

高等学校“十三五”规划教材

大学物理学

下册

母继荣 主 编
丁艳丽 王运滨 副主编



化学工业出版社

高等学校“十三五”规划教材

大学物理学 下册

母继荣 主 编

丁艳丽 王运滨 副主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书在编写时参照了教育部高等学校物理基础课程教学指导委员会编制的《理工科大学物理课程教学基本要求》(2010年版)。在内容选取上采用压缩经典、简化近代、突出重点的原则,涵盖了教学基本要求中的核心内容。在编写风格上遵循了理论与实践结合、教学与创新结合、注重学习方法的引导和培养原则,以适应当代社会环境对人才的需求。本书包括电磁学、光学、量子物理和大学物理演示实验等内容。

本书可作为高等院校理工科非物理专业大学物理课程教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学,下册/母继荣主编. —北京:化学工业出版社, 2015. 12
高等学校“十三五”规划教材
ISBN 978-7-122-25563-1

I. ①大… II. ①母… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 259473 号

责任编辑:唐旭华 郝英华
责任校对:吴 静

装帧设计:刘丽华

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)
印 刷:北京市振南印刷有限责任公司
装 订:三河市宇新装订厂
787mm×1092mm 1/16 印张13½ 字数344千字 2015年10月北京第1版第1次印刷

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899
网 址: <http://www.cip.com.cn>
凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价: 29.00 元

版权所有 违者必究

物理学是一门研究物质基本结构及其运动规律的基础科学,而大学物理是高等院校理工科各专业学生重要的通识性必修基础课程。当前,随着科学技术的发展,学科交叉越来越普遍并发展迅速,由此也诞生了许多新学科。物理学知识与化学、生物学、环境科学及材料科学等学科相结合,可以使相应学科的研究向更深层次发展。因此,可以毫不夸张地说,物理学的理论、规律等是学好其他自然科学和工程技术的基础,理工科学生掌握物理学知识的薄弱甚至能够影响其日后对工作的适应能力乃至发展的后劲。大学物理学教育在大学生素质教育、创新教育中有着其他学科无可替代的作用。

本书是根据教育部高等学校物理基础课程教学指导委员会编制的《理工科大学物理课程教学基本要求》(2010年版)编写而成的,以培养应用型人才为主导方向,在保证大学物理基本要求的前提下,本着压缩经典、简化近代、突出重点的原则,涵盖了教学基本要求中的核心内容和部分扩展内容。另外,本书编写贯彻了21世纪教育发展的理念、贯彻了教学与实际相结合的指导思想、强化了创新与素质训练的指导思想,将大学物理演示实验内容引入教学并引进教材,以利于学生直观、形象地理解物理学基本概念和规律,并力求做到教师用之好教、学生用之好学。本套教材适合大学物理课程教学时数在80~110学时的高校使用。

本书编者全部为长期从事大学物理教学的一线教师,具有丰富的专业知识和教学经验,对大学物理课程在高等教育教学中的角色和作用要求把握准确。本书由母继荣主编,丁艳丽、王运滨任副主编,参加本书编写的还有杨坤、王春晖、郭晓娇、江铁臣、邵婷丽、祁烁、卢海云。本书的编写和出版得益于沈阳化工大学各级领导的支持,得益于广大同仁的大力支持,在此一并表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中难免存在错误及疏漏之处,敬请读者批评指正。

编者

2015年8月

第一章 静电场

1

第一节 电荷 库仑定律	1
一、电荷 电荷的基本性质	1
二、库仑定律	2
第二节 电场 电场强度 场强叠加原理	2
一、电场	2
二、电场强度	3
三、场强叠加原理	4
四、场强的计算	4
第三节 静电场的高斯定理	8
一、电场线	8
二、电通量	8
三、高斯定理	9
四、高斯定理的应用	10
第四节 静电场的环路定理 电势	12
一、电场力的功 环路定理	12
二、电势能 电势	13
三、电场力做功与电势差的关系	14
四、电势的叠加原理	14
五、电势的计算	15
第五节 场强与电势的关系	17
一、等势面	17
二、电势梯度	17
练习题	19

第二章 静电场中的导体和电介质

28

第一节 静电场中的导体	28
一、导体的静电平衡状态和条件	28
二、静电平衡时导体上的电荷分布	29
三、静电屏蔽	29
四、静电平衡问题的分析与处理	30
第二节 静电场中的电介质	31

