

大学物理

讲义

(下册)

赵先锋 编



西南交通大学出版社

大学物理讲义

(下册)

赵先锋 编

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 简 介

本书是为适应建设高水平应用型本科院校的要求而编写的。在内容选取上,除基本内容外,还以一定篇幅介绍了物理学中所需的数学知识和相关章节的物理学史料内容。全书共 21 章,分上、下两册,其中下册 9 章,包括气体动理论、热力学基础、机械振动、机械波、光的干涉、光的衍射、光的偏振、旧量子论和波动力学基础等内容。

本书可作为高等院校非物理类理、工科大学物理教材和教学参考书,还可作为教师教学和学生自学的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理讲义.下册/赵先锋编. —成都:西南
交通大学出版社, 2015.12
ISBN 978-7-5643-4395-8

I. ①大… II. ①赵… III. ①物理学—高等学校—教
学参考资料 IV. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 269233 号

大学物理讲义(下册)

赵先锋 编

责任编辑 张宝华
装帧设计 墨创文化

印张 10.25 字数 256千

成品尺寸 185 mm × 260 mm

版本 2015年12月第1版

印次 2015年12月第1次

印刷 四川森林印务有限责任公司

书号: ISBN 978-7-5643-4395-8

出版 发行 西南交通大学出版社

网址 <http://www.xnjdcbs.com>

地址 四川省成都市金牛区交大路146号

邮政编码 610031

发行部电话 028-87600564 028-87600533

定价: 24.00元

课件咨询电话: 028-87600533

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

大学物理是理工类专业一门十分重要的基础课,为适应高水平应用型本科院校的建设要求,编者结合多年的教学经验以及当前国内外物理教材改革的动态,编写了这本大学物理讲义上、下册。本教材共 21 章,分上、下两册,其中上册 12 章,下册 9 章。上册内容包括:质点运动学、牛顿运动定律、动量守恒定律、功和能、机械能守恒定律、角动量守恒定律、刚体定轴转动、狭义相对论基础、真空中的静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、磁介质、电磁感应;下册内容包括:气体动理论、热力学基础、机械振动、机械波、光的干涉、光的衍射、光的偏振、早期量子论和波动力学基础。本书内容紧紧围绕大学物理课程的基本要求,以工程技术实践中广泛应用的基本物理原理为依据,尽量做到系统性、科学性和思想性的统一,注重理论联系实际,注重知识的应用性、启发性和趣味性相结合。在教材中适量引用了相关的物理学史料,目的是增强物理学理论的真实感和生动感,有助于学生形成科学的世界观和方法论,有利于激发学生的学习兴趣和培养学生的创新能力。

本书具有如下特点:(1)适当补充了必要的数学工具,便于学生学习之用;(2)精选内容,减轻学生负担,既保证内容基本系统完整,又为后续课程提供必要的基础;(3)适当介绍物理学发展史上的重要事件,使学生了解物理学发展的规律、科学研究的方法以及科学家的科学精神;(4)精选例题和习题,既减轻了学生的学习负担,又使学生通过习题的练习,达到巩固学习内容和提高解题能力的目的。

本教材内容相对比较完整,老师们在讲解时可以根据不同专业的大纲要求选择相应的内容,具有一定的灵活性。

本书的编写工作得到了滁州学院教学研究重点项目(2012jyz004)和滁州学院校级“规划教材”(《大学物理讲义》)项目的支持。

西南交通大学何青硕士、滁州学院的彭云梦同学参与了第一章至第四章的文字录入工作,在此深表谢意。滁州学院电子与电气工程学院的吴正怀老师、上海无线电设备研究所的王平硕士和西南大学的涂玉兵博士仔细阅读了书中的相关内容,提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,加之时间仓促,书中缺点和疏漏之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者
2015 年 7 月

