学校应用数学基础系列教材

一元函数微积分

主编 马英田 王贵保

山西高校联合出版社

应用数学基础系列教材

一元函数微积分

马英田 王贵保 主编

山西高校联合出版社

(晋)新登字8号

一元函数微积分

马英田 王贵保 主编

*

山西高校联合出版社出版发行
(太原南内环街31号 邮编030012)
临汾日报社印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/32 印张:11.9 字数:268千字
1994年7月第一版 1994年临汾7月第一次印刷
印数:1-8150册

*

ISBN 7-81032-620-1

O·59 定价:7.50元

《应用数学基础》系列教材

前　　言

随着我国高等专科教育的发展，国家教委对高等专科教育的培养目标、制订教学计划的原则都作了明确的规定，并对一些主要课程制订了教学基本要求。在新形势下，高等专科学校急需一套适合专科教学要求，具有专科特色的教材。为此，在电力部高教处领导下，依据国家教委关于“抓好专科教材建设”的指示精神，电力部属高校数学协作组于 1993 年组成《应用数学基础》系列教材编写组，开始编写工作。

《应用数学基础》系列教材由我们主编，由电力部属高校中具有多年教学经验的教师编写。包括《一元函数微积分》、《多元函数微积分》、《线性代数》、《复变函数与拉普拉斯变换》、《概率论与数理统计》等共五种，可供高等专科学校各专业使用，也可作为专科层次的高等成人教育以及函授的教学用书。

本系列教材的编写以国家教委制订的高等学校工程专科数学课程《教学基本要求》和原能源部（水利电力系统）高校数学协作组制订的专科数学《教学基本要求》为依据，依照专科学校基础理论教学中要求“以应用为目的，以必需、够用为度”和“掌握概念、强化应用”的原则，努力体现高等工程专科特色。在教材内容的选取上，除保证必要的系统外，尽量注意本课程的应用性和针对性。本教材以基础理论与基本方法为重点，注意加强学生分析问题和解决问题能力的培养。本教材总

结了编者们的多年教学经验；在语言表达方面注意精练准确、简明易懂，使教材既便于教又便于学。

在教材编审过程中，得到了电力部属高校领导的大力支持；许多同志参加了编写提纲、样稿的讨论，并提供宝贵意见；编撰者和审稿人为《应用数学基础》系列教材付出了辛勤劳动，太原电专数学教研室的同志们为校对本书花了大量的心血，谨此一并致谢。

由于编写具有专科特色的高等学校专科教材的工作刚刚起步，加之我们水平有限，教材中难免存在不妥之处，希望使用本教材的广大读者不吝赐教。

吴诗咏（太原电力高等专科学校） 励金华（北京电力高等专科学校） 周泽民（上海电力学院）

一九九四年四月

编者的话

本书是依照国家教委制订的《高等学校工程专科高等数学课程教学基本要求》编写的，是《应用数学基础》系列教材之一，包括一元函数微分学，一元函数积分学及常微分方程等内容。考虑到在基础课教学中要适应一些专业的需要，书中有些内容加注了“*”号，供有关专业选用。按教学基本要求，本书总学时为80学时，带“*”号的内容要另加学时。在编写中，注意到高等工程专科的特点，内容以基本理论和基本方法为主。概念的引入，注意通过实例来阐述其背景和现实意义；基本理论的阐述，在保证必要的科学性的前提下，注意直观性，遵循理论联系实际的原则，不过份追求理论的严密性；注重培养学生基本运算能力和分析、解决问题的能力。

本书说理浅显，直观性较强，叙述清楚、简练，例题类型较多，便于教学和学生阅读。

本书由我们任主编，励金华教授任主审。参加编写的有还有张凤岐、谢宏等同志。

由于我们水平有限，时间仓促，书中难免存在着缺点、错误，敬请使用本书的同行们提出批评指正。

马英田　　王贵保
（沈阳电力高等专科学校）（华北电力学院）

一九九三年十二月

目　　录

第一章　函数与极限

函数、极限都是高等数学中最基本的概念，也是微积分的基础. 在中学数学里，对函数概念及其性质已有较详细的讨论，所以本章将在复习函数概念的基础上，着重介绍函数的极限和连续，以及它们的一些性质.