一、电介质的分类和极化	31
二、 D 矢量 电介质中 D 的高斯定理	33
第三节 电容 电容器	36
一、电容器 电容	36
二、几种典型电容器	36
三、电容器的联接	37
第四节 静电场的能量	38
一、电容器的能量	38
二、电场的能量和能量密度	39
练习题	40

第三章 稳恒磁场

45

第一节 磁场的描述	46
一、磁现象	46
二、磁场	46
三、磁感应强度	46
第二节 毕奥-萨伐尔定律及其应用	47
一、电流元	47
二、毕奥-萨伐尔定律	48
三、毕奥-萨伐尔定律应用	48
四、运动电荷的磁场	52
第三节 磁场高斯定理	54
一、磁感应线	54
二、磁通量	54
三、磁场高斯定理	55
第四节 安培环路定理及其应用	56
一、安培环路定理	56
二、安培环路定理应用	58
第五节 带电粒子在磁场中受力及运动	58
一、洛伦兹力公式	58
二、带电粒子在磁场中的运动	59
第六节 磁场对电流的作用力	60
一、安培力	60
二、磁场对载流导线的作用	60
三、磁场对载流线圈的作用	61
四、磁力的功	62
第七节 磁介质中的磁场	63
一、磁介质的磁化	63
二、磁化强度	64
三、磁介质中的安培环路定理	65

四、铁磁质	65
练习题	66

第四章 电磁感应

73

第一节 电源电动势	73
第二节 电磁感应现象 法拉第电磁感应定律	74
一、电磁感应现象	74
二、法拉第电磁感应定律	74
三、楞次定律	75
第三节 动生电动势	76
一、动生电动势 非静电力	76
二、动生电动势的计算	77
第四节 感生电动势	78
一、感生电动势 涡旋电场	78
二、涡旋电场的性质	78
三、感生电动势的计算	79
第五节 自感与互感	80
一、自感现象 自感系数	80
二、互感现象 互感系数	82
三、自感系数与互感系数	83
第六节 磁场能	83
一、磁场能量	83
二、磁场的能量密度	84
第七节 位移电流	85
一、麦克斯韦电磁场理论	85
二、位移电流及全电流	86
三、位移电流的本质	88
第八节 麦克斯韦方程组 电磁波	88
一、麦克斯韦方程组的积分形式	88
二、麦克斯韦方程组的微分形式	89
三、电磁波	89
练习题	90

第五章 光的干涉

95

第一节 光源 相干光	95
一、光源	95
二、光的相干性	96
三、获得相干光的方法	96
第二节 光程 光程差	97

一、光程	97
二、光程差	97
三、透镜的等光程性	98
四、反射光的半波损失	98
第三节 杨氏双缝干涉	99
一、杨氏双缝干涉实验	99
二、菲涅耳双镜实验	101
三、劳埃德镜实验	102
第四节 薄膜干涉	102
一、薄膜干涉	102
二、劈尖	103
三、牛顿环	104
四、增透膜 增反膜	106
第五节 迈克耳逊干涉仪	106
练习题	107

第六章 光的衍射

110

第一节 惠更斯-菲涅耳原理	110
一、光的衍射现象	110
二、惠更斯-菲涅耳原理	111
第二节 单缝夫琅禾费衍射	111
第三节 光栅衍射	113
一、光栅器件	114
二、光栅的衍射条纹	114
三、光栅光谱	115
第四节 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领	116
一、圆孔衍射	116
二、光学仪器的分辨本领	117
第五节 X射线的衍射	117
练习题	118

第七章 光的偏振

121

第一节 偏振光和自然光	121
一、自然光	121
二、线偏振光	122
三、部分偏振光	122
第二节 起偏与检偏 马吕斯定律	122
一、偏振光的产生和检验	122
二、马吕斯定律	122