目 录

第十三章	气体动理论	1
第一节	理想气体状态方程	1
第二节	理想气体的压强和温度	3
第三节	能量按自由度均分原理	10
第四节	理想气体的内能	12
第五节	麦克斯韦速率分布律	13
第六节	分子碰撞的统计规律	17
习 题		19
第十四章	热力学基础	20
第一节	内能 功 热量	20
第二节	热力学第一定律	23
第三节	热力学第一定律在理想气体准静态过程中的应用	24
第四节	循环过程 卡诺循环	36
第五节	热力学第二定律	40
第六节	熵和熵增原理	43
习 题		47
第十五章	机械振动	48
第一节	简谐振动	48
第二节	简谐振动的能量	57
第三节	简谐振动的合成	60
习 题		64
第十六章	机械波	66
第一节	描述机械波的物理量	66
第二节	平面简谐波的波函数	69
第三节	波的能量 波的强度	73
第四节	惠更斯原理	77
第五节	波的干涉	78
第六节	驻 波	82
第七节	多普勒效应	86
习 题		89

第十七章	光的干涉	91
第一节	引 言	91
第二节	获得相干光的方法	92
第三节	杨氏双缝干涉	94
第四节	光程与光程差	96
第五节	薄膜干涉	99
习 题		109
第十八章	光的衍射	111
第一节	光的衍射现象	111
第二节	单缝夫琅禾费衍射	112
第三节	光栅衍射	116
习 题		120
第十九章	光的偏振	121
第一节	自然光和偏振光	121
第二节	偏振光的起偏和检偏 马吕斯定律	124
第三节	反射光的偏振 布儒斯特定律	126
习 题		127
第二十章	旧量子论	129
第一节	热辐射 普朗克的能量子假设	129
第二节	光电效应	135
第三节	康普顿效应	137
第四节	微观粒子的波粒二象性	139
第五节	海森堡测不准原理	141
习 题		143
第二十一章	波动力学基础	144
第一节	波函数 薛定谔方程	144
第二节	一维无限深势阱	150
习 题		154
习题答案		155
参考文献		158

第十三章 气体动理论

本章从理想气体的微观组成出发,假以统计性假设,推出理想气体的压强和温度公式,揭示了压强和温度的本质;提出了理想气体内能的概念,介绍了理想气体能量按自由度均分原理;阐述了理想气体的麦克斯韦速率分布率。这称为气体动理论。

气体动理论的产生和发展凝聚了众多物理学家的智慧和心血。

早在 1678 年,胡克就提出了气体压强是由大量气体分子与器壁碰撞的结果的观点。之后,在 1738 年,伯努利根据这一观点推导出压强公式,并且解释了玻意耳定律。1744 年,俄国的罗蒙诺索夫提出了热是分子运动表现的观点。

在 19 世纪中叶,气体动理论经克劳修斯、麦克斯韦和玻耳兹曼的努力而有了重大发展。1858 年,克劳修斯提出气体分子平均自由程的概念并导出相关公式。1860 年,麦克斯韦指出,气体分子的频繁碰撞并未使它们的速度趋于一致,而是达到稳定的分布,导出了平衡态气体分子的速率分布和速度分布。之后,麦克斯韦又建立了输运过程的数学理论。1868 年,玻耳兹曼在麦克斯韦气体分子速率分布律中又引进重力场。

第一节 理想气体状态方程

一、状态参量

1. 状态参量概念

如何描述系统的冷热变化规律,这就需要一些物理量。

假设气体的质量为 m ,其宏观状态一般可以用气体的压强 p 、体积 V 和温度 T 三个物理量来描述。

如果在热力学过程中伴随着化学反应,还需要物质的量、摩尔质量 μ 、物质各组分的质量等物理量来描述。

如果热力学系统处于磁场中,还需要电场强度 $\vec{E}$ 、电极化矢量 $\vec{P}$ 、磁场强度 $\vec{H}$ 和磁化强度 $\vec{M}$ 等物理量来描述。

选择几个描写系统状态的参量,称为状态参量。

2. 状态参量分类

按照不同的划分标准,状态参量可作如下划分:

(1) 按状态参量描写系统的性质划分可分为:

- 几何参量: 描述系统的空间广延性。如体积 V 。
- 力学参量: 描述系统的强度。如压强 P 。
- 化学参量: 描述系统的化学组分。如各组分的质量, 物质的量。
- 电磁参量: 描述系统的电磁性质。如电场强度 $\vec{E}$, 电极化强度 $\vec{P}$, 磁场强度 $\vec{H}$, 磁化强度 $\vec{M}$ 。

其中, 几何参量满足可加性, 力学参量是强度量, 不满足可加性。

(2) 按参量描述对象的尺度划分可分为:

- 宏观量: 描述体系整体特征的物理量。如总质量 m , 压强 P , 温度 T 。
- 微观量: 单个粒子所具有的物理量。如每个粒子的质量、动量、量子数。

二、平衡态 准静态过程

1. 平衡态

一定量的热力学系统, 当它与外界之间没有物质和能量交换, 且其内部之间也没有物质和能量交换时, 经过若干时间, 热力学系统终将与外界的温度达到一致, 并且此温度将不随时间而变化。此时, 我们称热力学系统处于热平衡之中。

一定量的热力学系统, 当它不处于任何场中, 经过若干时间其压强将达到均匀分布。此时, 我们称该热力学系统处于力学平衡之中。

热力学系统, 当它进行化学反应时, 经过若干时间其化学成分将达到处处均匀。此时, 我们称该热力学系统处于化学平衡之中。

如果某热力学系统处于热平衡、力学平衡和化学平衡之中时, 我们称其处于热力学平衡状态之中。

不受外界影响时, 系统的宏观量具有稳定值的状态, 称为平衡态。

系统处于平衡态时, 虽然宏观量保持不变, 但系统的微观状态却时刻在变化。因此, 所谓的平衡态指的是热动平衡。

2. 准静态过程

在现实物理世界中, 其物理过程都需要一定的时间, 都具有一定的速度, 因而, 在热力学过程中, 其间经历的状态都不是平衡态。然而, 在某些情况下, 当热力学过程进行得足够缓慢; 以至于其速度可以认为足够小时, 其间经过的中间态可以视为平衡态, 并满足热力学平衡态所具有的规律。

此时, 热力学过程所经历的一系列中间状态都无限接近平衡态, 我们称之为准静态过程。

准静态过程是一个理想化模型。现实中, 任何热力学过程都要经历时间, 因此, 准静态过程是不存在的。但是, 当过程进行得非常缓慢时, 可以把它近似为准静态过程, 这样, 处理起来要方便得多。

三、理想气体状态方程

对于理想气体, 有状态方程

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (13-1-1)$$

其中, P 为气体的压强, V 为气体的体积, m 为气体的质量, μ 为气体的摩尔质量, R 为普适气体常量, 其值为 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, T 为热力学温度。

理想气体状态方程仅适用于理想气体, 而对于实际气体情况要复杂得多。

例 13-1-1 某种柴油机的汽缸容积为 $V = 0.827 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ 。设压缩前其中空气的温度为 $t = 47^\circ \text{C}$, 压强为 $P_1 = 8.5 \times 10^4 \text{ Pa}$ 。当活塞急剧压缩时, 可把空气压缩到原来体积的 $\frac{1}{17}$, 使压强增加到 $P_2 = 4.2 \times 10^6 \text{ Pa}$ 。求这时空气的温度。如把柴油喷入汽缸, 将会发生怎样的情况呢? (空气视为理想气体)

解: 由理想气体状态方程

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (13-1-1)$$

得

$$\frac{PV}{T} = \frac{m}{\mu} R = \text{const}$$

为常数。故有

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

由此得

$$T_2 = \frac{P_2}{P_1} T_1 \frac{V_2}{V_1} = \frac{4.2 \times 10^6}{8.5 \times 10^4} \times 320 \times \frac{1}{17} = 930 \text{ K}$$

这一温度已超过柴油燃点, 所以, 如果将柴油喷入汽缸内即燃烧, 将发生爆炸, 推动活塞作运动。

第二节 理想气体的压强和温度

气体的压强是什么? 单个粒子的压强和整个气体的压强是一样的吗?