第一节　函　数

§1.1.1　函数的概念

在中学的数学课本中已经介绍了有关函数的基本知识，但为了以后更好地学习高等数学，我们把有关函数的内容系统地复习一下.

定义　设 D 为一个非空实数集合，若存在确定的对应规则 f，使得数集 D 中的任意一个数 x，按照 f 都有唯一确定的实数 y 与之对应，则称 f 是定义在集合 D 上的函数.

D 称为函数 f 的定义域，x 称为自变量，y 称为因变量. 如果对于自变量 x 的某个确定的值 x_0，因变量 y 能够得到一个确定的值，我们就称函数 f 在 x_0 处有定义，其因变量的值或函数 f 的函数值记为

$$y|_{x=x_0},f(x)|_{x=x_0} \text{ 或 } f(x_0).$$

x 所对应的 y 称为 x 的函数值，记为

$$y = f(x)$$

函数值全体称为函数的值域，记为 W.

人们常常是通过函数值来研究函数，所以也称 $y=f(x)$ 是 x 的函数，或说 y 是 x 的函数.

在一些实际问题中有时会遇到，对于变量 x 的每一个值，变量 y 按照一定的规则有两个或更多个确定的数值和它对应，这种情形与上述定义不符，但为方便起见，我们称 y 为 x 的多值函数，而称前面所定义的函数为单值函数. 例如，方程 $y^2=x$，当 x 取开区间 $(0,+\infty)$ 内任一个数值时，对应的 y 的值就有两个，所以方程 $y^2=x$ 在 $(0,+\infty)$ 内确定一个双值函数，而 $y=\sqrt{x}$ 和 $y=-\sqrt{x}$ 是它的两个单值分支.

以后凡是没有特别说明，我们所讨论的函数是单值函数. 对于多值函数，我们可以限制 y 的值域使之成为单值再进行研究.

函数的定义域通常用区间来表示（也有一些例外情形）. 自变量与因变量的对应规律常用表格法、图象法与解析式来表示.

例 1　确定函数　$f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x^2+2x-3}}$　的定义域.

解　所给函数的定义域为满足不等式

$$x^2+2x-3>0$$

的 x 值的集合. 解此不等式，则得其定义域为：

$$x<-3 \text{ 或 } x>1,$$

即

$$(-\infty,-3)\cup(1,+\infty).$$

例 2　确定函数　$f(x)=\sqrt{4-x^2}+ln(x-1)$　的定义域.

解　这个函数是两项之和，所以当且仅当每项有定义时，函数才有定义，所以这个函数的定义域应为满足不等式组

$$\begin{cases} 4 - x^2 \geqslant 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$$

的 x 值的全体. 解不等式组得其定义域为:

$$1 < x \leqslant 2, \text{即} (1,2].$$

定义域和对应规则是函数关系中的两个要素,两个函数如果具有相同的定义域和对应规则,则它们表示是同一个函数,即这两个函数相同.

例 3 指出下列各对函数是否相同? 说明其理由.

(1) $f(x)=\dfrac{x}{x}$, $\qquad \varphi(x)=1$;

(2) $f(x)=\ln x^2$, $\qquad \varphi(x)=2\ln x$;

(3) $f(x)=x$, $\qquad \varphi(x)=\sqrt{x^2}$;

(4) $f(x)=|x|$, $\qquad \varphi(x)=\sqrt{x^2}$;

(5) $f(x)=\sqrt{(x-1)(x+2)}$,

$\varphi(x)=\sqrt{x-1}\sqrt{x+2}$.

解 (1) 不相同. 因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,而 $\varphi(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,它们的定义域不同,所以 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 不同. 但在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 内,$f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 相同,即 $f(x)=\varphi(x)$.

(2) 不相同. 因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,而 $\varphi(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$. 但在 $(0,+\infty)$ 内,$f(x)=\varphi(x)$.

(3) 不相同. 虽然 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 有相同的定义域 $(-\infty,+\infty)$,但由于 $\varphi(x)=|x|$,$f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 的对应规则不同,所以 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 不同. 如果 x 限制在 $[0,+\infty)$ 范围内,$f(x)=\varphi(x)$.

(4) 相同. 因为 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 有相同的定义域和对应规