第三节 反射和折射时光的偏振现象	123
练习题	124

第八章 量子物理基础

126

第一节 黑体辐射中普朗克量子假设	126
一、热辐射现象	126
二、黑体辐射实验规律	127
三、普朗克量子假设	128
第二节 光电效应	130
一、光电效应的实验规律	130
二、经典电磁理论的困难	132
三、爱因斯坦的光量子理论	132
四、光的波粒二相性	133
第三节 康普顿效应	134
一、康普顿效应的实验规律	134
二、康普顿效应的量子解释	136
三、康普顿散射公式	136
第四节 德布罗意物质波	138
一、德布罗意物质波假设	138
二、自由粒子的德布罗意波长	138
三、戴维孙-革末电子衍射实验	139
第五节 不确定关系	140
一、电子单缝衍射实验	140
二、不确定关系	141
第六节 玻尔的氢原子理论	142
一、氢原子光谱的实验规律	142
二、原子的有核模型	144
三、玻尔的氢原子量子理论	145
四、氢原子结构的计算	145
第七节 波函数及统计解释	148
一、波函数	148
二、波函数的统计解释	149
三、薛定谔方程	150
第八节 一维定态问题	152
一、一维无限深势阱	152
二、一维势垒 隧道效应	155
第九节 量子力学中的原子问题	157
一、氢原子薛定谔方程的解	157
二、电子的自旋	159
三、多电子原子的描述	160

第十节 激光	161
一、氦-氖激光器	161
二、原子的跃迁	162
三、激光的获得	163
四、激光的特性与应用	164
练习题	167

第九章 大学物理演示实验

171

第一节 力学演示实验	171
第二节 热学演示实验	175
第三节 光学演示实验	176
第四节 振动和波动演示实验	181
第五节 电磁学演示实验	186
第六节 近代物理等演示实验	194

部分练习题参考答案

200

参考文献

205

第一章

静电场

电是自然界的存在物，是一种自然现象，是自然界的一种能量。自 18 世纪人类对电的发现和认识已有 200 多年的历史，时至今日，随着社会的发展，电已基本触及社会的各个角落，与人们的工作和生活几乎密不可分，想象一下，如果让电在世界范围内消失几秒，世界将会如何混乱？本章将以静止电荷所产生的物理现象——静电场为主线，对有关静电场的基本概念、基本理论和基本规律进行系统讲述，使读者能够通过本章的学习对静电场理论有所认识和掌握。

第一节 电荷 库仑定律

一、电荷 电荷的基本性质

1. 电荷

1747 年，富兰克林根据实验研究结果，提出了电荷的概念，并指出有正、负两种电荷。1897 年英国物理学家汤姆孙通过对阴极射线的研究，提出了电子的概念。1911 年，英国物理学家卢瑟福通过 α 粒子散射实验，提出了原子核的概念，指出它集中了原子的绝大部分质量并且带有正电荷。然而，物质的基本元素体都是电中性的，物体之所以带电，是因为得到或失去了电子，最典型的例子就是摩擦生电。

2. 电荷的基本性质

理论及实验研究发现电荷具有如下几个基本性质。

(1) **电荷的种类**。电荷有两种，即正电荷和负电荷，同种电荷相斥，异种电荷相吸。带电体所带电荷的多少叫电量，常用 Q 或 q 表示。在国际单位制中，电量的单位是库仑，符号为 C。正电荷电量取正值，负电荷电量取负值。一个带电体所带的（净）电量为其所带正负电量的代数和。

(2) **电荷的量子性**。实验表明，质子和电子是正负电荷的基本单元，以 $+e$ 和 $-e$ 表示其电量，经测定 $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，称为**基本电荷**。根据带电体的带电机理，可以推断，任何宏观带电体的电荷，只能是基本电荷 e 的整数倍（即 $Q = N \cdot e$ ），电荷量的增减也只能是 e 的整数倍（即 $\Delta Q = \Delta N \cdot e$ ），因此精细地说，电荷是**量子化**的。近代物理从理论上预言质子和中子等是由若干种夸克或反夸克组成，夸克或反夸克的电量为 $\pm e/3$ 或 $\pm 2e/3$ 。弗里德罗等人证实夸克存在的研究工作荣获了 1990 年的诺贝尔物理学奖，然而至今在实验室中尚未发现单独存在的夸克。不过发现与否都不影响电荷的量子性，只不过基本电荷值有了新

结论,但电荷仍然是量子化的。

实际情况中,所涉及的带电体的电荷常常是基本电荷的许多倍,电荷量子性所导致的微观起伏量 e 相对于宏观电量 Q 完全可以忽略,因此宏观上常常粗略地认为电荷是连续分布在带电体上的、电荷的变化也是连续的。