气体的温度是什么? 单个粒子的温度和整个气体的温度是一样的吗?

下面就来解决这些问题。

一、理想气体微观模型

对于实际气体来说, 其分子之间的相互作用是比较复杂的。也就是说, 因为实际气体分子要占据一定的空间, 具有一定的体积和形状, 它必然要对分子的相互作用产生影响。

分子之间除了相互碰撞之外,它们之间还有相互作用势能,这种势能会表现为二者相互接近时相互排斥,二者相距较远时相互吸引。并且,如果气体处于重力场之中,气体分子还要受到重力的作用,具有重力势能。尽管分子受到的重力相比于分子之间或者分子与器壁之间的碰撞来说较小,但是,这种作用确实是真实存在的。

实际气体分子之间或者分子与容器器壁之间的碰撞并不是完全弹性的,这一过程必然要伴随着能量的少许损失。但是,当实际气体比较稀薄时,可以对实际气体进行简化,忽略掉一些次要因素,而将其抽象化为理想气体,从而使问题得到简化。

理想气体是指满足如下条件的气体:

- (1) 理想气体分子可视为质点;
- (2) 除碰撞瞬间外,分子之间的相互作用(分子间势能)忽略不计,忽略重力;
- (3) 认为分子之间、分子与器壁之间的碰撞是完全弹性的;
- (4) 每个分子遵守经典力学规律。

总之,理想气体可视为作无规则运动的经典质点的集合。

二、统计性假设

理想气体的每一个分子都要遵从经典力学规律。如果我们将每一个分子所满足的牛顿第二定律写出来,并将这些方程所组成的方程组解出来,就可以研究清楚理想气体的性质了。这种想法听起来似乎可行,但实际上却不然。

假设有一容器充满某种理想气体。

假设容器中的理想气体只含有一个分子,则对这个分子只需要写出三个牛顿第二定律的方程就可以了。求解之,可得气体的性质。

然而,只含有一个分子的理想气体太稀薄了。那么,我们假设容器中的理想气体含有 10 个分子,则对这 10 个分子只需要写出 30 个牛顿第二定律的方程就可以了。求解这 30 个方程组成的方程组(这是比较容易解出的),即可得气体的性质。

但是,只含有 10 个分子的理想气体还是太稀薄了。那么,我们假设容器中的理想气体含有 100 个分子,则对这 100 个分子需要写出 300 个牛顿第二定律的方程。求解这 300 个方程组成的方程组(利用计算机进行数值求解这还是解出的),可得气体的性质。

我们知道,含有 100 个分子的理想气体还是太稀薄了。接下来,我们假设容器中的理想气体含有 1000 个分子,则对这 1000 个分子需要写出 3000 个牛顿第二定律的方程。求解这 3000 个方程组成的方程组,即使利用先进的计算机数值计算方法可能也不是容易解决的,这样,理想气体的性质就不容易研究了。

然而,理想气体的分子数目何止成千上万,用上述方法研究理想气体的性质简直是不可行的。

实际上,理想气体是由大量分子组成的,其中的每个分子都要受到大量的其他分子对它的撞击。由于分子数量如此巨大,以至于它所受到的撞击没有在某一个方向上是占优势的,因此,分子的运动规律满足某种统计性规律。

如此,我们就可以抛弃力学规律,而将理想气体进行一些统计性假设,利用统计性规律来研究理想气体的性质。

因此,对理想气体可作如下两条统计性假设:

(1) 在平衡态下,气体分子处于容器内空间任一点的概率相同,即分子数密度

$$n = \frac{N}{V} \quad (13-2-1)$$

处处相同。其中, N 指气体的分子总数。

(2) 在平衡态下,分子沿各个方向运动的速率相同。

由此可知,分子速度沿各方向分量的各种平均值应相等,即

$$\overline{v_x} = \overline{v_y} = \overline{v_z} \quad (13-2-2)$$

则

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \quad (13-2-3)$$

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \quad (13-2-4)$$

所以

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \quad (13-2-5)$$

下面,我们利用理想气体的定义和理想气体的统计学假设来讨论理想气体的温度和压强。

三、理想气体的压强

假设理想气体的压强为 P 。我们要问,一个理想气体分子的压强是多少?也是 P 吗?如果不是,那么,一个理想气体分子的压强到底是多大?

