GAODENG SHUXUE LIANXICE

高等数学练习册（下）

第3版

南昌航空大学高等数学教研组 编

- 多元函数微分法及其应用
- 重积分
- 曲线积分与曲面积分
- 无穷级数
- 微分方程

SWJUP 西南交通大学出版社

高等数学练习册（下）

（第3版）

南昌航空大学高等数学教研组　编

西南交通大学出版社

·成　都·

内容简介

本书是同济大学应用数学系主编的《高等数学》(下册)(第五版)的配套练习册. 根据本科院校高等数学课程教学的基本要求和教学时数，合理地分割每次课(2学时)的教学内容，并以每次课配置一次练习的原则进行编写. 每次练习均包含3种题型7个项目，其中填空题2个，选择题2个，解答、证明题3个. 各题后均留有空白处，用于书写解答的过程. 每次练习均印刷在一页的正、反面上，完成作业后即可将其撕下上交，方便使用.另外，各章后还配置了一次复习题，书末配有一套期中测试题和期末测试题.

本书由南昌航空大学高等数学教研组编写. 由喻德生教授主编，参加本书及答案编写的有程筠、徐伟、胡结梅、漆志鹏、杨就意、王利魁、熊归凤、赵刚、李园庭、鲁力等. 统稿定稿由喻德生完成. 因水平有限，书中存在不妥、错误之处，请读者不吝指正.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册. 下册 / 南昌航空大学高等数学教研组编. —3版. —成都：西南交通大学出版社，2014.9

ISBN 978-7-5643-3474-1

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①南… Ⅲ. ①高等数学－高等学校－习题集 Ⅳ. ①013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第224766号

高等数学练习册(下)
(第3版)
南昌航空大学高等数学教研组 编

责任编辑	黄淑文
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路146号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网址	http: //www.xnjdcbs.com
印刷	成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm × 260 mm
印张	6.75
字数	170千字
版次	2014年9月第3版
印次	2014年9月第5次
书号	ISBN 978-7-5643-3474-1
定价	12.80元

1．函数 $z=\dfrac{\sqrt{2x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$ 的定义域是__________.

2．设 $f\left(x+y,\ \dfrac{y}{x}\right)=x^2-y^2$，则 $f(x,y)=$ __________.

3．极限 $\lim\limits_{(x,\ y)\to(0,\ 1)}(1+xy)^{\frac{1}{x}}=($　　　$)$.

A．1　　B．2　　C．e　　D．不存在

4．设函数 $f(x,\ y)=\begin{cases}\dfrac{xy\sin(xy)}{\sqrt{x^2y^2+1}-1}, & (x,\ y)\neq(0,\ 0)\\ a, & (x,\ y)=(0,\ 0)\end{cases}$ 连续，则 $a=($　　　$)$.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

5．求极限 $\lim\limits_{(x,\,y)\to(+\infty,\,+\infty)}\left(\dfrac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2}$

6．求极限 $\lim\limits_{(x,\,y)\to(0,\,0)}\dfrac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)\mathrm{e}^{x^2y^2}}$．

7．证明：极限 $\lim\limits_{(x,\,y)\to(0,\,0)}\dfrac{x^2y^4}{x^4+y^8}$ 不存在．

1．设 $f(x,\ y)=x^2+(y-2)\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{y}}$，则 $f_x(1,\ 2)=$__________，$f_y(1,\ 2)=$__________．

2．曲线 $\begin{cases} z=\dfrac{1}{4}(x^2+y^2) \\ y=6 \end{cases}$ 在点（2，6，10）处的切线对于 x 轴的倾角是______________．

3．设 $f(x,y)=\begin{cases} 0\ , & xy=0 \\ 1\ , & xy\neq 0 \end{cases}$，则 $f(x,y)$ 在点（0，0）处（　　　）．

A．连续，且偏导数存在　　　　B．不连续，但偏导数存在

C．连续，但偏导数不存在　　　D．可微

4．设 $z=\dfrac{xy}{x^2-y^2}$，则 $\mathrm{d}z\big|_{(2,1)}=$（　　　）．

A．$\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x+\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$　　B．$-\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x+\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$　　C．$\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x-\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$　　D．$-\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x-\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$

5．求函数 $z=\mathrm{e}^{xy}+x\ln y$ 的偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6．设 $z=y^x$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

7．设 $u=\sin(xy)+\cos(yz)$，求 $\mathrm{d}u$.