(3) **电荷的守恒性**。1747年,富兰克林首先提出了电荷守恒定律:“在一孤立系统内发生的任何过程中总电荷数不变”。实验证明,对于一个系统,如果没有净电荷出入其边界,则该系统内正、负电荷量的代数和将保持不变,这就是**电荷守恒定律**。例如,熟知的静电感应现象和摩擦起电现象中,电荷是守恒的;核的放射性衰变中,电荷是守恒的;宏观物体的带电、电中和以及物体内的电流现象等,系统电荷也是守恒的。

(4) **电荷的相对论不变性**。实验证明,一个电荷的电量与其运动状态无关,也就是说,在不同的参考系中观察同一个电荷,虽然给出的运动状态不同,但给出的电荷的电量却是相同的。所有惯性系对同一带电粒子的电量给出相同的结果,电荷的这一性质称为**电荷的相对论不变性**。

二、库仑定律

1. 点电荷

点电荷是一种理想模型。在研究的问题中,如果带电体的形状、大小以及电荷分布可以忽略不计,那么就可以将其视为一个带电的几何点,称为**点电荷**。实际问题中带电体能否看作点电荷,不仅和带电体本身有关,还取决于问题的性质和精度要求。与质点、刚体等概念一样,是把复杂的实际问题转化或分解为基本问题时必不可少的手段。实际的带电体(包括质子、电子等)都有一定大小,都不是点电荷,只有当实际问题中的距离大到可认为电荷大小、形状不起什么作用时,才可把电荷看成点电荷。

2. 库仑定律

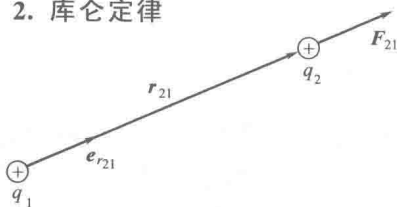


图 1-1 两个点电荷之间的作用力

如图 1-1 所示,1785 年法国工程师库仑通过实验总结出了两个点电荷之间相互作用力的规律:在真空中两个静止点电荷之间的相互作用力与它们电量的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比,作用力的方向沿它们的连线上,同种电荷相斥,异种电荷相吸,这就是**库仑定律**。库仑定律是电学史上的第一个定量规律,是电

磁学和电磁场理论的基本定律之一。

在国际单位制中,其数学表达式为

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \mathbf{e}_{r_{21}} \quad (1.1)$$

式中, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, 叫真空介电常量(或真空电容率)。

在表示式中引入“ 4π ”因子的作法,称为单位制的有理化。这样做的结果虽然使库仑定律的形式变得有些复杂,但却使后续经常用到的电磁学公式因不出现“ 4π ”因子而变得简单。此做法的优越性,在今后的学习中会逐步体会到。

第二节 电场 电场强度 场强叠加原理

一、电场

库仑定律只给出了两个点电荷之间的相互作用力,至于如何施力并没有直接解释。关于

库仑力历史上有两种不同的观点：一种是“超距作用”论，牛顿曾用这种观点对万有引力作过解释；另一种是由法拉第在 19 世纪初提出的“场”论观点，此后的科学发展证明“场”的观点是正确的。场论观点认为，物质间的相互作用是靠某种中介物质来传递的，这种物质就是场，场是物质存在的一种特殊形态，任何带电体周围都存在着传递电相互作用的场，称为**电场**。相对于惯性系静止的电荷所产生的场称为**静电场**，在后续的磁学中我们会学到相对于惯性系运动的电荷除产生电场外还会产生磁场。正是这种电场和磁场对置于其中的电荷产生了电磁效应。

对于两个电荷间的相互作用，根据场论的观点可用框图表述，如图 1-2 所示。



图 1-2 电荷间的场效应

实验发现，电场具有如下基本性质。

- (1) 电场对放入场中的电荷有力的作用，该力称为静电力（简称电场力）。
- (2) 电场力对运动电荷做功，表明电场具有能量。而且电场力做功与运动电荷的路径无关，只与运动电荷的始末位置有关，又说明静电场是保守力场。
- (3) 变化的电场以光速在空间传播，表明电场具有动量。
- (4) 电场具有叠加性。