这个问题涉及理想气体压强的本质问题。下面,我们来详细研究理想气体的压强。

在充满理想气体的容器中,以垂直器壁的方向为 x 轴、以器壁内任意两正交方向为 y, z 轴建立坐标系(图 13-2-1)。

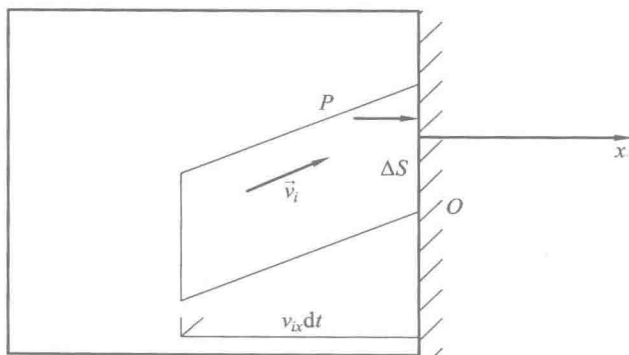


图 13-2-1 理想气体的压强

由此可知:

- (1) 分子与器壁碰撞后在 y, z 方向速度不变;
- (2) x 方向, 碰撞前后, 分子速度等大反向, 为弹性碰撞。
- (3) 分子间的相互碰撞可不考虑。

因为理想气体内分子数目很大, 由于分子间的相互碰撞而导致分子与器壁碰撞次数增加和减少的机会相同。

对于第 i 个分子, 在 x 轴方向上的速率为 v_{ix} , 碰撞器壁后, 其动量的改变量为

$$m(-v_{ix}) - mv_{ix} = -2mv_{ix} \quad (13-2-6)$$

即第 i 个分子每次作用于器壁的冲量为

$$I_i = 2mv_{ix} \quad (13-2-7)$$

在容器内作底面积为 ΔS 、高为 $v_{ix}dt$ 的斜圆柱体, 则 dt 时间内作用于器壁的冲量为

$$2mv_{ix} \cdot n_i \cdot \Delta S \cdot v_{ix} dt = 2m\Delta S n_i v_{ix}^2 dt \quad (13-2-8)$$

式中, n_i 为速率在 $v_i \sim v_i + dv_i$ 区间内的分子数密度, $\sum_i n_i = n$ 。

因为只有速率 $v_{ix} > 0$ 的分子才与器壁碰撞, 而 $v_{ix} > 0$ 与 $v_{ix} < 0$ 的分子各占一半, 故 dt 时间内作用于器壁的总冲量为

$$dI = \sum_{i, v_{ix} > 0} 2m\Delta S n_i v_{ix}^2 dt = \frac{1}{2} \sum_i 2m\Delta S n_i v_{ix}^2 dt = \sum_i m\Delta S n_i v_{ix}^2 dt \quad (13-2-9)$$

由牛顿第二定律

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{dI}{dt} \quad (13-2-10)$$

和压强公式

$$P = \frac{F}{\Delta S} \quad (13-2-11)$$

再结合式 (13-2-9) 得器壁的压强为

$$P = \frac{dI}{dt \Delta S} = \sum_i m n_i v_{ix}^2 = m \sum_i n_i v_{ix}^2 \quad (13-2-12)$$

因为

$$\overline{nv_x^2} = \sum_i n_i v_{ix}^2 \quad (13-2-13)$$

所以

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{n} \quad (13-2-14)$$

故器壁的压强为

$$P = mn\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}mn\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\left(\frac{1}{2}\overline{mv^2}\right) = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_k} \quad (13-2-15)$$

