虑微应变,因而假定杆件为刚性杆。但在分析瞬变体系特征时又要考虑微应变。以后可看到,研究静定结构内力时不计微应变,而研究结构位移和超静定结构内力,以及结构振动和稳定问题时,又必须考虑微应变。

§ 1-2 解题方法与例题分析

一、几何构造分析的解题方法

(一) 寻找基本刚片

对体系进行几何构造分析时,首先寻找体系中几何不变的局部——基本刚片,由基本刚片逐步扩展组装成整体,组装顺序可分为两种:

(1) 从地基开始组成第一个基本刚片,在此基础上按构造规律逐步组装成整体。

(2) 从体系内部开始先组成第一个(或两个以上)基本刚片,再利用构造规律组成整体。当体系与地基的连接只有三根不共点支杆时,一般都可先分析内部。

当用以上两种方法都难以找到基本刚片时(如后文的图1-17、图1-20和图1-21所示体系),就应将地基也作为一个大刚片进行整体分析。

(二) 利用约束等效代换简化体系

(1) 复杂形状(曲线、折线形)链杆的约束作用可用直链杆代替,如图1-11a、b所示。图1-11c为一内部几何不变的小桁架,若通过A、B两铰约束其他物体,其约束作用等效于直链杆AB。以上可称为构造等效变换。

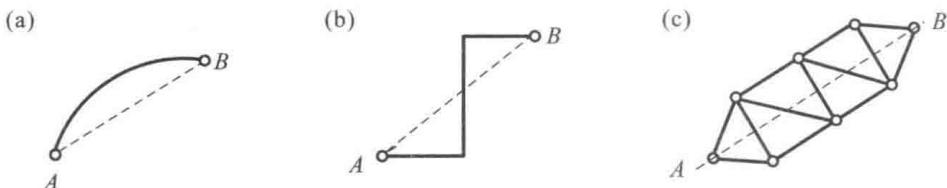


图 1-11

(2) 连接两刚片(并联)的两根链杆,等效于它们交点处的瞬铰。

(3) 用等效的多个单约束代替一个复约束,比如用单链杆代替复链杆。

如图1-12a所示,复链杆通过铰A、B、C分别约束三个刚片,它等效于三个单链杆AB、BC、AC,如图1-12b。

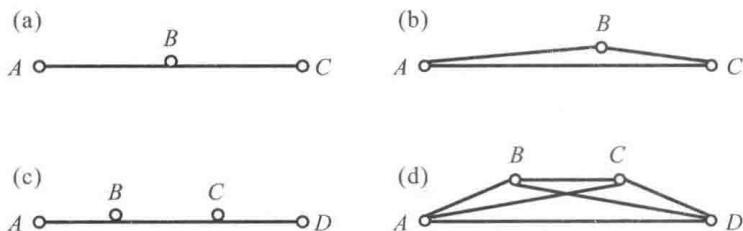


图 1-12

注意:此时A、B、C三铰是不共线的(因复链杆本身几何不变,其替代约束也应是几何不变的铰结三角形)。同理,连接四个结点的复链杆,等效于五根单链杆($2n-3=2\times 4-3=5$),且五根单链杆中任意两根均不共线,如图1-12c、d所示。

(三) 排除二元体

采取与装配顺序相反的拆卸方法往往是有效的,最常用的是排除二元体法。

体系中若有不共线的两链杆(含等效直链杆)连一铰结点于主体,则此局部称为二元体(如图 1-13a 中的 BAC 部分)。可排除二元体先分析主体部分(如图 1-13b)的几何构造。若主体部分为几何不变,则添加二元体后仍为几何不变;反之亦然。

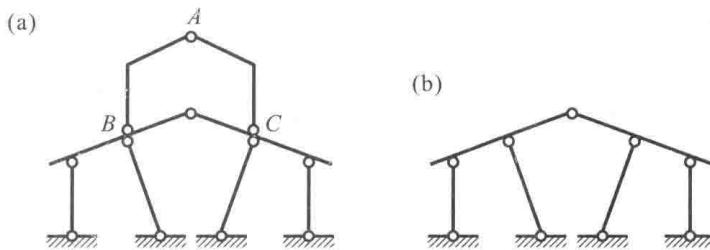


图 1-13

(四) 恰当选择约束对象

约束对象(刚片或结点)的选择至关重要,若选择不当将给构造分析带来很大困难,特别是在分析较复杂的三刚片体系时。这时,应考虑改变约束对象的选择方案。

例如图 1-14a 所示体系,一般容易将地基和 $\triangle ABD$ 、 $\triangle BCF$ 分别看作刚片 I、II、III(约束对象)。此时刚片 I、III 之间既无实铰也无瞬铰连接,无法进行分析。若改变约束对象,将刚片 II 换成杆 DE(图 1-14b),而链杆 AB、BD、DA 变成约束。于是,刚片 I、II 由瞬铰 E 连接,刚片 II、III 由 ∞ 点瞬铰 O 相连,刚片 I、III 由瞬铰 C 相连。再判定三瞬铰是否共线即可得到正确结论。可以看出,新方案中每两个刚片间均以两链杆形成的瞬铰相连;原方案中刚片 I、II 间和刚片 II、III 间均以实铰紧密相连,造成刚片 I、III 间无法实现有效连接。

可见,对于较复杂体系,选择约束对象时,尽可能使刚片之间“拉开距离”,

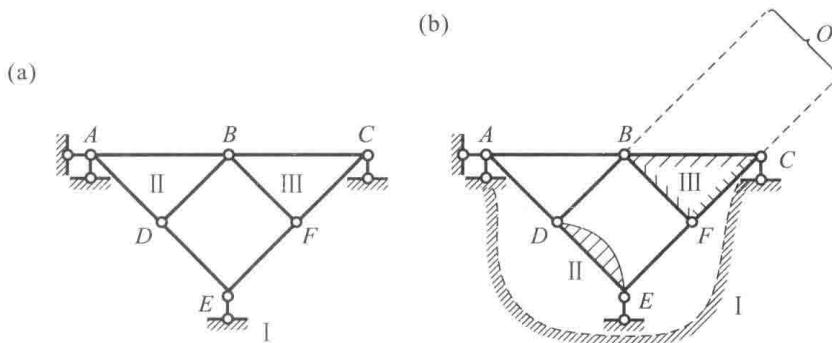


图 1-14