电场的这些性质说明了电场的存在性、物质性以及实物之间的差异性。

二、电场强度

1. 试探电荷

在考察电场性质时，需选用带电量充分小的点电荷试探电场对电荷的作用，这种电荷称为**试探电荷**（或称检验电荷）。

2. 电场强度

为了定量描述场源电荷 Q 所产生的静电场，将试探电荷 q_0 分别静止放置在电场中的不同位置，测量它在各点受到的电场力 F 。如图 1-3 所示，实验表明，对于电场中任一给定点，比值 $\frac{F}{q_0}$ 是一个大小和方向都与试探电荷无关的物理矢量，它反映的是电场的固有属性，我们将其定义为**电场强度**，简称场强，用 E 表示，即

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (1.2)$$

此式表明，电场中任意点的电场强度等于静止于该点的单位正电荷所受到的电场力。在国际单位制中，电场强度的单位是牛顿每库仑（N/C），随后的学习中会遇到电场强度还有一个单位是伏特每米（V/m），可以证明这两个单位是等价的。电场存在于带电体周围的整个空间，一般情况下各个点处的场强是不同的，场强是空间坐标的矢量函数 $E(x, y, z)$ 。

将式 (1.2) 做一数学变换，等式两边同时乘以 q_0 ，得到表达式

$$F = q_0 E \quad (1.3)$$

式 (1.3) 表明，若已知场强情况，则点电荷在电场中所

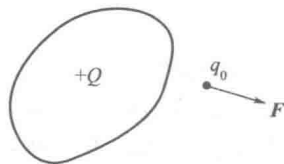


图 1-3 电场强度

受到的电场力就等于点电荷自身的电量与点电荷所在位置处的场强的乘积。

三、场强叠加原理

如果场源电荷是由 n 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 组成的系统, 则称这个电荷系统为点电荷系。实验表明, 电场力也满足力的叠加原理, 所以在电场中放入试探电荷 q_0 , q_0 所受到的总电场力 $\mathbf{F}$ 就等于各个点电荷单独对 q_0 所产生的电场力 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$ 的矢量和。表达式为

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1.4)$$

此即电场力的叠加原理, 将其两边分别除以 q_0 , 有

$$\frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i}{q_0} \quad (1.5)$$

根据场强定义, 得

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \quad (1.6)$$

式 (1.6) 说明, 点电荷系在某点产生的场强, 等于每一个点电荷单独存在时, 在该点产生的场强的矢量和, 这就是场强叠加原理。它是静电场的基本性质之一。图 1-4 给出了由两个点电荷组成的点电荷系统的场强叠加原理示意图。

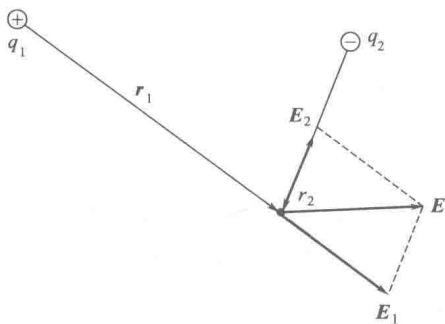


图 1-4 场强叠加原理

对于电荷连续分布的带电体, 可将其视为由无数个点电荷元 dq 组成的点电荷系, 这时式 (1.6) 中的求和需改为积分运算, 即

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} \quad (1.7)$$

四、场强的计算

关于场强的计算, 概括来主要有四种不同的方法。

(1) 定义式法: 借助试探电荷 q_0 , 在已知 q_0 所受电场力的前提下, 利用场强的定义式 $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}$ 计算场强。

(2) 叠加法: 在已知微元电荷所产生的场强的前提下, 利用场强叠加原理计算场强。

(3) 高斯定理法: 对于电荷具有高度对称分布形式的带电体, 可以借助高斯定理求解场强。

(4) 电势梯度法: 在已知电势分布的前提下, 利用场强与电势梯度的关系 $\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{k}\right)$, 通过微分运算计算场强。

目前我们已有的知识只能用前两种方法 (定义式法和叠加法) 计算场强, 后两种方法还不能使用, 待后续学完第三节和第五节后就可以用高斯定理法和电势梯度法计算场强。每种方法都有各自的特点, 都有各自的优点和不足, 读者可在使用过程中细细品味。