式中

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2}\overline{mv^2} \quad (13-2-16)$$

称为分子的平均平动动能。

注意：

(1) 理想气体的压强 P 仅与分子数密度 n 和分子平均平动动能 $\overline{\varepsilon_k}$ 有关，而与理想气体的体积 V 无关。

(2) 理想气体的压强 P 是一个统计平均量。因为分子数密度 n 和分子平均平动动能 $\overline{\varepsilon_k}$ 均为统计平均量，所以，理想气体的压强 P 是一个统计平均量。对个别分子谈压强，没有意义。

(3) 压强公式 (13-2-15) 为统计规律，不是力学规律。

四、理想气体的温度

假设理想气体的温度为 T 。我们要问，一个理想气体分子的温度是多少？也是 T 吗？如果不是，那么，一个理想气体分子的温度到底是多大？

要回答这个问题，就要搞清楚理想气体温度的本质是什么。下面，我们来研究理想气体的温度。

假设理想气体的有关参量用如下符号表示：

m_0 ——单个分子质量；

m ——气体质量；

μ ——气体摩尔质量；

N ——气体总分子数；

N_A ——气体的阿伏伽德罗 (Avogadro) 常数，

则有

$$\mu = N_A m_0 \quad (13-2-17)$$

$$m = N m_0 \quad (13-2-18)$$

代入理想气体状态方程

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (13-1-1)$$

得到

$$PV = \frac{Nm_0}{N_A m_0} RT = \frac{N}{N_A} RT$$

则

$$P = \frac{N}{VN_A} RT = \frac{N}{V} \frac{R}{N_A} T \quad (13-2-19)$$

由于分子数密度为 $n = \frac{N}{V}$, 故理想气体状态方程可写为

$$P = n \frac{R}{N_A} T \quad (13-2-20)$$

由于 R, N_A 均为反映理想气体宏观属性的常数, 二量相除必然为常量。令

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{23} \text{ J/K} \quad (13-2-21)$$

称为玻耳兹曼 (Boltzmann) 常数。

普适气体常量 R 表示 1 mol 理想气体所对应的常数, 显然, 玻耳兹曼常数表示单个分子所对应的常数。

理想气体状态方程可化为

$$P = nk_B T \quad (13-2-22)$$

又由压强公式

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_k} \quad (13-2-15)$$

比较上面两式, 得到理想气体的温度公式

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T \quad (13-2-23)$$

注意:

(1) 理想气体的温度公式 (13-2-23) 反映了宏观量温度 T 与微观量分子平均平动动能 $\overline{\varepsilon_k}$ 之间的关系。

(2) 式 (13-2-23) 说明, 气体的温度 T 是分子平均平动动能 $\overline{\varepsilon_k}$ 的量度。

(3) 式 (13-2-23) 还表明, 温度 T 是大量分子热运动的集体体现, 具有统计意义。对个别分子谈温度, 没有意义。

五、气体分子的方均根速率

气体分子速率平方平均值的平方根, 称为方均根速率, 用 $\sqrt{v^2}$ 表示。它在计算分子的平均平动动能时非常有用。

由理想气体的温度公式, 有

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T \quad (13-2-23)$$

得

$$\overline{v^2} = \frac{3k_B T}{m_0}$$

开方, 得方均根速率

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}}$$

由于 k_B, m_0 都比较小, 计算起来不方便, 可对上式分子、分母同时扩大 N_A 倍, 得方均根速率的计算公式为

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3N_A k_B T}{N_A m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (13-2-24)$$

例 13-2-1 计算温度为 $t = 100^\circ\text{C}$ 时的氮气分子的平均平动动能 $\overline{\varepsilon_k}$ 和方均根速率 $\sqrt{v^2}$ 。

解: 由已知可得: 氮气的温度为

$$T = 273 + t = 373 \text{ K}$$

氮气的摩尔质量为

$$\mu = 28 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

则由理想气体的温度公式, 得分子的平均平动动能为

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 373 = 7.71 \times 10^{-21} \text{ J}$$