1．设 $z = \mathrm{e}^{x+y^2}$，$x = \sin t$，$y = t^2$，则 $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} =$__________．

2．设 $z = x^{\ln y}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x} =$__________，$\dfrac{\partial z}{\partial y} =$__________．

3．设 $z = (1+xy)^{x+2y}$，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,\,1)} =$（　　　）．

A．0　　　B．1　　　C．2　　　D．3

4．设 $z = f(x-y,\ \dfrac{x}{y})$，$f$ 具有二阶偏导数，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$（　　　）．

A．$f''_{11} + \dfrac{1}{y} f''_{12} + \dfrac{1}{y} f''_{21} + \dfrac{1}{y^2} f''_{22}$

B．$-f''_{11} - \dfrac{x}{y^2} f''_{12} - \dfrac{1}{y} f''_{21} - \dfrac{x}{y^3} f''_{22} - \dfrac{1}{y^2} f'_2$

C．$f''_{11} + \dfrac{x}{y^2} f''_{12} + \dfrac{2x}{y^3} f'_2 + \dfrac{x}{y^2} f''_{21} + \dfrac{x^2}{y^4} f''_{22}$

D．$f''_{11} + \dfrac{2}{y} f''_{12} + \dfrac{1}{y^2} f''_{22}$

5．设$z=u^2+2uv+w^2$，$u=x^2+y^2$，$v=xy$，$w=x^2-y^2$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$．

6．设函数$z=f(xy,\ \dfrac{y}{x})+g(x^2y)$，其中$f$具有一阶连续偏导数，$g$具有连续的一阶导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$．

7．设$z=f(u,\ x,\ y)$，且$u=xe^y$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$．

1．设 $x^2y+3x^4y^3-4=0$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$__________.

2．设 $\sin z=xy+z$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__________.

3．设 $z=\mathrm{e}^{2x-3z}+2y$，则 $3\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$（　　）.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

4．设 $z=f(x,\ y)$ 是由 $x^2+y^2+z^2-xy-2z-1=0$ 所确定的隐函数，则当 $z=2$ 时，$f_x(1,\ 1)=$（　　）.

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．0　　D．1

5．设$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^2+y^2+z^2=1 \end{cases}$，求$\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}$，$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z}$．

6．设$\mathrm{e}^{-y}-2xz+\mathrm{e}^{z}=0$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$．

7．设$\begin{cases} 2ux+yv=0 \\ u-x^3+v^2=0 \end{cases}$，求$\dfrac{\partial u}{\partial y}$，$\dfrac{\partial v}{\partial y}$．

1．设 $u=\dfrac{y}{x}$, $x=\mathrm{e}^t$, $y=1-\mathrm{e}^{2t}$，则 $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=$__________．

2．设 $z=\mathrm{e}^u\cos v$，而 $u=xy$, $v=x+y$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________．

3．考虑二元函数 $f(x,y)$ 的下列 4 条性质：① $f(x,y)$ 在点（x_0, y_0）处连续；② $f(x,y)$ 在点（x_0, y_0）处的两个偏导数连续；③ $f(x,y)$ 在点（x_0, y_0）处可微；④ $f(x,y)$ 在点（x_0, y_0）处的两个偏导数存在．若用"$\mathrm{P}\Rightarrow\mathrm{Q}$"表示可由性质 P 推出性质 Q，则有（　　）．

A．②⇒③⇒①　　B．③⇒②⇒①　　C．③⇒④⇒①　　D．③⇒①⇒④

4．由方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 在点（1，0，－1）处的全微分 $\mathrm{d}z=$（　　）．

A．$\mathrm{d}x-\mathrm{d}y$　　B．$\sqrt{2}\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$　　C．$\mathrm{d}x-\sqrt{2}\mathrm{d}y$　　D．$\mathrm{d}x+\sqrt{2}\mathrm{d}y$