1. 定义式法求场强

【例 1-1】求点电荷 q 所产生的电场。

【解】如图 1-5 所示, 在相对点电荷 q 的位矢为 r 的 P 点处, 放一试探电荷 q_0 。根据库仑定律, q_0 受到的电场力为

$$\mathbf{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r$$

根据电场强度的定义式 $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}$, P 点处的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r \quad (1.8)$$

式 (1.8) 即为点电荷的场强公式, 它给出了点电荷 q 在周围空间各点产生的场强描述: 在与点电荷 q 距离为 r 点处的场强的大小为 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$; 当 q 为正电荷时, 该点处的场强方向沿径向向外; 当 q 为负电荷时, 该点处的场强方向沿径向向内; 点电荷的电场以点电荷为中心呈球对称分布, 如图 1-5 所示。

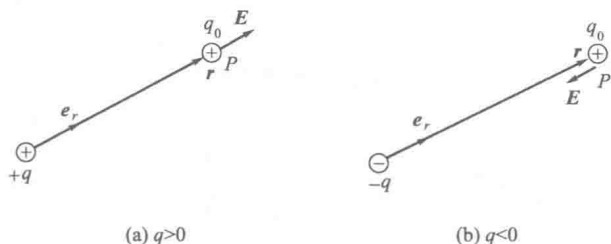


图 1-5 电荷的电场强度

2. 叠加法求场强

根据点电荷的场强公式以及场强的叠加原理, 可以得到点电荷系的场强表示式

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \mathbf{e}_{ri} \quad (1.9)$$

式中, r_i 为点电荷 q_i 到场点的距离; $\mathbf{e}_{ri}$ 是从点电荷 q_i 到场点的矢径方向的单位矢量。

如图 1-6 所示, 如果场源是电荷连续分布的带电体, 则式 (1.9) 中求和运算应改为积分运算, 因而有

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e} \quad (1.10)$$

式中, r 为从电荷元 dq 到场点的距离; $\mathbf{e}$ 为从电荷元 dq 到场点的矢径方向的单位矢量。

这种利用场强叠加原理计算场强的方法, 称之为叠加法求场强。原则上讲, 只要计算出式 (1.10) 这个积分, 任意带电体所产生的场强问题都可以解决, 但实际上在很多情况下, 由于带电体的带电情况以及形状的复杂性使得这个积分很难计算出来, 只有在少数情况下才能以积分求出具体结果。

另外需要说明的是, 根据带电体的电荷分布情况不同, 电荷元 dq 的表示式也有所不同。电荷分布一般有三种情况, 当场源电荷呈线分布、面分布和体分布时, 我们分别引入线密度 λ 、面密度 σ 和体密度 ρ 这三个物理量来表征带电体的电荷分布情况, 其定义如下

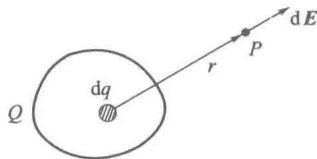


图 1-6 叠加法求场强

$$\begin{cases} \lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} & (\text{线分布}) \\ \sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} & (\text{面分布}) \\ \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} & (\text{体分布}) \end{cases} \quad (1.11)$$

式(1.10)中的 dq 在这三种情况可以分别写成

$$dq = \begin{cases} \lambda dl & (\text{线分布}) \\ \sigma dS & (\text{面分布}) \\ \rho dV & (\text{体分布}) \end{cases} \quad (1.12)$$

下面通过几个典型例题, 体会叠加法处理问题的思路。

【例 1-2】 真空中一均匀带电直线, 长为 L , 电量为 Q , 设线外任一场点到直线的垂直距离为 d , P 点和直线两端点连线分别与直线之间呈夹角 θ_1 和 θ_2 , 求 P 点处的电场强度。

【解】 选取如图 1-7 所示坐标系, 在坐标 x 处取长为 dx 的电荷元, 其电量为

$$dq = \lambda dx, \quad \lambda = \frac{Q}{L}$$

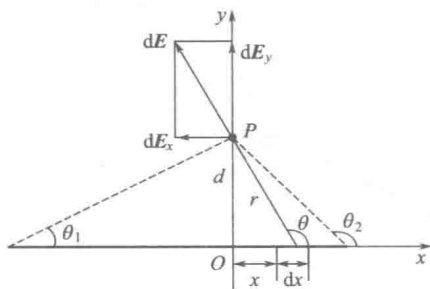


图 1-7 例 1-2 题图

此电荷元在 P 点产生的场强大小为 $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, dE 是一个矢量, 并且每个电荷元在 P 点产生的场强方向不尽相同, 所以需将 dq 产生的场强 dE 在坐标系中沿 x, y 轴进行轴向分解, 并分别进行轴向分量的积分运算, 得到 $dE_x = dE \cos\theta$, $dE_y = dE \sin\theta$

$$E_x = \int dE_x = \int dE \cos\theta = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta$$

$$E_y = \int dE_y = \int dE \sin\theta = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin\theta$$