由方均根速率的计算公式 (13-2-24), 得理想气体的方均根速率为

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 5.74 \times 10^2 \text{ m/s}$$

第三节 能量按自由度均分原理

一、自由度

描述一个物体在空间的位置所需要的独立坐标的数目,叫做该物体的自由度,用 i 表示。

下面举例说明:

(1) 自由质点。

如图 13-3-1, 空间中的自由质点可以用 (x, y, z) 三个独立参量描述它的空间位置, 故自由质点的自由度为 $i=3$ 。

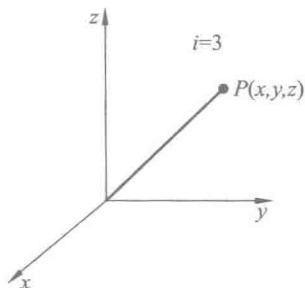


图 13-3-1 自由质点的自由度

(2) 刚性杆连接的两个质点(哑铃状结构)。

确定刚性杆连接的两个质点(哑铃状结构)在空间中的位置, 首先要确定其质心 C 的位置, 它可以用 3 个独立参量来描述它的空间位置; 质心确定后, 刚性杆绕质心的转动可以用杆与三个坐标轴正向的夹角 α, β, γ 表示。因为有

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (13-3-1)$$

故 α, β, γ 三个量中只有两个是独立的。可见, 刚性杆绕质心的转动可以用 2 个独立变量描述(图 13-3-2)。

综上所述, 刚性杆连接的两个质点(哑铃状结构)的自由度是 $i=3+2=5$ 。

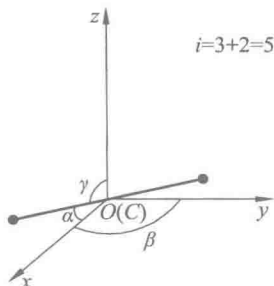


图 13-3-2 刚性杆连接的两个质点(哑铃状结构)的自由度

(3) 刚体。

刚体的运动见图 13-3-3。

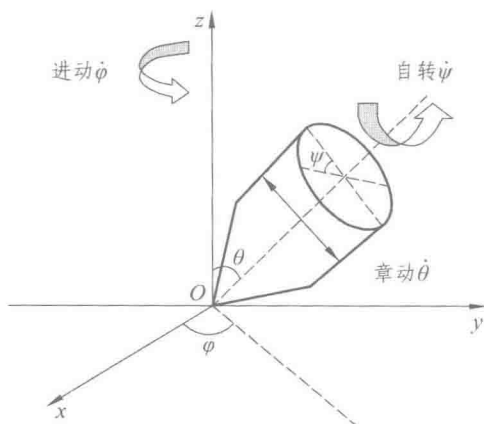


图 13-3-3 刚体的定点转动

确定刚体上一定点的位置（如 O 点）可以用 3 个独立参量；该定点确定后，刚性杆绕定点的转动可以用 3 个欧拉角： φ, ψ, θ 表示。

所以，刚体的自由度是 $i = 3 + 3 = 6$ 。

二、能量按自由度均分原理

由理想气体的温度公式

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T \quad (13-2-23)$$

得到

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{1}{3} \frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} k_B T \quad (13-3-2)$$

上式表明，对于单原子分子来说，其自由度为 3，能量在 3 个自由度上平均分配。

一般地，在温度为 T 的平衡态下，物质（固、液、气）分子的每个自由度上的平均动能都相等，其值为 $\frac{1}{2} k_B T$ ，称为能量按自由度均分原理。

对气体分子来说，其运动一般包括平动、转动、振动三种，其自由度分别用 t, r, s 表示，即

$$\begin{cases} t & \text{——平动自由度} \\ r & \text{——转动自由度} \\ s & \text{——振动自由度} \end{cases}$$

则分子总自由度为

$$i = t + r + s \quad (13-3-3)$$

分子平均总动能为

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{i}{2} k_B T \quad (13-3-4)$$