5．求极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{xy^2}{x^2+y^2+y^4}$．

6．设 $xy+yz+zx=1$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$．

7．设 $f(x, y, z)=e^x yz^2$，其中 $z=z(x, y)$ 是由 $x+y+z+xyz=0$ 所确定的隐函数，求 $f_x(0, 1, -1)$．

1．曲线 $x=t^2-1,\ y=t+1,\ z=t^3$ 在点（0，2，1）处的切线方程是______________，法平面方程是____________．

2．曲面 $x^3y^2+xz+z=3$ 在（1，1，1）点处的切平面方程为______________，法线方程为____________．

3．由曲线 $\begin{cases}3x^2+2y^2=12\\ z=0\end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周得到的旋转曲面在点 $(0,\ \sqrt{3},\ \sqrt{2})$ 处的指向外侧的单位法向量为（　　）．

A．$\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{0,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3}\right\}$　　B．$\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{\sqrt{2},\ 0,\ \sqrt{3}\right\}$　　C．$\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{\sqrt{3},\ 0,\ 1\right\}$　　D．$\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{1,\ 0,\ \sqrt{2}\right\}$

4．旋转抛物面 $3x^2+y^2+z^2=16$ 上点（－1，－2，3）处的切平面与 xOy 面的夹角的余弦为（　　）．

A．$\dfrac{1}{\sqrt{22}}$　　B．$\dfrac{3}{\sqrt{22}}$　　C．$-\dfrac{3}{\sqrt{22}}$　　D．$-\dfrac{1}{\sqrt{22}}$

5．求球面 $x^2+y^2+z^2=6$ 与抛物面 $z=x^2+y^2$ 的交线在点（1，1，2）处的切线和法平面的方程．

6．求椭球面 $x^2+2y^2+z^2=1$ 上平行于平面 $x-y+2z=0$ 的切平面方程．

7．在曲面 $z=x^2+y^2$ 上求一点，使曲面在该点处的法线垂直于平面 $x+2y+3z=1$，并写出此法线方程．

1．函数 $u=xy^2z^3$ 在点 $A(5,\ 1,\ 2)$ 处沿该点到点 $B(9,\ 4,\ 14)$ 的方向的方向导数为__________.

2．函数 $u=\ln(x^2+y^2-z^2)$ 在点 $M(1,\ -1,\ 1)$处的梯度 $\mathbf{grad}\,u\big|_M=$__________.

3．对二元函数 $z=f(x,\ y)$而言（　　）.

A．若 f_x，f_y 存在且连续，则 $f(x,\ y)$沿任一方向的方向导数存在

B．若 $f(x,\ y)$的偏导数都存在，则 $f(x,\ y)$沿任一方向的方向导数存在

C．若沿任一方向的方向导数存在，则函数 $f(x,\ y)$必连续

D．以上结论均不对

4．若函数 $u=u(x,\ y,\ z)$ 在点 $(x,\ y,\ z)$ 处的三个偏导数均连续且不全为 0，则向量 $\left\{\dfrac{\partial u}{\partial x},\ \dfrac{\partial u}{\partial y},\ \dfrac{\partial u}{\partial z}\right\}$ 的方向是函数 u 在点 $(x,\ y,\ z)$ 处的（　　）.

A．变化率最小的方向

B．变化率最大的方向

C．可能是变化率最小的方向，也可能是变化率最大的方向

D．既不是变化率最小的方向，也不是变化率最大的方向

5．求由方程$e^z-xyz=e$所确定的隐函数 $z=z(x, y)$在点（0，1）处沿$\vec{l}=(3, -4)$方向的方向导数．

6．求函数$u=x^2+y^2+z^2$在曲线$x=t, y=t^2, z=t^3$上点（−1，1，−1）处沿曲线在该点的切线正方向（对应于t增大的方向）的方向导数．

7．求函数$z=1-\left(\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}\right)$在点$\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}, \dfrac{b}{\sqrt{2}}\right)$处沿曲线$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$在这点的内法线方向的方向导数．