将 x, r 和 θ , 利用三个变量之间的关系, 统一到一个变量 θ 后再积分

$$r = \frac{d}{\sin\theta}, \quad x = -d \cot\theta, \quad dx = \frac{d}{\sin^2\theta} d\theta$$

代入上面两个积分中整理并确定积分上、下限, 得到

$$E_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

总场强的矢量表达式为

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \mathbf{i} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \mathbf{j}$$

对结果进行如下讨论。

(1) 当 $d \ll L$ 时, 带电直线可视为无限长, 取 $\theta_1 = 0$ 和 $\theta_2 = \pi$ 代入得

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} \mathbf{j} \quad (1.13)$$

式(1.13)即为无限长均匀带电直线产生的场强公式。

(2) 当 $d \rightarrow 0$ 时, 若 P 点落在带电直线上, 此时结果发散无意义; 若 P 点落在带电直线外, 此时结果不确定, 须按具体情况加以处理。

【例 1-3】 半径为 R 的均匀带电细圆环, 总带电量为 Q ($Q > 0$), 求圆环轴上任一点 P 的场强。

【解】 把细圆环分割成许多微小的线元, 如图 1-8 所示, 任取一线元 dq , 带电量为 dq , 其在 P 点所产生场强为

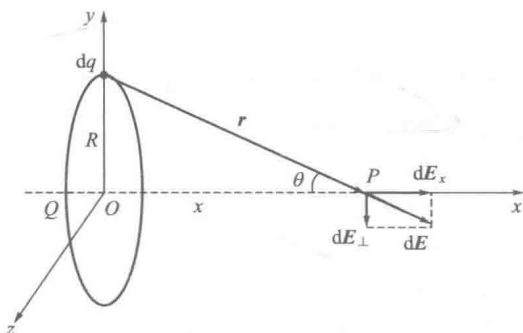


图 1-8 例 1-3 题图

$$d\mathbf{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r$$

由于圆环上每个电荷元在 P 点产生的场强 $d\mathbf{E}$ 方向不同, 故需将 $d\mathbf{E}$ 在坐标系中沿 x 轴向及垂直于 x 轴的方向进行分解。由于圆环上电荷分布的对称性, 致使所有 $d\mathbf{E}_\perp$ 分量的矢量和等于零, 即 $\mathbf{E}_\perp = \int d\mathbf{E}_\perp = \mathbf{0}$ 。

因此 P 点场强沿 x 轴向, 场强的大小为

$$\begin{aligned} E = E_x &= \int dE_x = \int dE \cos\theta = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{x}{r} \\ &= \frac{x}{4\pi\epsilon_0 r^3} \int_Q dq = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

所以

$$\mathbf{E} = \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \mathbf{i} \quad (1.14)$$

讨论: (1) 当 $x=0$ 时, $E=0$, 由于场强的矢量性, 圆环中心的场强为零;

(2) 而当 $x \gg R$ 时, 场强的大小为

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

此时圆环相当于一个点电荷在 P 点产生场强, 说明了物理模型的相对性。

【例 1-4】 均匀带电圆盘, 半径为 R , 电荷面密度为 σ 。求轴线上任意一点 P 的电场强度的大小。

【解】 把带电圆盘看作是由许多同心带电圆环组成, 如图 1-9 所示, 在圆盘上任意处取一半径为 r , 宽度为 dr 的细圆环, 带电量为 $dq = \sigma ds = \sigma 2\pi r dr$, 利用例题 1-3 结果, 其在其轴线上距圆心 O 为 x 的 P 点所产生的电场强度的大小为

$$dE = \frac{x dq}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{x \sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}}$$

所有圆环在 P 点产生的场强方向都相同, 所以, 整个圆盘在 P 点产生的总场强的大